

# 基于广义短路比的多馈入系统强度量化原理与方法：回顾、探讨与展望

周瑀涵, 辛焕海\*, 鞠平

(浙江大学电气工程学院, 浙江省 杭州市 310027)

## System Strength Quantification Principle and Method of Multi-infeed Systems Based on Generalized Short-circuit Ratio: Reviews, Discussions and Outlooks

ZHOU Yuhan, XIN Huanhai\*, JU Ping

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China)

**ABSTRACT:** With the large-scale integration of DC and renewable energy or other power electronic devices, power electronic multi-infeed systems (referred to as multi-infeed systems) have become a typical form of modern power systems. The safe and stable operation ability of multi-infeed systems is closely related to voltage response performances under the disturbance. The industry commonly uses the concept of system voltage support strength (referred to as system strength) to describe the voltage response performances of the closed-loop systems composed of power grid and power electronic devices, while grid strength describes the equivalent AC grid performance without considering the dynamics of these devices. The existing studies generally assume that there is a positive correlation between grid strength and system strength, and also assume that short-circuit ratio can describe grid strength. However, it does not reveal the internal relations among grid strength, short-circuit ratio, and system strength. To this end, this paper focuses on system strength issues under the small disturbance, and describes the system strength characteristics from the following three dimensions including disturbance rejection performance, synchronization stability, and static voltage stability. Then, this paper reviews the system strength quantification principle of decoupling multi-infeed systems dynamics into multiple single-infeed systems dynamics, and clarifies the analytical relations between generalized short-circuit ratio (gSCR) and system strength. On this basis, the internal relations among system strength, grid strength, device critical short circuit ratio are further revealed. The results show that the gSCR reflects the maximum

sensitivity of the network's multi-port voltage towards current, therefore it is not necessarily related to the short-circuit current. Moreover, the relative difference value between the gSCR and device critical short-circuit ratio can reflect the safety and stability margin of multi-infeed systems to some extent. Furthermore, the gSCR concentrated criterion and the dispersive criterions from the perspective of the single bus are proposed to quantify the system strength. This paper demonstrates the connections and distinctions between the traditional CIGRE multi-infeed short-circuit ratio and the gSCR. Finally, the effectiveness of the quantification principles and methods are verified by several cases.

**KEY WORDS:** response performance; grid strength; system strength; generalized short-circuit ratio; device critical short circuit ratio

**摘要:** 随着直流和新能源等电力电子设备的大量接入, 电力电子多馈入系统(简称多馈入系统)成为现代电力系统的一种典型形态。多馈入系统的安全稳定运行能力与其受扰后的电压响应性能密切相关, 工业界常用系统电压支撑强度(简称系统强度)的概念描述由电网和设备动态构成的闭环系统的电压响应性能, 用电网强度概念描述不考虑这些设备动态的等效交流电网的特性。现有研究一般认为电网强度与系统强度之间存在正相关性, 并认为短路比能够描述电网强度, 却并未揭示电网强度、短路比和系统强度之间的内在联系。为此, 该文聚焦小扰动下的系统强度问题, 从抗扰性、同步稳定性以及静态电压稳定性3个角度描述系统强度特性, 回顾将多馈入系统动态解耦为多个单馈入系统动态的系统强度量化原理, 阐明广义短路比指标与系统强度之间的解析关系, 并揭示系统强度-电网强度-设备临界短路比三者之间的内在联系。研究表明, 广义短路比反映了电网的多端口电压与电流的最大灵敏度, 与短路电流无必然联系; 电网广义短

基金项目: 国家自然科学基金项目(U2166204, U22B6008)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (U2166204, U22B6008).

路比与设备临界短路比的相对值可一定程度反映多馈入系统的安全稳定裕度。进一步，给出用于量化系统强度的广义短路比集中判据和单母线视角下的分散判据，并阐明传统 CIGRE 多馈入短路比与广义短路比的联系和区别。最后，利用算例验证量化原理与方法的有效性。

**关键词：**响应性能；电网强度；系统强度；广义短路比；设备临界短路比

## 0 引言

大力发展风、光等新能源发电技术是响应我国“双碳”战略目标和实现能源转型的必要手段<sup>[1]</sup>。随着新能源渗透率的增加，同步发电机装机占比降低，电力系统的电压支撑能力下降<sup>[2-5]</sup>，安全稳定风险增加。为保证系统的安全稳定运行，受扰后各母线的电压动态响应需要满足一定的性能要求。

为了直观描述系统受扰后的电压响应性能，以实现系统安全稳定裕度的快速评估，学术界和工业界引入了“系统电压支撑强度”（本文简称“系统强度”，暂不考虑频率支撑强度<sup>[4-5]</sup>）的定性概念。如果系统在相同扰动条件下具有较好的电压响应性能，则认为系统强度高和裕度大，否则认为强度低和裕度小。进一步，在设备动态一定的情况下，国内外多个权威机构和组织还提出了只与交流电网和设备容量信息相关的“电网强度”<sup>[4-11]</sup>概念，以表征交流电网与接入设备的相对强弱。例如：国际大电网组织 CIGRE<sup>[6-7]</sup>、北美电力可靠性公司(NERC)<sup>[8]</sup>、澳大利亚能源市场运营商(AEMO)<sup>[9]</sup>、IEC<sup>[10]</sup>、IEEE<sup>[4]</sup>和国家市场监督管理总局<sup>[11]</sup>等。

上述相关报告或标准均默认电网强度与计及设备动态的系统强度之间存在正相关性，从而可利用相对简单的电网强度指标来描述系统强度，并形成系统裕度的快速分析方法。其中，短路比(short circuit ratio, SCR)<sup>[4-11]</sup>是衡量电网强度较为常见的指标，其在单设备馈入系统中(简称“单馈入系统”)被广泛接受。为了将 SCR 的概念推广至多新能源/直流设备馈入系统中(简称“多馈入系统”)，学术界及工业界基于以下两类思路定义了多种多馈入短路比指标：第一类是基于系统潮流方程推导了设备间的电压相互影响，衍生出经典的 CIGRE 多馈入短路比(multi-infeed SCR, MSCR)<sup>[6-7,12]</sup>。该指标经改进，还得到了位置相关短路比(site-dependent short circuit ratio, SDSCR)<sup>[13]</sup>，多场站短路比(multi-renewable energy station short circuit ratio, MRSCR)<sup>[14]</sup>，等效短路比(equivalent circuit-based

SCR, ESCR)<sup>[7]</sup>和带交互因子的短路比(the SCR with interaction factors, SCRIF)<sup>[4]</sup>等指标。另一种是基于系统的灵敏度方程，从系统稳定的必要条件反推多馈入短路比指标的定义，如广义短路比(generalized short circuit ratio, gSCR)<sup>[15-19]</sup>、综合短路比(integrated short circuit ratio, ISCR)<sup>[20-21]</sup>等指标，从而实现系统安全稳定裕度的量化。

然而，无论是哪种多馈入短路比指标，在描述电网强度是否合理这个问题上，学术界和工业界尚未形成共识。迄今为止，一般大家只认可多馈入短路比/电网强度和系统强度之间存在正相关性，但物理机理不明。另外，一些标准要求接入点的电网强度达到合理水平<sup>[4,11]</sup>，却难以给出电网强度指标的合理定义及指标阈值的选择标准。这些现象背后的一个重要原因为，电网强度指标和系统电压响应性能之间的解析关系不明确，物理意义不清晰，导致分析结论缺乏严谨性。此外，也有观点认为，电网强度指标忽略了设备的动态，是一种基于开环系统的静态指标；而系统强度需要考虑设备的动态，是针对闭环系统的概念。那么为什么基于开环的、静态的电网强度指标可用于量化闭环的、动态的系统强度，目前也缺乏理论支撑。

为回答上述问题，本文聚焦小扰动系统强度问题，主要工作包括：首先，从抗扰性、小扰动同步稳定性和静态电压稳定性 3 个维度描述系统强度特性，阐述基于广义短路比的电网强度指标与系统强度特性之间的解析关系，回顾基于广义短路比的多馈入系统强度量化方法，厘清系统强度-电网强度-设备临界短路比三者之间的内在联系；其次，为分析多馈入系统强度/电压响应性能是否达标，讨论基于电网广义短路比和设备临界短路比的系统强度集中判据；另外，为了便于应用，提出节点广义短路比指标及其分散判据，并论证传统 CIGRE 多馈入短路比本质是一种保守程度较高且扩展性不佳的节点广义短路比；进一步，提出基于广义短路比的多馈入系统强度和裕度的量化分析方法，并讨论短路比的适用范围；最后，基于算例验证上述方法及观点的正确性。

## 1 预备知识

### 1.1 $D$ 范数及其相关概念

设  $D$  为对称正定矩阵，其诱导出的向量范数和矩阵范数分别如下：

定义 1.1(向量  $D$  范数): 对任意向量  $x \in C^n$ , 其  $D$  范数<sup>[22]</sup>表示为

$$\|x\|_D = \sqrt{\langle x, Dx \rangle} = \|D^{1/2}x\|_2 \quad (1)$$

式中  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  和  $\|\cdot\|_2$  分别表示向量的内积和 2 范数。

定义 1.2(矩阵  $D$  范数): 对任意复空间中的矩阵  $A \in C^{n \times n}$ , 其诱导矩阵  $D$  范数定义如下:

$$\|A\|_D = \max_{\|x\|_D \neq 0} \frac{\|Ax\|_D}{\|x\|_D} \quad (2)$$

根据定义, 式(2)中  $D$  范数可表示为

$$\|A\|_D = \|D^{1/2}AD^{-1/2}\|_2 = \bar{\sigma}(D^{1/2}AD^{-1/2}) = 1/[\underline{\sigma}(D^{1/2}A^{-1}D^{-1/2})] \quad (3)$$

式中  $\bar{\sigma}(\cdot)$  和  $\underline{\sigma}(\cdot)$  分别为求矩阵最大和最小奇异值。

定义 1.3(传递函数矩阵  $D$  范数): 传递函数矩阵  $G(s)$  在频率  $\omega$  处和全频段的诱导矩阵  $D$  范数分别定义为:

$$\|G(j\omega)\|_D = \max_{\|u\|_D \neq 0} \frac{\|G(j\omega)u(j\omega)\|_D}{\|u(j\omega)\|_D} \quad (4)$$

$$\|G(j\omega)\|_{D\infty} = \max_{\forall \omega} \{\|G(j\omega)\|_D\} \quad (5)$$

式中:  $u(s)|_{s=j\omega}$  表示扰动向量;  $s$  为拉普拉斯算子。

根据矩阵 2 范数的性质, 可得式(4)和(5)中  $D$  范数的计算公式为:

$$\|G(j\omega)\|_D = \|D^{1/2}G(j\omega)D^{-1/2}\|_2 = \bar{\sigma}[D^{1/2}G(j\omega)D^{-1/2}] = 1/[\underline{\sigma}(D^{1/2}G^{-1}(j\omega)D^{-1/2})] \quad (6)$$

$$\|G(j\omega)\|_{D\infty} = \max_{\forall \omega} \{\bar{\sigma}[D^{1/2}G(j\omega)D^{-1/2}]\} = 1/[\min_{\forall \omega} \{\underline{\sigma}(D^{1/2}G^{-1}(j\omega)D^{-1/2})\}] \quad (7)$$

若  $\|G(j\omega)\|_{D\infty}$  越大, 表明该系统对扰动  $u(s)$  的最大放大倍数越大, 系统性能也更差。因此,  $\|G(j\omega)\|_{D\infty}$  指标可用于量化系统受扰后的响应性能<sup>[23-24]</sup>。

为便于后文阐述, 本节还引进了与非负矩阵谱半径(所有矩阵特征值取模并求最大值)估计相关的基本定理, 具体如下:

引理 1.1<sup>[25]</sup>: 设  $A$  为  $n$  阶非负矩阵, 其谱半径  $\rho(A)$  的估计如式(8)所示。其中, 当式(8)中正整数  $k$  分别取 0 和 1 时, 可分别得到式(9)和(10), 且式(8)中的估计精度随着  $k$  值的增加而提高。

$$\min_i \frac{r_i(A^{k+1})}{r_i(A^k)} \leq \rho(A) \leq \max_i \frac{r_i(A^{k+1})}{r_i(A^k)} \quad (8)$$

$$\min_i r_i(A) \leq \rho(A) \leq \max_i r_i(A) \quad (9)$$

$$\min_i [\sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{r_j(A)}{r_i(A)}] \leq \rho(A) \leq \max_i [\sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{r_j(A)}{r_i(A)}] \quad (10)$$

式中:  $r_i(A)$  为矩阵  $A$  的第  $i$  行行和( $i=1, \dots, n$ );  $a_{ij}$  为矩阵  $A$  的第  $i$  行第  $j$  列元素。

### 1.2 用到的一些术语和符号

为方便后文描述, 本节给出几个术语说明。

1) 开环(闭环)系统: 计及电力电子设备动态特性的系统被称为闭环系统; 开环系统是闭环系统中保留设备稳态电流注入(平衡点不变)但忽略其动态的系统。

2) 闭环系统响应性能: 描述闭环系统受扰后的动态响应特性。本文关注小扰动响应性能, 且从抗扰性、静态电压稳定性、同步稳定性(特指锁相带宽及其以下频带的小扰动稳定性)三个维度描述, 暂不考虑频率响应性能。

3) 系统电压支撑强度(简称系统强度): 描述闭环系统响应性能的术语; 系统强度高, 指系统在受到相同扰动下有更好的响应性能, 即系统具备更大的裕度。

4) 电网强度: 区别于系统强度, 是描述系统中交流电网特性的术语, 反映了交流电网对并网设备的电压支撑能力, 一般用短路比指标量化。

5) 设备/场站临界短路比(简称设备临界短路比): 保证单设备/场站性能所需要最小短路比。它由设备/场站本身的控制策略和参数决定, 描述了设备/场站对电网强度的耐受能力。为了阐述方便, 后文统一称为“设备临界短路比”。

文中部分变量和符号说明如表 1 所示。

表 1 后文所用符号和缩写说明

Table 1 Notations and abbreviations used hereafter

符号	含义
$H(s)$ 和 $T(s)$	闭环传递函数及其逆矩阵
$S_B$	各设备容量构成的 $n$ 维对角矩阵
$I_p$	$p$ 维单位矩阵
$D=S_B \otimes I_2$	各设备容量构成的 $2n$ 维对角矩阵
SCR	单馈入短路比
gSCR	广义短路比
MSCR <sub><math>i</math></sub>	CIGRE 多馈入短路比(为便于表述, 也称为传统多馈入短路比)
NgSCR <sub><math>i</math></sub>	母线 $i$ 的节点广义短路比
SCR <sub>0</sub>	设备/场站临界短路比, 简称设备临界短路比
$Z, Y, B$	仅保留设备母线的工频节点阻抗/导纳/电纳矩阵
$Z_{ij}=R_{ij}+jX_{ij}$	矩阵 $Z$ 的第 $i$ 行第 $j$ 列元素(标么值)
$Z_m=[ Z_{ij} ]_{m \times m}$	矩阵 $Z$ 中各元素取模后得到的实数矩阵
$Y_m = Z_m^{-1}$	矩阵 $Z_m$ 的逆矩阵
$L_{ij}, B_{ij}$	母线 $i$ 和 $j$ 间线路电感/电纳(标么值); $B_{ij}=1/L_{ij}$
$\Delta a$	变量 $a$ 的微增量
$\det(\cdot)$	求矩阵的行列式
$\rho_c$	多馈入系统强度/裕度

## 2 问题描述

### 2.1 多馈入系统及其动态性能要求

考虑如图 1 所示的多电力电子设备/场站馈入的电力系统，其中设备包含直驱风机、光伏、静止无功发生器(static var generation, SVG)等，交流网络包含线路、负荷和同步机等。

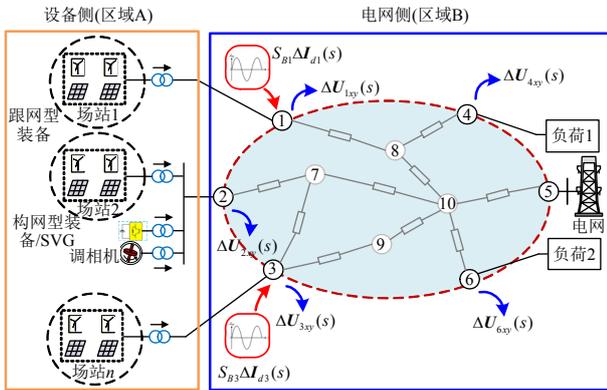


图 1 考虑扰动后的多馈入系统

Fig. 1 Multi-infeed system under disturbance.

为了保证电力系统的安全稳定运行，系统受扰后各母线电压响应需满足一定的性能要求。响应性能分为稳定性和鲁棒性两大方面。其中，稳定性主要考虑锁相环及以下带宽的同步稳定性和电压稳定性，这几种稳定性和短路比的相关性较强。鲁棒性按扰动来源分为参数鲁棒性和性能鲁棒性，前者是考虑模型参数或结构的不确定性后仍能保持稳定的能力<sup>[26-27]</sup>，即对模型扰动的忍受能力；性能鲁棒性是描述系统抵御输入扰动的能力，如风光出力变化带来的电压波动是否在合理范围。值得一提的是，当扰动有界时，根据小增益定理<sup>[23]</sup>，闭环系统的参数鲁棒和性能鲁棒的描述方法相同，故本文只分析性能鲁棒性，同时为了表述直观，用“抗扰性”来代替鲁棒性。

综上所述，闭环系统受到外界小扰动后的电压响应性能，具体包含了如下 3 点：

- 1) 静态电压稳定性。保证系统平衡点的存在性，是系统运行最基本的要求。
- 2) 小扰动同步稳定性。本文聚焦锁相环主导及其带宽以下的小扰动稳定问题，也被归类为小扰动同步稳定或小扰动电压稳定<sup>[28-29]</sup>。
- 3) 抗扰性。系统受到外界扰动时，交流母线电压响应幅值的剧烈程度。

注 1：静态电压稳定性可认为是抗扰性和小扰动同步稳定性在工频的特例。系统静态电压稳定性

可由代数方程的分岔理论去分析<sup>[30]</sup>，学术界常将它看成单独的一类问题进行研究，故本文将静态电压稳定性也单独作为一个维度。

### 2.2 系统强度的工程需求

工业界常用系统电压支撑强度(简称“系统强度”)的定性概念来描述系统响应性能，并用于直观评估系统的安全稳定裕度。因此，系统安全稳定运行要求具备足够的系统强度，即在遭受扰动条件下各母线电压需要具备较好的动态响应性能和足够的裕度。跟上述讨论的系统响应性能对应，后文将从抗扰性、小扰动同步稳定性和静态电压稳定性 3 个维度探讨系统强度的问题。

值得一提的是，系统稳定性可由系统特征值决定，而系统鲁棒性可由闭环传递函数的奇异值决定，具体公式将在后文 3.2 节中详细展开。还需要特别强调的是，系统强度是个定性且抽象的概念，不仅适用于描述本文所讨论的几种性能，还可用于描述扰动后系统的频率<sup>[31]</sup>、过电压<sup>[32]</sup>等众多安全稳定问题，但限于篇幅本文不做深入讨论。

### 2.3 电网强度的工程需求

图 1 所示的多馈入系统包含设备和电网两部分，当设备动态特性一定时，电网特性就决定了系统的动态特性。为了描述系统性能，工业界还提出了只用交流电网和设备容量参数的“电网强度”概念，用于表征交流电网对接入设备的相对强弱，并希望用于直观地反映系统的动态响应性能或系统强度。此外，为确保多馈入系统的安全稳定运行，多个机构和组织制定了标准，要求新能源、直流等设备接入的电网具有足够的电网强度<sup>[4-11]</sup>，并常用短路比指标进行量化和描述。

### 2.4 拟解决问题

基于以上分析可知：为保证系统具有良好的响应性能，工业界常利用闭环系统的系统强度概念来定性描述这种能力，并希望利用电网强度反应系统强度，即用图 1 中电网(区域 B)的性质来描述包含设备和电网(区域 A 和 B)的闭环系统性能。图 2 给出了响应性能、系统强度以及电网强度间的关系。然而，描述开环系统特性的电网强度与描述闭环响应性能的系统强度的内在联系仍然不清晰。

为解决这些疑惑，两个根本的问题需要探讨：

问题 1：电网强度指标和系统响应性能的关系是什么，如何将电网强度与系统强度联系在一起？

问题 2：如何定义短路比才能定量而不仅是定



图2 各术语间的逻辑关系

Fig. 2 Logical relationships between multiple terms

性地分析系统强度/性能，并反映系统的裕度？

### 3 系统强度描述方法

#### 3.1 多馈入系统动态建模

为便于揭示电网强度与系统强度之间的内在联系，考虑简单的标称多馈入系统(更复杂的场景，如包含 SVG、非同构跟网型变流器、构网型变流器、调相机和广义负荷等设备将在第 6 节展开讨论)，该系统包含  $n$  个变流器母线， $m$  个无源母线和 1 个电网等值母线(即无穷大母线)，其满足如下条件<sup>[15-16]</sup>：

- 1) 接入设备的动态特性相似(同构设备)；
- 2) 交流电网中所有线路的阻抗比(特指线路电阻与电抗间的比值，符号表示为  $\tau=R/X$ )均相同；
- 3) 交流电网中电容动态对所研究的锁相环带宽及其以下的振荡模态影响较小。

在全局  $xy$  坐标系下，建立图 1 所示系统的线性化模型并消去中间母线，得到如图 3 所示以  $\Delta I_r(s)$  为输入和  $\Delta U_{xy}(s)$  为输出的闭环传递函数模型。其中， $\Delta U_{xy}(s)$  和  $\Delta I_{xy}(s)$  分别为各设备端口电压和电流微增量构成的列向量； $\Delta I_r(s)$  表示以设备自身容量为基准归一化后得到的电流扰动向量； $Y_{IBR}(s)$  表示设备导纳传递函数矩阵； $Z_{net}(s)$  表示交流网络的阻抗矩阵。

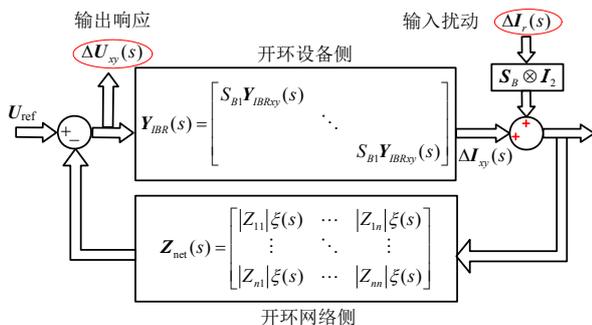


图3 标称多馈入系统闭环传递函数模型

Fig. 3 Nominal closed-loop model of n-infeed system

不失一般性，下面在额定工况条件下推导图 3

所示系统的闭环传递函数表达式。对于非额定工况运行条件，仅需要将对应的电压和容量换成实际电气量即可，本文不详细展开讨论。

首先，在全局同步坐标系下，交流电网的端口电压微增量  $\Delta U_{xy}(s)$  和电流微增量  $\Delta I_{xy}(s)$  的灵敏度方程<sup>[16]</sup>表示为

$$-\Delta U_{xy} = \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) & \dots & Z_{1n}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) & \dots & Z_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1}(s) & Z_{n2}(s) & \dots & Z_{nn}(s) \end{bmatrix}}_{Z_{net}(s)} \Delta I_{xy} \quad (11)$$

式中  $Z_{net}(s)$  为仅保留设备母线的宽频阻抗矩阵，也是电压增量对电流增量的灵敏度矩阵，其第  $i$  行第  $j$  列元素为  $Z_{ij}(s) = \begin{bmatrix} R_{ij} + s/\omega_0 \cdot X_{ij} & -X_{ij} \\ X_{ij} & R_{ij} + s/\omega_0 \cdot X_{ij} \end{bmatrix}$ ，

$\omega_0$  为同步旋转速度。

当线路阻抗比相同时， $Z_{net}(s)$  可进一步用工频阻抗矩阵  $Z_m = [Z_{ij}]_{n \times n}$  表示，即

$$-\Delta U_{xy} = \underbrace{[Z_m \otimes \zeta(s)]}_{Z_{net}(s)} \Delta I_{xy} \quad (12)$$

$$\text{式中 } \zeta(s) = \frac{1}{\sqrt{\tau^2 + 1}} \begin{bmatrix} s/(\omega_0 + \tau) & -1 \\ 1 & s/(\omega_0 + \tau) \end{bmatrix}.$$

其次，在全局坐标系下电压微增量  $\Delta U_{xy}(s)$  和电流微增量  $\Delta I_{xy}(s)$  的灵敏度方程<sup>[16]</sup>为

$$\Delta I_{xy} = \underbrace{[S_B \otimes Y_{IBRxy}(s)]}_{Y_{IBR}(s)} \Delta U_{xy} \quad (13)$$

式中： $Y_{IBRxy}(s)$  表示各变流器以自身容量为基准标么化后得到的导纳传递函数矩阵； $S_B = \text{diag}(S_{Bi})$ ， $S_{Bi}$  为设备  $i$  的额定容量； $\text{diag}(\cdot)$  表示对角矩阵。

最后，考虑各设备端口的扰动量大小与设备容量成正比，故在图 3 传递函数框图中的扰动输入向量  $\Delta I_r(s)$  存在系数矩阵  $S_B \otimes I_2$ 。进一步，基于图 3 并结合式(12)和(13)可得，扰动向量  $\Delta I_r(s)$  到输出向量  $\Delta U_{xy}(s)$  的闭环传递函数  $H(s)$  满足：

$$\Delta U_{xy}(s) = [Z_{net}(s)^{-1} + Y_{IBR}(s)]^{-1} (S_B \otimes I_2) \cdot \Delta I_r(s) = H(s) \Delta I_r(s) \quad (14)$$

式中：

$$H(s) = [S_B^{-1} Z_m^{-1} \otimes \zeta(s)^{-1} + I_n \otimes Y_{IBRxy}(s)]^{-1} \quad (15)$$

#### 3.2 闭环系统电压响应性能及系统强度描述

要分析闭环传递函数  $H(s)$  的性质及系统性能，只需分析其逆矩阵  $T(s)$  即可，其中  $T(s)$  为

$$\mathbf{T}(s) = \mathbf{H}^{-1}(s) = \mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{Z}_m^{-1} \otimes \boldsymbol{\zeta}(s)^{-1} + \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Y}_{IBRxy}(s) \quad (16)$$

1) 抗扰性：根据控制理论，系统的抗扰性能由其闭环传递函数的范数决定<sup>[23-24]</sup>，本文利用  $\|\mathbf{H}(j\omega)\|_{D_\infty}$  来量化(其中  $\mathbf{D} = \mathbf{S}_B \otimes \mathbf{I}_2$ )。基于式(7)得：

$$\|\mathbf{H}(j\omega)\|_{D_\infty} = \kappa^{-1} \quad (17)$$

式中： $\kappa$ 为矩阵  $\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(j\omega) \mathbf{D}^{-1/2}$  在全频段上的最小奇异值(定义见式(18))， $\kappa$ 越大则抗扰性能越好。

$$\kappa = \min_{\forall \omega} \{\sigma[\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(j\omega) \mathbf{D}^{-1/2}]\} \quad (18)$$

2) 小扰动同步稳定性：系统的小扰动同步稳定性由系统的特征值决定，即满足  $\det[\mathbf{T}(s)] = 0$  或  $\sigma[\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(s) \mathbf{D}^{-1/2}] = 0$  的零点<sup>[15-16]</sup>。若系统主导特征值  $s_d$  位于复平面左半平面，则该系统稳定；且离虚轴越远(或  $s_d$  的阻尼比越大)，系统稳定裕度越大。

3) 静态电压稳定性：令  $s=0$ ，矩阵  $\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(0) \mathbf{D}^{-1/2}$  的最小特征值/奇异值反映了静态电压稳定裕度<sup>[30]</sup>。若系统在稳定边界时，满足  $\kappa_0 = \sigma[\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(0) \mathbf{D}^{-1/2}] = 0$ 。值得一提的是，当系统接近稳定极限时，最小特征值/奇异值指标的线性特性可能较差，此时可以考虑这些指标的二次函数<sup>[30]</sup>。

由上述分析可知，系统的闭环电压响应性能可由传递函数  $\mathbf{T}(s)$  的特性描述，具体来说：

1) 令  $s = j\omega$ ，求  $\min_{\forall \omega} \{\sigma[\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(j\omega) \mathbf{D}^{-1/2}]\}$  得  $\kappa$ ，来描述系统的抗扰性能，其数值不能过小；

2) 解  $\det[\mathbf{T}(s)] = 0$  或  $\sigma[\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(s) \mathbf{D}^{-1/2}] = 0$  得系统主导特征值  $s_d$ ，其在复平面中的位置需在左半平面且不能过于靠近虚轴(或阻尼比不能过小)；

3) 令  $s=0$ ，由矩阵  $\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(0) \mathbf{D}^{-1/2}$  的最小特征值或最小奇异值得  $\kappa_0$ ，其数值不能过小。

综上所述，为了解析地描述多馈入系统的闭环响应性能，可基于矩阵  $\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(s) \mathbf{D}^{-1/2}$  的最小奇异值或主导特征值的阻尼比作为系统强度的量化指标。

## 4 系统强度与电网强度的关系

本节分析系统强度指标与基于短路比的电网强度指标间的解析关系，以阐述电网强度和系统强度之间的内在联系。

### 4.1 电网强度指标回顾

单馈入系统中，SCR 是学术界和工业界较认可的量化指标。但针对多馈入系统，存在不同形式的短路比指标：CIGRE 多馈入短路比及其改进指标，如 MSCR<sup>[6-7,12]</sup> 和 MRSCR<sup>[14]</sup>；广义短路比 gSCR<sup>[15-19]</sup> 等。

为了便于后文讨论，本文以 MSCR 和 gSCR 两类典型指标为例，给出线路阻抗比相同时指标的定义形式。为便于表达，先给出阻抗比相同时矩阵  $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{Z}_m$  和  $\mathbf{B}$ (其对角元符号为正)的关系：

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \sqrt{\tau^2 + 1} \cdot e^{j\phi} \mathbf{B}^{-1} \\ \mathbf{Z}_m = [|\mathbf{Z}_{ij}|]_{m \times n} = \sqrt{\tau^2 + 1} \cdot \mathbf{B}^{-1} \end{cases} \quad (19)$$

式中  $\phi$  表示线路阻抗角，实际一般接近  $90^\circ$ 。

对于母线  $i$ ，MSCR <sub>$i$</sub>  指标的表达式为

$$\text{MSCR}_i = S_{aci} / (S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^n \text{MIIF}_{ij} \cdot S_{Bj}) = (1/|\mathbf{Z}_{ii}|) / (S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^n \text{MIIF}_{ij} \cdot S_{Bj}) \quad (20)$$

式中： $S_{aci}$  为母线  $i$  处的短路容量，其数值可基于短路电流或基于阻抗计算获得； $\text{MIIF}_{ij} = |\mathbf{Z}_{ij}|/|\mathbf{Z}_{ii}|$  为设备  $i$  和  $j$  间的相互作用系数。

选择 MSCR <sub>$i$</sub> ( $i=1, \dots, n$ ) 中的最小值 MSCR<sub>min</sub> 作为多馈入系统整体的电网强度指标，具体为

$$\text{MSCR}_{\min} = \min_{i=1, \dots, n} \{\text{MSCR}_i\} \quad (21)$$

广义短路比 gSCR 指标有多种等价的定义和计算方法<sup>[15-19]</sup>，具体表达式为(基于母线的指标见第 5.2 节)：

$$\text{gSCR} \triangleq \min \lambda(\mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{Z}_m^{-1}) = \min \lambda(\mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{Y}_m) = 1 / \max \cdot \lambda(\mathbf{Z}_m \mathbf{S}_B) = \sigma(\mathbf{S}_B^{-1/2} \mathbf{Z}_m^{-1} \mathbf{S}_B^{-1/2}) = \bar{\sigma}^{-1}(\mathbf{S}_B^{1/2} \mathbf{Z}_m \mathbf{S}_B^{1/2}) \quad (22)$$

式中  $\lambda(\cdot)$  和  $\bar{\sigma}(\cdot)$  [ $\sigma(\cdot)$ ] 分别表示求矩阵特征值和最大(最小)奇异值。特别地，当忽略线路电阻时，gSCR<sup>[15-19]</sup> 可简化为

$$\text{gSCR} \triangleq \min \lambda(\mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{B}) = \sigma(\mathbf{S}_B^{-1/2} \mathbf{B} \mathbf{S}_B^{-1/2}) \quad (23)$$

线路阻抗比相同时，矩阵  $\mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{B}$  的特征值均为正实数<sup>[15-16]</sup>，所以矩阵  $\mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{Z}_m^{-1} = (1/\sqrt{\tau^2 + 1}) \cdot \mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{B}$  的特征值也均为正实数，故 gSCR 为正实数。

当  $n=1$  时，MSCR 和 gSCR 均退化为单馈入短路比，即：

$$\text{SCR} = \mathbf{S}_B^{-1} \mathbf{Z}_m^{-1} \quad (24)$$

### 4.2 广义短路比的物理意义

考虑旋转坐标系下频率为  $\omega_r$  ( $\omega_r = 0$  对应工频)、幅值为  $\mathbf{S}_B \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r$  (以设备自身容量为基准进行归一化)的三相对称电流作为扰动注入时，图 1 中交流网络电压和电流相量的微增量之间满足：

$$\Delta \tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{Z}(\omega_r) \cdot \mathbf{S}_B \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r \quad (25)$$

式中： $\Delta \tilde{\mathbf{U}}$  和  $\Delta \tilde{\mathbf{I}}_r$  分别表示由各设备母线电压和电流

增量构成的向量;  $\mathbf{Z}(\omega_r)=[Z_{ij}(\omega_r)]_{n \times n}$  表示阻抗矩阵, 其元素为  $Z_{ij}(\omega_r)=R_{ij}+j(\omega_0+\omega_r)/\omega_0 \cdot X_{ij}$ 。

当线路阻抗比相同时, 式(25)可进一步表示为

$$\Delta \tilde{\mathbf{U}}=A(\omega_r) \cdot (\mathbf{Z}_m \cdot \mathbf{S}_B) \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r \quad (26)$$

其中:

$$A(\omega_r)=\frac{\tau}{\sqrt{1+\tau^2}}+j \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2}} \frac{\omega_r+\omega_0}{\omega_0} \quad (27)$$

进一步, 定义  $n$  个端口电压和电流增量的综合长度分别为:

$$\|\Delta \tilde{\mathbf{U}}\|_D \triangleq \sqrt{S_{B1}|\Delta U_1|^2+\dots+S_{Bn}|\Delta U_n|^2} \quad (28)$$

$$\|\Delta \tilde{\mathbf{I}}_r\|_D \triangleq \sqrt{S_{B1}|\Delta I_{r1}|^2+\dots+S_{Bn}|\Delta I_{rn}|^2} \quad (29)$$

式中  $\Delta U_i$  和  $\Delta I_{ri}$  分别为对应向量的第  $i$  个元素。

结合式(26)–(29)可得, 电压增量对电流增量的放大倍数  $\eta$  满足:

$$\eta=\frac{\|\Delta \tilde{\mathbf{U}}\|_D}{\|\Delta \tilde{\mathbf{I}}_r\|_D}=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n[S_{Bi}|\Delta U_i|^2]}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n[S_{Bi}|\Delta I_{ri}|^2]}}=\frac{\|\mathbf{S}_B^{1/2} \Delta \tilde{\mathbf{U}}\|_2}{\|\mathbf{S}_B^{1/2} \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r\|_2}=\left|A(\omega_r)\right| \cdot \frac{\|\mathbf{S}_B^{1/2} \mathbf{Z}_m \mathbf{S}_B^{1/2} \mathbf{S}_B^{1/2} \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r\|_2}{\|\mathbf{S}_B^{1/2} \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r\|_2} \leq\left|A(\omega_r)\right| \cdot \frac{\|\mathbf{S}_B^{1/2} \mathbf{Z}_m \mathbf{S}_B^{1/2}\|_2 \cdot \|\mathbf{S}_B^{1/2} \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r\|_2}{\|\mathbf{S}_B^{1/2} \Delta \tilde{\mathbf{I}}_r\|_2}=\left|A(\omega_r)\right| \cdot \|\mathbf{S}_B^{1/2} \mathbf{Z}_m \mathbf{S}_B^{1/2}\|_2=|A(\omega_r)| \cdot 1 /(\text{gSCR}) \quad (30)$$

式中等号当且仅当  $\Delta \mathbf{I}_r^+$  和  $\mathbf{S}_B^{1/2} \mathbf{Z}_m \mathbf{S}_B^{1/2}$  的右奇异向量(对应最大奇异值)平行时成立。

对比式(30)和(22)中 gSCR 的定义可得:

$$\frac{1}{\text{gSCR}}=\frac{1}{|A(\omega_r)|} \cdot \max_{\|\Delta \mathbf{I}_r^+\|_D \neq 0}\left\{\frac{\|\Delta \mathbf{U}^+\|_D}{\|\Delta \mathbf{I}_r^+\|_D}\right\} \quad (31)$$

由式(31)可知: gSCR 反映了交流网络中电压对电流的最大灵敏度, 物理上可看成是一种网络连接强度指标。在工频下  $|A(\omega_r)|=1$ , gSCR 的倒数等于最大灵敏度; 非工频下, 最大灵敏度与扰动频率  $\omega_r$  呈线性关系, 这也是静态的 gSCR 指标可以用于分析动态稳定的原因之一。此外, 雅克比传递函数矩阵和阻抗矩阵可等价变换<sup>[16-17]</sup>, 故 gSCR 也反映了多端口网络中无功对电压的灵敏度。

注 2: 反映多端口网络的连接强度还有很多指标, 例如图半径、节点度和中心距离等<sup>[30]</sup>。另外, 传统多馈入短路比同样也可以看成是一种描述网络连接强度的指标。然而, 除了广义短路比外(详细

分析见 4.3 节), 一般较难找到这些指标与系统强度之间的解析关系, 导致这些指标在系统强度分析与量化时缺乏严谨性, 甚至出现错误的结论。

#### 4.3 广义短路比与系统强度的关系

本节利用多馈入系统的动态可近似解耦为多个单馈入系统动态的这一特殊性质, 分析广义短路比与系统强度指标之间的解析关系。

1) gSCR 与抗扰性的解析关系<sup>[23-24]</sup>。

由 3.2 节可知, 多馈入系统在平衡点处的抗扰性可由传递函数  $\mathbf{T}(s)$  求得的参数  $\kappa$  来表征, 即:

$$\kappa=\min_{\forall \omega}\left\{\sigma\left(\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(j \omega) \mathbf{D}^{-1/2}\right)\right\}=\min_{\forall \omega}\left\{\sigma\left[\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Y}_{IBRxy}(j \omega)+\mathbf{S}_B^{-1/2} \mathbf{Z}_m^{-1} \mathbf{S}_B^{-1/2} \otimes \boldsymbol{\zeta}(j \omega)^{-1}\right]\right\} \quad (32)$$

由于矩阵  $\mathbf{B}$  是实对称正定矩阵, 且  $\mathbf{Z}_m$  和  $\mathbf{B}$  之间满足式(19)所示关系, 故矩阵  $\mathbf{Z}_m^{-1}$  也是实对称正定矩阵。因  $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{S}_B$  都是对称正定矩阵, 故对式(32)中的矩阵  $\mathbf{S}_B^{-1/2} \mathbf{Z}_m^{-1} \mathbf{S}_B^{-1/2}$  进行奇异值/特征值分解得:

$$\mathbf{S}_B^{-1/2} \mathbf{Z}_m^{-1} \mathbf{S}_B^{-1/2}=\mathbf{M} \text{diag}\left(\sigma_i\right) \mathbf{N}^T \quad (33)$$

式中:  $\mathbf{M}$  和  $\mathbf{N}$  分别为正交矩阵且满足  $\mathbf{M} \mathbf{N}^T=\mathbf{I}_n$ ;  $\sigma_i$  为矩阵第  $i$  个特征值/奇异值, 满足  $0<\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_n$ 。由式(22)可知, 最小特征值/奇异值  $\sigma_1$  即为 gSCR。

结合(32)和(33)可得:

$$\kappa=\min_{\forall \omega}\left\{\sigma\left[\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Y}_{IBRxy}(j \omega)+\mathbf{M} \text{diag}\left(\sigma_i\right) \mathbf{N}^T \otimes \boldsymbol{\zeta}(j \omega)^{-1}\right]\right\}=\min_{\forall \omega}\left\{\sigma\left[\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Y}_{IBRxy}(j \omega)+\text{diag}\left(\sigma_i\right) \otimes \boldsymbol{\zeta}(j \omega)^{-1}\right]\right\}=\min_{\forall i}\left\{\min_{\forall \omega}\left[\sigma\left(\mathbf{Y}_{IBRxy}(j \omega)+\sigma_i \cdot \boldsymbol{\zeta}(j \omega)^{-1}\right)\right]\right\} \quad (34)$$

另一方面, 基于式(16)和(24), 单馈入系统闭环传递函数  $\mathbf{H}_{\text{single}}(s)$  的逆矩阵  $\mathbf{T}_{\text{single}}(s)$  可表示为

$$\mathbf{T}_{\text{single}}(s)=\mathbf{Y}_{IBRxy}(s)+\text{SCR} \cdot \boldsymbol{\zeta}(j \omega)^{-1} \quad (35)$$

其抗扰性可由  $\kappa_{\text{single}}(\text{SCR})$  来量化, 其表达式为

$$\kappa_{\text{single}}(\text{SCR})=\min_{\forall \omega}\left\{\sigma\left[\mathbf{Y}_{IBRxy}(j \omega)+\text{SCR} \cdot \boldsymbol{\zeta}(j \omega)^{-1}\right]\right\} \quad (36)$$

对比式(34)和(36)可得, 多馈入系统在平衡点处的抗扰性问题可等价分解为  $\text{SCR}=\sigma_i(i=1, \dots, n)$  的  $n$  个单馈入系统的抗扰性问题。对跟网型设备来说, SCR 越小抗扰性越差<sup>[16,33]</sup>, 故多馈入系统的抗扰性就取决于短路比最小的等效单馈入系统的抗扰性。因此, 式(34)可简化为计算第一个等效单馈入系统( $\text{SCR}=\sigma_1=\text{gSCR}$ )的性能函数  $\kappa_{\text{single}}$  即可, 即:

$$\kappa=\min_{\forall \omega}\left\{\sigma\left(\mathbf{D}^{1/2} \mathbf{T}(j \omega) \mathbf{D}^{-1/2}\right)\right\}=\kappa_{\text{single}}(\text{gSCR}) \quad (37)$$

2) gSCR 与小扰动稳定性的解析关系<sup>[15-17]</sup>。

由 3.2 节可知, 系统小扰动稳定性取决于特征

方程  $\det[\mathbf{T}(s)] = 0$  或  $\sigma[\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{T}(s)\mathbf{D}^{-1/2}] = 0$  的根，即：

$$0 = \det\{\mathbf{I}_n \otimes [\mathbf{Y}_{IBRxy}(s)] + \mathbf{S}_B^{-1/2}\mathbf{Z}_m^{-1}\mathbf{S}_B^{-1/2} \otimes \boldsymbol{\zeta}(s)^{-1}\} \quad (38)$$

基于式(33)，将式(38)进行因式分解得到多个低阶方程，其物理意义是多馈入系统的动态可解耦为多个单馈入系统的动态，且多馈入系统主导特征值  $s_d$  和单馈入系统的主导特征值  $s_d^{\text{single}}$  满足式(39)–(40)，详细过程可参考文献[16]。

$$\det[\mathbf{T}_{\text{single}}(s)] = \det[\mathbf{Y}_{IBRxy}(s) + \text{gSCR} \cdot \boldsymbol{\zeta}(s)^{-1}] = 0 \quad (39)$$

$$s_d = s_d^{\text{single}} = \varphi(\text{gSCR}) \quad (40)$$

式中性能函数  $\varphi(\cdot)$  是式(39)的反函数。

3) gSCR 与静态电压稳定的解析关系<sup>[17-19]</sup>。

静态电压稳定性取决于  $\boldsymbol{\kappa}_0 = \sigma[\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{T}(0)\mathbf{D}^{-1/2}]$  这个性能函数，而它是式(32)当  $\omega=0$  的特例，故类似式(37)，系统强度和广义短路比的解析关系为

$$\boldsymbol{\kappa}_0 = \boldsymbol{\kappa}_0^{\text{single}}(\text{gSCR}) = \sigma[\mathbf{Y}_{IBRxy}(0) + \text{gSCR} \cdot \boldsymbol{\zeta}(0)^{-1}] \quad (41)$$

综合式(37)、(40)和(41)可知，从抗扰性、小扰动稳定性以及静态电压稳定性 3 个角度都能得到基于 gSCR 的电网强度指标与描述系统强度的指标之间的函数解析关系，且这些性能函数只与设备外特性相关而与电网无关，即反映了设备的固有特性；交流电网引起系统强度的差异体现在函数自变量 gSCR 的数值上。因此，通过 gSCR 的引入，多馈入系统强度分析问题就等价转化为单馈入系统强度分析问题，从而得到了简便易行的量化原理。

#### 4.4 电网强度和系统强度关系的总结

系统强度和电网强度存在式(37)、(40)和(41)这种解析关系，而且这些性能函数由设备本身的特性决定，交流电网强度 gSCR 作为该函数的自变量。因此，系统强度由电网强度和动态共同决定，且当装备一定时(即性能函数一定)，广义短路比指标就可描述系统强度。反之，仅基于电网强度指标，无法确定系统强度和动态响应性能，故描述设备动态特性的性能函数也具有同样重要的地位<sup>[33]</sup>。

进一步，考虑到跟网设备动态特性随着短路比变小而变差<sup>[16,33]</sup>，故式(37)、(40)和(41)这些性能函数在一定范围内都是短路比的单调函数。换句话说，单个设备/场站接入短路比大的电网，系统响应性能更好。基于这个单调特性，就能确定设备/场站在达到给定性能要求所需的最小短路比(本文称之为“设备临界短路比”，用  $\text{SCR}_0$  表示，其描述了设备/场站对低短路比电网的一种耐受能力)，而设备

的临界短路比恰恰就是多馈入系统的临界广义短路比，记为“CgSCR<sub>0</sub>”(Critical gSCR)。

综合上述分析可得：1) 系统强度由广义短路比和设备临界短路比共同决定，反映了系统的动态性能及裕度；2) 设备临界短路比反映设备固有特性，广义短路比反映电网的固有特性，两者匹配才能保证闭环系统具有较好的性能。3) 当设备临界短路比一定时，广义短路比可定量地描述系统强度，从而回答了 2.4 节中所提出的问题 1。

## 5 基于广义短路比的系统性能分析判据

### 5.1 广义短路比集中判据

由 4 节的分析可得，当掌握了设备的动态后，利用式(37)、(40)和(41)能获得多种性能约束下的设备临界短路比  $\text{SCR}_0$ ，在实际工程中可通过解析计算或仿真测试等方式获得<sup>[33]</sup>，其过程为：改变单馈入系统的短路比，直到系统响应性能达到临界状态，此时电网短路比即为设备的临界短路比  $\text{SCR}_0$ ，也是多馈入系统的广义短路比临界值  $\text{CgSCR}_0$ 。

具体来说，当  $\boldsymbol{\kappa}_{\text{single}}$  等于给定阈值时，系统抗扰性能达到给定裕度要求，对应的临界短路比记为  $\text{SCR}_{10}$ ；当  $\det[\mathbf{T}_{\text{single}}(s)] = 0$  解得的系统主导特征值  $s_d^{\text{single}}$  具有给定阻尼比时，小扰动稳定性达到给定裕度要求，其对应的临界短路比记为  $\text{SCR}_{20}$ ；而当  $\boldsymbol{\kappa}_0^{\text{single}}$  达到给定阈值时，静态电压稳定性达到给定裕度要求，对应的临界短路比记为  $\text{SCR}_{30}$ 。取三者中的最大值，可得到同时考虑多种性能的  $\text{SCR}_0$  和  $\text{CgSCR}_0$ 。

注 3：在平衡点处系统的静态电压稳定性达标(或最低要求)可认为是其抗扰性和小扰动稳定性达标的先决条件，故  $\text{SCR}_{30}$  一般是上述 3 种临界短路比中数值最小的。

根据上述分析可知，基于 gSCR 和  $\text{SCR}_0$  可构成分析系统裕度/性能是否满足要求的集中判据：

集中判据：标称多馈入系统的系统裕度/性能达标的“充分必要条件”为

$$\text{gSCR} \geq \text{CgSCR}_0 = \text{SCR}_0 \quad (42)$$

需要指出的是，式(42)中 gSCR 仅与交流电网参数和设备容量参数有关，而设备临界短路比  $\text{SCR}_0$  仅与单设备动态有关，两者可以分开确定，实现了设备动态和电网动态的分离，其好处是可分别对电网强度和动态耐受能力提要求和措施，以确保系统满足式(42)。

此外,式(42)中的  $gSCR$  是一种系统级的电网强度指标,各母线强度的差异可由  $gSCR$  关于各设备容量的灵敏度指标来量化<sup>[16]</sup>:

$$\partial gSCR / \partial S_{Bi} = -gSCR \varphi_i^2 < 0, i=1, \dots, n \quad (43)$$

式中  $\varphi_i$  表示矩阵  $S_B^{-1} Z_m^{-1}$  最小特征值  $\sigma_1$  对应的右特征向量  $\varphi_1$  的第  $i$  个元素。

由式(43)可以发现:1)  $\partial gSCR / \partial S_{Bi}$  恒为负值,说明任意母线处接入设备的容量增加均会导致  $gSCR$  减小;2)  $\partial gSCR / \partial S_{Bi}$  的绝对值越大,说明母线  $i$  处接入设备的容量变化对电网强度来说越敏感,故  $\partial gSCR / \partial S_{Bi}$  可用于识别系统薄弱母线。类似思路也能用于识别薄弱线路,具体可见文献[16-17]。

## 5.2 广义短路比分散判据

为了指导实际系统的规划和运行,不同母线的强度指标形成分散判据更加便捷。为此,下面给出多种节点广义短路比指标。

广义短路比等于矩阵  $S_B^{-1} Z_m^{-1}$  的最小特征值,其为正实数,而矩阵  $S_B^{-1} Z_m^{-1}$  的逆矩阵  $Z_m S_B$  的最大特征值等于矩阵  $Z_m S_B$  的谱半径,从而可得:

$$gSCR = 1 / [\rho(Z_m S_B)] \quad (44)$$

由式(44)可知,  $gSCR$  等于非负矩阵  $Z_m S_B$  谱半径的倒数,再基于引理 1.1 中关于谱半径的性质,可得单个母线视角下的节点广义短路比(node generalized short-circuit ratio, NgSCR)指标。

基于引理 1.1 中式(8)~(9),可得:

$$\rho(Z_m S_B) \leq \max_i r_i(Z_m S_B) \Rightarrow gSCR \geq \min_i \frac{1}{r_i(Z_m S_B)} \quad (45)$$

定义母线  $i$  的第 1 种节点广义短路比为

$$NgSCR_i^{(1)} = \frac{1}{r_i(Z_m S_B)} = \frac{1/|Z_{ii}|}{S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^n gMIIF_{ij}^{(1)} \cdot S_{Bj}} \quad (46)$$

式中  $gMIIF_{ij}^{(1)} = |Z_{ij}| / |Z_{ii}|$  表示相互作用系数。

因此,结合式(42)、(45)和(46),可得如下判据:

分散判据 1: 多馈入系统的系统裕度/性能达标的充分条件 1 为

$$NgSCR_i^{(1)} \geq CgSCR_0 = SCR_0, i=1, \dots, n \quad (47)$$

该分散判据以设备临界短路比  $SCR_0$  为阈值,但其保守性较强,导致判据结果存在较大误差甚至发生误判(具体见 7.2 节算例)。进一步,基于式(8)(令  $k=1$  和 2),还能得到另外两种节点广义短路比指标及其分散判据。

分散判据 2: 多馈入系统的系统裕度/性能达标的充分条件 2 为

$$NgSCR_i^{(2)} \geq CgSCR_0 = SCR_0, i=1, \dots, n \quad (48)$$

式中  $NgSCR_i^{(2)}$  表示由第 2 个充分条件(令式(8)中  $k=1$ )导出的母线  $i$  的第 2 种节点广义短路比指标,其表达式为

$$NgSCR_i^{(2)} = \frac{1/|Z_{ii}|}{S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^n gMIIF_{ij}^{(2)} \cdot S_{Bj}} \quad (49)$$

$$\text{式中 } gMIIF_{ij}^{(2)} = \frac{|Z_{ij}|}{|Z_{ii}|} \times \frac{NgSCR_i^{(1)}}{NgSCR_j^{(1)}}。$$

分散判据 3: 多馈入系统的系统裕度/性能达标的充分条件 3 为

$$NgSCR_i^{(3)} \geq CgSCR_0 = SCR_0, i=1, \dots, n \quad (50)$$

式中  $NgSCR_i^{(3)}$  为第 3 个充分条件(令式(8)中  $k=2$ )导出的第 3 种节点广义短路比,其定义为

$$NgSCR_i^{(3)} = \frac{1/|Z_{ii}|}{S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^n gMIIF_{ij}^{(3)} \cdot S_{Bj}} \quad (51)$$

$$\text{式中 } gMIIF_{ij}^{(3)} = \frac{|Z_{ij}|}{|Z_{ii}|} \times \frac{NgSCR_i^{(1)}}{NgSCR_j^{(1)}} \times \frac{NgSCR_i^{(2)}}{NgSCR_j^{(2)}}。$$

由上述 3 种节点广义短路比指标和设备临界短路比指标可分别构成系统强度量化的 3 种分散判据。进一步,由引理 1.1 可得,随着  $p$  的增加分散判据 1~3 的保守性是逐渐降低的。特别地,若每个母线处的  $NgSCR_i^{(p)}$  均相等,那么分散判据和集中判据等价,这种系统在文献[17]中被称为“对称多馈入系统”。

## 5.3 广义短路比与传统多馈入短路比的关系

观察式(46)中  $NgSCR_i^{(1)}$  的定义可以发现,它与式(20)中  $MSCR_i$  指标的表达式相同,故 CIGRE 多馈入短路比就是第 1 种节点广义短路比。由此可知,如果也以设备临界短路比  $SCR_0$  为阈值,基于  $MSCR_i$  的分散判据为

$$MSCR_i \geq CgSCR_0 = SCR_0, i=1, \dots, n \quad (52)$$

然而,根据上文分析可知,系统强度与交流电网电压/电流之间的灵敏度相关,虽然 CIGRE 短路比是一种特殊的节点广义短路比,但它们各自的理论基础是不同的。前者是基于短路电流和电路代数运算范畴,在同步机主导的传统电力系统中短路电流刚好反映了灵敏度信息。然而,当电网中存在动

态无功补偿或构网型变流器等设备时，其电流限幅等非线形环节导致短路电流难以反映电网特性，也难以反映这些设备对电网的电压支撑作用，故以 CIGRE 短路比为基础的一系列指标往往都难以扩展到复杂场景。相比而言，广义短路比是交流电网灵敏度矩阵的一种诱导范数，反映了多端口交流网络电压对电流的最大灵敏度，其理论基础是多变量频域分析和矩阵论，故可借助矩阵性质使其应用场合更加通用，适用于包含动态支撑设备等复杂场景(详见第 6 节讨论)。

不仅如此，即使排除设备非线性限流带来的问题，只考虑简单的标称系统，那么除了对称的标称系统这种极少个例外<sup>[17]</sup>，基于传统多馈入短路比的判据(52)也是一个充分非必要条件，所得的系统强度分析结果往往非常保守，而且保守程度随着电网不同而不同。相比来说，所提出的后两种节点广义短路比的保守性得到了降低，既继承了 gSCR 指标的理论基础，又兼具分散判据的优势。一般来说，第 2 种节点广义短路比可以兼顾计算复杂度以及准确度，工程应用已经足够。

还需指出的是，工程上常常利用设备临界短路 SCR<sub>0</sub> 比作为多馈入短路比的临界值，并根据经验取设备(场站)临界短路比为 1.5(或 3)左右<sup>[7,33]</sup>。这个做法虽然便捷，但除了 gSCR 外，这么做一般缺乏理论依据。例如：CIGRE 多馈入短路比的临界值会随

着网络的变化而变化，即使同一组馈入设备也是如此；如要确定真实临界值，就要靠反复仿真分析并总结规律，实际应用起来不方便。由于上述原因，以 CIGRE 短路比为基础的多馈入短路比在实际工程应用中面临挑战。

此外，除了前文讨论的指标外，还有很多基于 CIGRE 短路比的改进指标。例如，通过比较设备接入前后引起的电压变化，从电压偏移角度导出短路比指标，如：MRSCR<sup>[14]</sup>和 SCRIF<sup>[4]</sup>等；将设备容量按一定系数折算至等效单机系统，得到复合短路比(composite short circuit ratio, CSCR)<sup>[4,7]</sup>和加权短路比(weighted short circuit ratio, WSCR)<sup>[4,7]</sup>等。这些导出思路都具有一定合理性，但在利用短路比定量化系统动态性能方面不严谨，属于启发式方法。事实上，对于一个电网强度量化指标，只要其数值上与跟网设备的容量呈现逆相关，那么基于该指标总是可以得出“并网设备接入容量越大，系统性能越差”这种定性的结论。从这个角度来说，短路比可以有无穷多种逻辑自洽的定义形式。然而，为了实现定量而非定性分析，且能从机理角度理解系统强度，短路比指标需要与系统强度之间有明确的关系，其临界值也应该有明确的物理意义和获取方法。针对简单的标称系统，表 2 从指标临界值及其判据等方面对多种多馈入短路比指标进行对比。

表 2 多馈入短路比指标在系统强度分析时的对比

Table 2 Comparison of the short-circuit-ratio indexes for system strength analysis

指标	指标临界值 SCR <sub>0</sub>	判据特点	判据推导基础	判据
MSCR <sup>[7]</sup>	仿真得真实临界值	临界值变化大，同一设备馈入不同电网临界值都不同		
SCRIF <sup>[4]</sup>	设备临界短路比	保守性较强，且保守程度随着电网的变化而变化	利用简化潮流方程	
MRSCR <sup>[14]</sup>	设备临界短路比	保守性较强，且保守程度随着	估计母线的电压偏移	ASCR>SCR <sub>0</sub>
改进 ESCR <sup>[38]</sup>		电网的变化而变化		注：ASCR 表示第
SDSCR <sup>[13]</sup>	取 SCR <sub>0</sub> =1	仅适用于静态电压稳定	从静态电压稳定维度描述系统稳定性	一系列的各种多馈入
gSCR <sup>[15-19]</sup>		系统级判据；相对准确		短路比表达式
NgSCR <sup>(1)</sup>	设备临界短路比	和 CIGRE 判据相同，保守性较强	以系统达到临界状态所满足的灵敏度	
NgSCR <sup>(2)</sup>		保守性较弱	方程为基础，推导出指标的合理定义	
NgSCR <sup>(3)</sup>		保守性弱且可控制在一定范围内		

## 6 基于广义短路比的多馈入系统强度分析

### 6.1 系统强度或裕度分析方法

基于上节广义短路比的判据可知，系统强度分析问题可转化为以下两个子问题：1) 电网强度量化问题，即计算 gSCR 或 NgSCR<sub>i</sub><sup>(p)</sup> (i=1, ..., n)；2) 设备耐受能力量化问题，即计算设备临界短路

比 SCR<sub>0</sub>。其中，子问题 1 仅涉及电网和设备容量参数，子问题 2 仅涉及设备信息，故可对电网强度和动态分别进行计算。具体方法如下：

1) gSCR 或 NgSCR<sub>i</sub><sup>(p)</sup> (i=1, ..., n)的计算可分为白箱法和黑箱法两种。其中白箱法理论简单，通过电网参数和设备容量矩阵  $S_B$  直接获得灵敏度矩阵。

对于黑箱法来说,可利用商业仿真软件(如BPA等)在各设备端口施加电流/功率扰动并辨识出灵敏度矩阵信息<sup>[34]</sup>。

2)  $SCR_0$  计算可分为解析算法、仿真/半实物实验法两种<sup>[16-17]</sup>。具体来说,当单个设备/场站的控制参数已知时, $SCR_0$ 可解析计算;若具有数字仿真模型或封装控制器,可构造单馈入仿真系统或实验测试方法获得。

上述用于判断系统强度的集中/分散判据仅保证了多馈入系统性能的最低要求。在工程上,为了应对一些不确定性因素,广义短路比不仅需要大于设备临界短路比,还要根据现场经验要求足够裕度,从而构成一些实用化判断方法。

为此,可定义  $gSCR$ (或  $NgSCR_{min}^{(p)}$ )和  $SCR_0$  指标的相对值  $\beta\%$ 。例如,需要保留至少  $\beta_0\%=20\%$  的裕度,即满足:

$$\beta\% \triangleq \frac{gSCR - SCR_0}{SCR_0} \times 100\% \geq \beta_0\% = 20\% \quad (53)$$

或

$$gSCR \geq (1 + \beta_0\%) \times SCR_0 = 120\% \times SCR_0 \quad (54)$$

式中:  $\beta_0\%$ 是工程上预先给定的裕度。

如果式(53)或(54)满足,则认为系统足够强,运行风险较低;否则认为系统弱。若  $gSCR$  接近  $SCR_0$ ,即裕度接近零,则计及一些不确定性因素后系统处于模糊地带,此时需要更细致的分析。相比而言,传统多馈入短路比也常采用类似的思路来构成系统强弱的分类标准,然而它们的模糊地带过宽,不利于指导系统规划和运行。

综上所述,多馈入系统强度或裕度的分析流程如图4所示,所提流程中将设备特性和电网特性先分离再协同。具体地,当设备动态确定后,设备临界短路比  $SCR_0$  不变,仅利用电网强度指标  $gSCR$

或  $NgSCR_i^{(p)} (i=1, \dots, n)$  即可来定量地描述系统强度/性能,并确定系统的稳定/抗扰裕度,从而回答了2.4节中所提出的问题2。

## 6.2 复杂场景下广义短路比分析方法的推广

在仅含同步机的交流电网中,同步机提供的短路电流可反映交流网络灵敏度信息。然而,当交流电网中包含了负荷和电力电子设备后,短路电流难以反映交流电网的灵敏度矩阵,也难以反映这些设备对电网的支撑作用,故传统多馈入短路比难以量化新型电力系统的系统强度或裕度。

相比来说,广义短路比反映的是网络电压对电流的最大灵敏度,故可拓展到更复杂的场景,具体原因:当电力系统中包含如图1所示不同类型(如直驱风机、光伏、SVG、构网型变流器、调相机和负荷等)或不同控制策略及参数的设备时,此时系统可认为是对标称多馈入系统的设备动态或网络动态的摄动,利用摄动理论对  $gSCR$  或  $SCR_0$  的计算作相应修正即可,具体可参考文献[17, 26, 35-37]等。具体地,根据摄动的来源,可划分为设备动态和电网动态两种摄动场景:

1) 设备动态的摄动:当考虑跟网型设备动态存在差异或考虑 SVG 接入等场景时,可认为对标称系统设备动态的摄动。此时,  $gSCR$ (或  $NgSCR_{min}^{(p)}$ ) 的计算方法不变,而  $SCR_0$  取决于设备动态特性的加权平均,可通过解析或实验方法获得,详细讨论可参考文献[17, 26, 35]。

2) 网络动态的摄动:当考虑构网型变流器、调相机或负荷接入,或所接入的母线相角差不能忽略等场景时,可认为是对标称系统交流网络的摄动。此时  $SCR_0$  的计算方法不变,而  $gSCR$ (或  $NgSCR_i^{(p)}$ ) 的计算需考虑构网型变流器、负荷特性、相角差等因素,详细讨论可参考文献[36-37]。

另外,即使在标称多馈入系统中,CIGRE 多馈入短路比的分散判据也非常保守,且推广到复杂场景时缺乏足够的理论支撑;相比之下,基于第2种和第3种节点广义短路比的分散判据继承了  $gSCR$  指标的理论基础,也可适用于上述更复杂的新型电力系统场景下的裕度量化问题。

## 7 算例分析

首先基于三馈入系统验证电网强度指标与系统强度的对应关系;其次,基于某实际新能源场站的电磁暂态模型,验证多种短路比判据的特点。

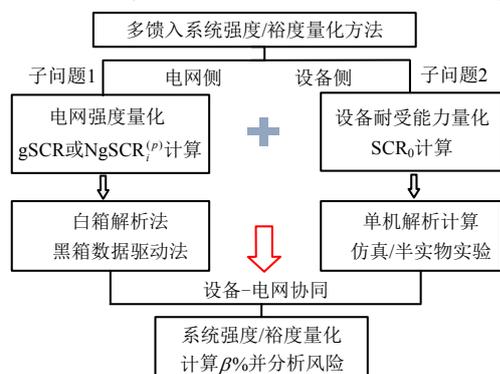


图4 系统强度分析流程

Fig. 4 Flow chart of system strength analysis

### 7.1 验证广义短路比与系统强度的关系

为了从抗扰性的角度验证 gSCR 指标与系统强度的解析关系，基于 MATLAB/Simulink 环境搭建如图 5 所示的三馈入系统。该系统的线路参数、变流器容量参数以及相同的变流器控制/电路参数分别如附录 A 表 A1、A2(参数①)和 A3 所示。

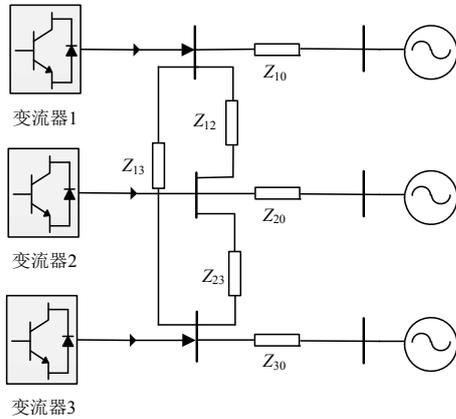


图 5 新能源三馈入系统

Fig. 5 3-infeed renewable energy system

具体地，通过改变图 5 中  $Z_{10}$ 、 $Z_{20}$ 、 $Z_{30}$  的阻抗值，可得到多组不同的网络参数。设  $M$  表示上述阻抗模值的等比例放大倍数(标称系统  $M=1$ )；当  $M$  逐渐从 1 变化到 2 时，表 3 从抗扰性的角度给出 5 组三馈入系统和  $SCR=gSCR$  的单馈入系统的系统强度指标  $\|H(j\omega)\|_{D\infty}$  和  $\|H_{single}(j\omega)\|_{D\infty}$  的数值大小。表 3 结果显示，两者近似相等，即单馈入系统的抗扰性能和三馈入系统的抗扰性能相同，故基于 gSCR 的电网强度指标和设备临界短路比可描述系统强度。

表 3 三馈入系统和对应单馈入系统的系统强度指标

Table 3 System strength metrics for 3-infeed system and the corresponding single-infeed system

$M$	gSCR	$K_{single}$	$\ H_{single}(j\omega)\ _{D\infty}$	$\ H(j\omega)\ _{D\infty}$
1.00	3.66	0.842	1.188	1.188
1.25	3.13	0.682	1.467	1.467
1.50	2.74	0.526	1.902	1.902
1.75	2.43	0.378	2.646	2.646
2.00	2.19	0.270	3.706	3.706

另外，文献[15-17]从系统小扰动稳定性的角度佐证了 gSCR 指标与系统稳定性的对应关系；文献[27]从参数鲁棒性的角度验证了 gSCR 指标与系统强度间的关系；文献[17, 26, 35-37]验证了计及动态无功补偿设备等复杂场景下系统强度的分析结果，限于篇幅此处不再赘述。值得一提的是，基于该简单算例能验证传统短路比指标在判稳时候的保守性，而且保守程度随着参数变化而变化，最大

可达 20%以上。例如，将变流器容量参数修改为附表 A2 中第 2 组参数，gSCR、 $MSCR_{min}$  以及设备临界短路比  $SCR_0$  的计算结果如表 4 所示。由表 4 可得，即使系统稳定，但  $MSCR_{min}$  却小于  $SCR_0$ ，而 gSCR 判据结果正确。此外，随着系统规模变大， $MSCR_{min}$  的保守性可能还会增强，这将在 7.2 节进一步探讨。

表 4 容量参数选择 b 和 c 时的指标数值

Table 4 Values of indexes under the capacity parameters b, c

容量参数	gSCR	$MSCR_{min}$	指标相对误差	$SCR_0$	主导特征值
②	1.83	1.50	22%	1.57	$-1.62 \pm 100.26i$

### 7.2 基于大系统验证不同短路比指标的适用性

基于 CloudPSS 平台搭建西北某实际新能源基地的电磁暂态仿真模型，如图 6 所示，并对比多种短路比指标在系统性能/裕度量化时的有效性。

该系统共包括 30 个新能源场站，其中每个场站的下标数字代表该场站内的新能源数目；图中节点 1~54 表示新能源节点；节点 54~93 表示中间节点；节点 94 为场站外电网等值节点。各新能源容量均为 1.0pu，其控制和电路参数如附表 B1 所示；标么化网络参数参见附表 B2。

首先，分析基于 gSCR 及设备临界短路比  $SCR_0$  的集中判据的有效性，需验证  $gSCR=SCR_0$  能否准确表征实际多馈入系统的稳定边界。具体地，通过单机仿真或解析方法得到  $SCR_0=1.88$ ；而多馈入系统的  $CgSCR_0$  的精确值也可通过仿真获得。当系统中各变流器选择附录 B 表 B3 中的容量参数①时，系统达到临界稳定状态，此时设备有功功率和电压的时域波形如图 7 所示，经计算  $CgSCR_0$  的精确值为 1.93。对比  $SCR_0$  和  $CgSCR_0$  的数值可知，两者近似相等，其相对误差为 2.6%，故可验证集中判据(42)的有效性。

其次，分析传统多馈入短路比和节点广义短路比的性质。表 5 给出了当系统中各变流器的容量分别选择附录 B 表 B3 中的参数②~④时，gSCR 以及各节点广义短路比的最小值( $MSCR_{min}$ ,  $NgSCR_{min}^{(2)}$ ,  $NgSCR_{min}^{(3)}$ )。3 组算例中 gSCR 均大于设备临界短路比  $SCR_0$ ，和集中判据得到系统稳定的结论一致。

最后，对比  $MSCR_i / NgSCR_i^{(1)}$ ,  $NgSCR_i^{(2)}$  和  $NgSCR_i^{(3)}$  这几种节点广义短路比判据的保守性。当选择参数②或③时， $MSCR_{min}$ 、 $NgSCR_{min}^{(2)}$  和  $NgSCR_{min}^{(3)}$  均大于  $SCR_0$ ，说明基于上述 3 种节点广

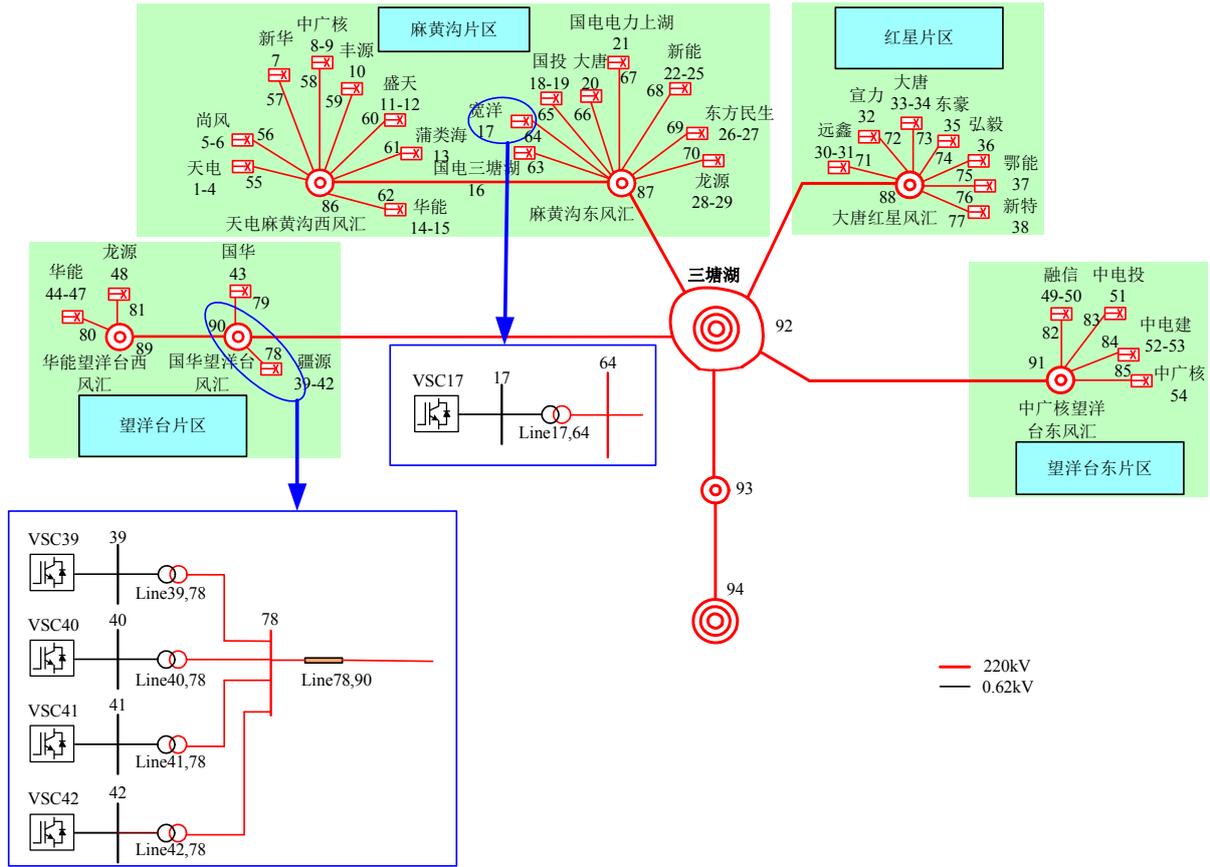


图6 某实际新能源场站拓扑图  
Fig. 6 Topology of a practical renewable energy plant

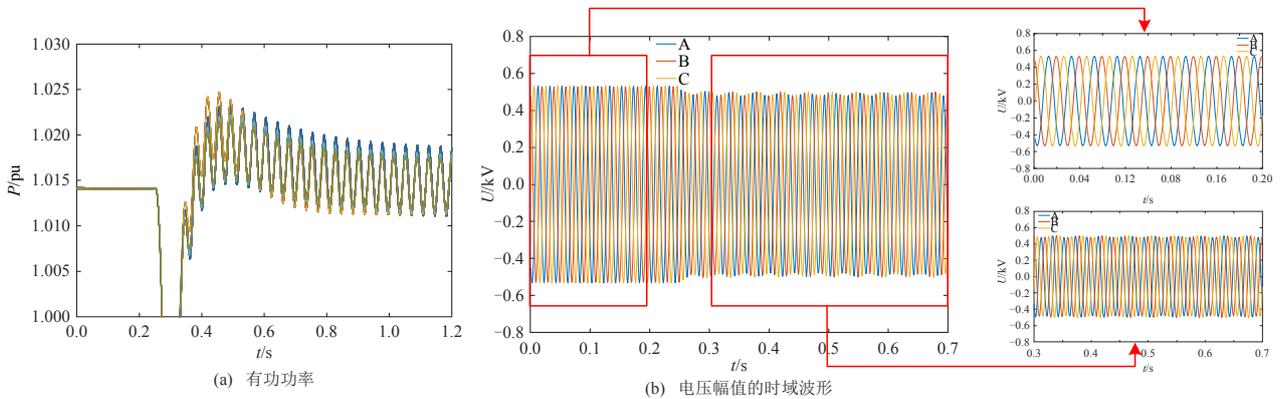


图7 设备有功功率和电压幅值的时域波形(容量参数①)

Fig. 7 Time domain waveform of active power and voltage amplitude of each device(capacity parameter ①)

表5 容量参数选择②~④时的指标数值及相对误差

Table 5 Values of indexes and their relative errors under the capacity parameter ②~④

容量参数	CgSCR		MSCR <sub>min</sub>		NgSCR <sub>min</sub> <sup>(2)</sup>		NgSCR <sub>min</sub> <sup>(3)</sup>		
	gSCR	SCR <sub>0</sub>	相对指标	相对指标	相对指标	相对指标	相对指标	相对指标	
			误差	数值	误差/%	数值	误差/%	数值	误差/%
②	3.93		2.91	26.0	3.54	9.9	3.78	3.8	
③	2.95	1.88	2.6%	2.16	26.8	2.65	10.2	2.83	4.1
④	2.11		1.55	26.5	1.89	10.4	2.02	4.3	

义短路比的分散判据均有效。当选择参数④时，

MSCR<sub>min</sub> 小于 SCR<sub>0</sub>，导致系统稳定性发生误判，且 MSCR<sub>min</sub> 相较于 gSCR 的最大相对误差高达 26.8%，据此说明基于第 1 种节点广义短路比的分散判据具备较强的保守性。相比而言，NgSCR<sub>min</sub><sup>(2)</sup> 和 NgSCR<sub>min</sub><sup>(3)</sup> 能正确判断系统的稳定性，且它们相较于 gSCR 的最大相对误差分别降至 10.4%和 4.3%，据此说明：在多馈入系统性能/裕度量化时，基于后 2 种分散判据的保守性得到了显著降低，佐证了文中结论的合理性。

## 8 讨论与结论

### 8.1 短路比适用场合的讨论

基于短路比的分析方法受到关注，除了其直观外，另一重要原因是它结合了对系统深刻的认知，使得仅用机电暂态数据就可以分析电磁暂态尺度下的失稳风险，避免了很多电磁暂态仿真工作。笔者认为，这种在系统特性认知的基础上利用粗颗粒度的模型实现细颗粒度的分析是新型电力系统需要被重点关注的思路。

短路比适合描述馈入断面功率强相关的部分安全稳定问题，故除了量化安全稳定裕度外，还可用于一些需要考虑小扰动稳定约束的优化问题，如关键线路或设备的识别<sup>[16]</sup>、新能源/直流承载能力优化<sup>[39]</sup>、构网型/跟网型设备的配置<sup>[35-37]</sup>等。然而，也有很多安全稳定问题与短路比并没有强相关性，因此，无论哪种短路比都有局限性。例如，对于稳定机理为电感电容谐振的高频振荡等电气谐振问题<sup>[29]</sup>，就不能简单利用短路比进行分析。

### 8.2 结论与展望

1) 回顾基于电网广义短路比和设备临界短路比的多馈入系统强度量化方法，厘清了系统强度-电网强度-设备临界短路比三者之间的内在联系。系统强度用于描述由电网和设备构成的闭环系统响应性能，而电网强度描述不考虑设备动态的交流网络特性。若要用电网强度反映系统强度，它们之间需存在明确的解析关系，指标临界值需存在物理解释且容易获得。广义短路比恰好在系统抗扰性、小扰动同步稳定性和静态电压稳定性这 3 个维度上满足该需求，且所提量化方法可实现设备特性和电网特性的分离，故方便对电网广义短路比和设备临界短路比分别制定规范，以设备和电网“协同共治”的方式保证系统性能。

2) 给出了广义短路比的物理意义。系统强度一般涉及交流电网多端口电压/电流变量之间的灵敏度信息，而广义短路比反映了电压扰动对电流扰动的最大灵敏度。同步机主导的传统交流电网中短路电流可以反映该灵敏度信息，但若存在故障限流等设备时则失效，导致传统多馈入短路比指标与系统强度之间的解析关系难以被找到。相比而言，广义短路比的定义源于多端口网络的灵敏度矩阵，故它可以突破依赖短路电流的缺陷，且可推广到多种复杂的应用场景，例如：无常规电源支撑的可再生

能源基地直流送出场景等。

3) 剖析了广义短路比与传统 CIGRE 多馈入短路比的差异。设备临界短路比在工程上容易获得，故多馈入短路比的临界值常常以设备临界短路比为基础。就传统 CIGRE 多馈入短路比及其派生的短路比来说，若直接将设备临界短路比作为多馈入短路比的临界值，一般是缺乏理论依据。实际上，在接入的电网是由线性阻抗组成的简单场景时，传统多馈入短路比是节点广义短路比中保守程度较高的一种，且保守程度随着电网的变化而变化；如果接入的电网含有 SVG 等非线性元件时，其理论基础尚未找到，只能是基于启发式的方法。相比而言，广义短路比的临界值理论上等于设备临界短路比，而且设备临界短路比作为节点广义短路比的临界值也存在理论基础，对应判据不仅具有分散判据的特点，还具有适应复杂场景的优势。

4) 讨论了短路比分析方法的适用范围。工业界常关注与馈入断面功率输送极限相关的稳定模态，短路比恰好跟这类模态具有强相关性，其本质是根据这类模态的特殊性质而得到的一种便捷的分析方法。正因为利用了问题的特殊性，导致短路比的应用场合具有一定的局限性。因此，明确短路比背后的物理意义和适应场合至关重要，很多问题还需要进一步探索。

此外，系统强度还可用于描述系统受扰后的频率响应性能、故障恢复期间系统的过电压风险，以及实际运行场景下系统的安全稳定裕度等。针对不同场景下的系统强度量化原理、分析方法与提升措施，未来还需深入研究。

### 致谢

衷心感谢清华四川能源互联网研究院 CloudPSS 研究团队对文中的仿真验证提供的指导和帮助！

### 参考文献

- [1] 周孝信, 陈树勇, 鲁宗相, 等. 能源转型中我国新一代电力系统的技术特征[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(7): 1893-1904.  
ZHOU Xiaoxin, CHEN Shuyong, LU Zongxiang, et al. Technology features of the new generation power system in China[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(7): 1893-1904(in Chinese).
- [2] 马宁宁, 谢小荣, 贺静波, 等. 高比例新能源和电力电子设备电力系统的宽频振荡研究综述[J]. 中国电机工程

- 学报, 2020, 40(15): 4719-4731.
- MA Ningning, XIE Xiaorong, HE Jingbo, et al. Review of wide-band oscillation in renewable and power electronics highly integrated power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 4719-4731(in Chinese).
- [3] 王旭斌, 杜文娟, 王海风. 弱连接条件下并网 VSC 系统稳定性分析研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(6): 1593-1604.
- WANG Xubin, DU Wenjuan, WANG Haifeng. Stability analysis of grid-tied VSC systems under weak connection conditions[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(6): 1593-1604(in Chinese).
- [4] IEEE. IEEE Std 2800 — 2022 IEEE standard for interconnection and interoperability of inverter-based resources(IBRs) interconnecting with associated transmission electric power systems[S]. New York: IEEE, 2022.
- [5] 徐政. 新型电力系统背景下电网强度的合理定义及其计算方法[J]. 高电压技术, 2022, 48(10): 3805-3819.
- XU Zheng. Reasonable definition and calculation method of power grid strength under the background of new type power systems[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(10): 3805-3819(in Chinese).
- [6] DAVIES J B. Systems with multiple DC infeed [J]. ELECTRA, 2007, 233: 14-19.
- [7] WG B4.62, Connection of wind farms to weak ac networks[R]. Paris: CIGRE, 2016.
- [8] NERC. Integrating inverter-based resources into low short circuit strength systems[R]. Atlanta: NERC, 2017.
- [9] Australian Energy Market Operator. Grid strength requirements methodology grid strength requirements & fault level shortfalls[R]. 2018.
- [10] BSI. EN IEC 62934 Grid integration of renewable energy generation-Terms and definitions[S]. London: BSI, 2021.
- [11] 国家市场监督管理总局, 国家标准化管理委员会. GB 38755—2019 电力系统安全稳定导则[S]. 北京: 中国标准出版社, 2019.
- State Administration for Market Regulation, Standardization Administration. GB 38755—2019 Code on security and stability for power system[S]. Beijing: Standards Press of China, 2019(in Chinese).
- [12] 林伟芳, 汤涌, 卜广全. 多馈入交直流系统短路比的定义和应用[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(31): 1-8.
- LIN Weifang, TANG Yong, BU Guangquan. Definition and application of short circuit ratio for multi-infeed AC/DC power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(31): 1-8(in Chinese).
- [13] WU Di, LI Gangan, JAVADI M, et al. Assessing impact of renewable energy integration on system strength using site-dependent short circuit ratio[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1072-1080.
- [14] 孙华东, 徐式蕴, 许涛, 等. 新能源多场站短路比定义及指标[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(2): 497-505.
- SUN Huadong, XU Shiyun, XU Tao, et al. Definition and index of short circuit ratio for multiple renewable energy stations[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(2): 497-505(in Chinese).
- [15] 辛焕海, 董炜, 袁小明, 等. 电力电子多馈入电力系统的广义短路比[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(22): 6013-6027.
- XIN Huanhai, DONG Wei, YUAN Xiaoming, et al. Generalized short circuit ratio for multi power electronic based devices infeed to power systems, 2016, 36(22): 6013-6027.
- [16] DONG Wei, XIN Huanhai, WU Di, et al. Small signal stability analysis of multi-infeed power electronic systems based on grid strength assessment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(2): 1393-1403.
- [17] 辛焕海, 甘德强, 鞠平. 多馈入电力系统广义短路比: 多样化新能源场景[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(17): 5516-5526.
- XIN Huanhai, GAN Deqiang, JU Ping. Generalized short circuit ratio of power systems with multiple power electronic devices: analysis for various renewable power generations[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(17): 5516-5526(in Chinese).
- [18] 辛焕海, 章枫, 于洋, 等. 多馈入直流系统广义短路比: 定义与理论分析[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(3): 633-647.
- XIN Huanhai, ZHANG Feng, YU Yang, et al. Generalized short circuit ratio for multi-infeed DC systems: definition and theoretical analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(3): 633-647(in Chinese).
- [19] ZHANG Feng, XIN Huanhai, WU Di, et al. Assessing strength of multi-infeed LCC-HVDC systems using generalized short-circuit ratio[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(1): 467-480.
- [20] 肖浩, 李银红, 石东源, 等. 适用于多馈入直流系统静态电压稳定分析的综合短路比强度指标[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(22): 6471-6480.
- XIAO Hao, LI Yinrong, SHI Dongyuan, et al. Integrated short circuit ratio strength index for static voltage stability analysis of multi-infeed LCC-HVDC systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(22): 6471-6480(in Chinese).
- [21] FRANKEN B, ANDERSSON G. Analysis of HVDC converters connected to weak ac systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1990, 5(1): 235-242.
- [22] 王世轩. D 内积空间下  $AX=B$  的对称(反对称)解及其最佳逼近[D]. 长沙: 湖南大学, 2008.
- WANG Shixuan. The symmetric or antisymmetric

- solution of  $AX=B$  in  $D$  inner space and the optimal approximation[D]. Changsha: Hunan University, 2008(in Chinese).
- [23] SKOGESTAD S, POSTLETHWAITE I. Multivariable feedback control: analysis and design[M]. 2nd ed. Chichester: Wiley, 2005.
- [24] HUANG Linbin, XIN Huanhai, DÖRFLER F.  $H_{\infty}$ -control of grid-connected converters: design, objectives and decentralized stability certificates[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(5): 3805-3816.
- [25] MINC H. Nonnegative matrices[M]. New York: Wiley, 1988.
- [26] ZHOU Yuhan, XIN Huanhai, WU Di, et al. Small-signal stability assessment of heterogeneous grid-following converter power systems based on grid strength analysis [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(3): 2566-2579.
- [27] 王冠中, 董炜, 周瑀涵, 等. 电网强度视角下的新能源电力系统鲁棒稳定分析[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(23): 8454-8464.
- [28] 黄林彬, 辛焕海, 鞠平, 等. 电力电子并网装备的同步稳定分析与统一同步控制结构[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(9): 10-25.
- HUANG Linbin, XIN Huanhai, JU Ping, et al. Synchronization stability analysis and unified synchronization control structure of grid-connected power electronic devices[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(9): 10-25(in Chinese).
- [29] 宫泽旭, 艾力西尔·亚尔买买提, 辛焕海, 等. 新能源电力系统并网设备小扰动稳定分析(二): 导出机理与稳定性分类探讨[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(14): 5126-5139.
- GONG Zexu, YAERMAIMAITI A, XIN Huanhai, et al. Small signal stability analysis of grid-connected equipment in power system(part II): discussion on mechanism derivation and classification of stability [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(14): 5126-5139(in Chinese).
- [30] 周双喜, 朱凌志, 郭锡玖, 等. 电力系统电压稳定性及其控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004.
- ZHOU Shuangxi, ZHU Lingzhi, GUO Xijiu, et al. Power system voltage stability analysis and control[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2004(in Chinese).
- [31] 高晖胜, 辛焕海, 黄林彬, 等. 新能源电力系统的共模频率分析及其特征量化[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(3): 890-899.
- GAO Huisheng, XIN Huanhai, HUANG Linbin, et al. Characteristic analysis and quantification of common mode frequency in power systems with high penetration of renewable resources[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(3): 890-899(in Chinese).
- [32] XIN Huanhai, LIU Xinyu, ZHENG Di, et al. Risk Assessment of post-fault temporary overvoltage using generalized short-circuit ratio[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2023.3241307>.
- [33] 刘浩芳, 朱艺颖, 刘琳, 等. 新能源机组的电网强度适应性及暂态响应特性测试方案[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(21): 179-185.
- LIU Haofang, ZHU Yiyang, LIU Lin, et al. Test scheme for power grid strength adaptability and transient response characteristics of renewable energy unit[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(21): 179-185(in Chinese).
- [34] HUANG Linbin, XIN Huanhai, et al. Identification of generalized short-circuit ratio for on-line stability monitoring of wind farms[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(4): 3282-3285.
- [35] 袁辉, 辛焕海, 王冠中, 等. 含 SVG 的新能源多馈入系统振荡分析和广义短路比计算[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(14): 38-46.
- YUAN Hui, XIN Huanhai, WANG Guanzhong, et al. Analysis on oscillation of multi-infeed system with renewable energy and static var generator and calculation of its generalized short-circuit ratio[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(14): 38-46(in Chinese).
- [36] YANG Chaoran, HUANG Linbin, XIN Huanhai, et al. Placing grid-forming converters to enhance small signal stability of PLL-integrated power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(4): 3563-3573.
- [37] 王康, 李子恒, 杨超然, 等. 面向大型新能源基地小干扰稳定性提升的调相机选址方法[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(4): 66-74.
- WANG Kang, LI Ziheng, YANG Chaoran, et al. Siting method of synchronous condenser for small-signal stability improvement of large-scale renewable energy base[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(4): 66-74(in Chinese).
- [38] 朱凌志, 曲立楠, 刘纯, 等. 新能源发电集群的改进等效短路比计算方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(22): 74-82.
- ZHU Lingzhi, QU Linan, LIU Chun, et al. Improved calculation method of equivalent short-circuit ratio for power generation cluster of renewable energy [J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(22): 74-82(in Chinese).
- [39] YUAN Hui, XIN Huanhai, WU Di, et al. Assessing maximal capacity of grid-following converters with grid strength constraints[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2022, 13(4): 2119-2132.

附录A 三馈入系统参数

表 A1 三馈入系统线路阻抗标么值参数( $\tau=0$ )

Table A1 Line impedance parameters( $\tau=0$ ) of three-infeed system pu

阻抗模	标么值	阻抗模	标么值	阻抗模	标么值
$Z_{10}$	0.05	$Z_{20}$	0.25	$Z_{30}$	0.30
$Z_{12}$	0.05	$Z_{13}$	0.25	$Z_{23}$	0.30

表 A2 三馈入系统变流器容量参数

Table A2 Converters' capacities of 3-infeed system pu

容量参数	设备 1	设备 2	设备 3
①	1.0	1.5	2.5
②	6.0	2.0	4.0

表 A3 变流器控制参数

Table A3 Control and circuit parameters of converters

符号	内容	数值
$S, U_N$	交流系统额定容量、电压	1500kVA, 690V
$S_B$	电力电子设备额定容量	1500kVA
$U_{dc}$	直流侧额定电压	1100V
$C_{dc}$	直流侧电容	0.038pu
$L_f$	滤波电感	0.05pu
$C_f, R_d$	滤波电容和电阻	0.05pu, 0 pu
$H_{dc}(s)$	直流电压外环传递函数	0.5+5/s
$H(s)$	电流内环传递函数	1+10/s
$H_{pll}(s)$	锁相环传递函数	20+9500/s
$P, Q$	有功和无功输出	1pu, 0pu
$T_h$	电压前馈系数	0.001

附录B 大型新能源基地参数

表 B1 变流器控制和电路参数

Table B1 Control and circuit parameters of converters

符号	内容	数值
$S, U_N$	交流系统额定容量、电压	1000kVA, 620V
$S_B$	电力电子设备额定容量	1500kVA
$U_{dc}$	直流侧额定电压	1100V
$C_{dc}$	直流侧电容	0.1089pu
$L_f$	滤波电感	0.1225pu
$C_f, R_d$	滤波电容和电阻	0.0604pu, 0 pu
$H_{dc}(s)$	直流电压外环传递函数	5+20/s
$H(s)$	电流内环传递函数	0.5+50/s
$H_{pll}(s)$	锁相环传递函数	25+18000/s
$P, Q$	有功和无功输出	1pu, 0pu

表 B2 CloudPSS 场站电磁暂态仿真模型参数( $\tau=0$ )

Table B2 Parameters of electromagnetic transient plant simulation model based on CloudPSS pu

阻抗模	标么值	阻抗模	标么值	阻抗模	标么值
$Z_{57,86}$	0.00176	$Z_{61,86}$	0.00127	$Z_{65,87}$	0.00174
$Z_{69,87}$	0.00012	$Z_{73,88}$	0.00114	$Z_{77,88}$	0.00061
$Z_{81,89}$	0.00164	$Z_{85,91}$	0.00098	$Z_{88,92}$	0.00506
$Z_{93,94}$	0.00300	$Z_{58,86}$	0.00246	$Z_{62,86}$	0.00066
$Z_{66,87}$	0.00140	$Z_{70,87}$	0.00038	$Z_{74,88}$	0.00098
$Z_{78,90}$	0.03245	$Z_{82,91}$	0.00114	$Z_{86,87}$	0.00518
$Z_{90,92}$	0.00506	$Z_{55,86}$	0.00018	$Z_{59,86}$	0.00213
$Z_{63,87}$	0.00079	$Z_{67,87}$	0.00108	$Z_{71,88}$	0.00189
$Z_{75,88}$	0.00061	$Z_{79,90}$	0.00164	$Z_{83,91}$	0.00098
$Z_{89,90}$	0.00518	$Z_{91,92}$	0.00506	$Z_{64,87}$	0.00234
$Z_{68,87}$	0.03245	$Z_{72,88}$	0.00164	$Z_{76,88}$	0.00098
$Z_{80,89}$	0.00014	$Z_{84,91}$	0.00114	$Z_{56,86}$	0.00076
$Z_{60,86}$	0.00148	$Z_{87,92}$	0.00506	$Z_{92,93}$	0.00226

各变流器升压变压器阻抗=0.06667;  $\tau=0$

表 B3 某实际新能源场站各区域内各变流器的容量参数

Table B3 Parameters of converters' capacity in each area in the practical renewable energy plant pu

容量/pu	麻黄沟片区	红星片区	望洋台片区	望洋台东片区
①	1.0	1.0	1.0	1.0
②	0.5	0.3	0.5	0.6
③	0.7	0.4	0.5	0.6
④	1.0	0.6	0.6	0.6

附录C 说明

CIGRE 直流工作组提出的多馈入短路比缩写为 MSCR (multi-infeed SCR), 考虑无功补偿因素后的多馈入短路比为有效短路比, 缩写为 ESCR(effective SCR)<sup>[6]</sup>; CIGRE 风电工作组提出的多馈入短路比缩写也为 ESCR(equivalent circuit-based SCR)<sup>[7]</sup>。为了避免 ESCR 的符号产生混淆, 本文统一用符号 MSCR 描述传统 CIGRE 多馈入短路比。



周禹涵

在线出版日期: 2023-03-14。

收稿日期: 2022-12-07。

作者简介:

周禹涵(1996), 男, 博士研究生, 主要研究方向为新能源电力系统稳定分析与控制, zhouyuhan@zju.edu.cn;

\*通信作者: 辛焕海(1981), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为新能源电力系统稳定分析与控制, xinhh@zju.edu.cn;

鞠平(1962), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统负荷建模与稳定分析, pju@hhu.edu.cn。

(责任编辑 李泽荣)

# System Strength Quantification Principle and Method of Multi-infeed Systems Based on Generalized Short-circuit Ratio: Reviews, Discussions and Outlooks

ZHOU Yuhan, XIN Huanhai\*, JU Ping

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University)

**KEY WORDS:** response performance; grid strength; system strength; generalized short-circuit ratio; device critical short circuit ratio

With the penetration of DC and renewable energy or other power electronic devices increases, the power electronic multi-infeed systems are characterized by low system voltage support strength (referred to as system strength) and high risk of safety and stability. The concept of the system strength is to describe the voltage response performances of the closed-loop systems composed of power grid and power electronic devices, while grid strength describes the equivalent AC grid performance without considering the dynamics of these devices. The existing studies generally assume that there is a positive correlation between grid strength and system strength, and also assume that short-circuit ratio can describe grid strength. However, it does not reveal the internal relations among grid strength, short-circuit ratio, and system strength. Therefore, it is necessary to clarify how to define and utilize the short-circuit ratio metrics to quantitatively analyze the system strength and reflect the system margin.

To this end, this paper focuses on system strength issues under the small disturbance, and describes the system strength characteristics from the following three dimensions including system disturbance rejection capability, small-disturbance synchronization stability, and static voltage stability. Then, this paper reviews the system strength quantification principle of decoupling multi-infeed systems dynamics into multiple single-infeed systems dynamics, and clarifies the internal relations among the system strength, generalized short-circuit ratio (gSCR) shown in (1), device critical short circuit ratio (SCR<sub>0</sub>). Then, the gSCR concentrated criterion (3) combining gSCR and SCR<sub>0</sub> is proposed. For convenience of applications, we further propose three system strength dispersive criterions (4) (p=1,2,3) combining the node gSCR (NgSCR<sub>i</sub><sup>(p)</sup>) in (2) and SCR<sub>0</sub>

from the perspective of in the single bus.

$$gSCR \triangleq \min \lambda(S_B^{-1} Z_m^{-1}) = \min \lambda(S_B^{-1} Y_m) = 1 / \max \lambda(Z_m S_B) = \underline{\sigma}(S_B^{-1/2} Z_m^{-1} S_B^{-1/2}) = \bar{\sigma}^{-1}(S_B^{1/2} Z_m S_B^{1/2}) \quad (1)$$

$$NgSCR_i^{(p)} = \frac{1}{r_i(Z_m S_B)} = ? \frac{1/|Z_{ii}|}{S_{Bi} + \sum_{j=1, j \neq i}^n gMIIF_{ij}^{(p)} \cdot S_{Bj}} \quad (2)$$

where  $S_B$  denotes the diagonal matrix composing of each device capacity;  $Z_m$  is the real number matrix obtained after taking the modulus value of each element of the impedance matrix  $Z$ ;  $Z_{ii}$  denote the  $i^{th}$  row and  $i^{th}$  column element of matrix  $Z$ ;  $gMIIF_{ij}^{(p)}$  is the interaction coefficient;  $\lambda(\cdot)$ ,  $\bar{\sigma}(\cdot)$ ,  $\underline{\sigma}(\cdot)$ , respectively denote to calculate the eigenvalues, the maximum or minimum singular value of the given matrix;

$$gSCR \geq CgSCR_0 = SCR_0 \quad (3)$$

$$NgSCR_i^{(p)} \geq CgSCR_0 = SCR_0, \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

where  $CgSCR_0$  represents the critical value of gSCR when the closed-loop voltage response performance of the multi-infeed system reaches the critical state, and the value of  $CgSCR_0$  is exactly equal to  $SCR_0$ .

Further, we propose the margin quantification method for multi-infeed systems based on the metric  $\beta\%$ . For instance, the margin at least  $\beta_0\%=20\%$  needs to be preserved, that is, the following is satisfied:

$$\beta\% \triangleq \frac{gSCR - SCR_0}{SCR_0} \times 100\% \geq \beta_0\% = 20\% \quad (5)$$

Moreover, this paper demonstrates the connections and distinctions between CIGRE short-circuit ratio and the gSCR. And it is proved that the CIGRE multi-infeed short-circuit ratio is only a special kind of gSCR dispersive criterion with strong conservative and poor scalability. Finally, the effectiveness of the quantification principles and methods are verified by several cases.