DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.222337 文章编号: 0258-8013 (2024) 11-4210-17 中图分类号: TM 744 文献标识码: A

### 主动配电网潮流的全纯嵌入计算方法

李雪,李博,姜涛,陈厚合,李国庆

(现代电力系统仿真控制与绿色电能新技术教育部重点实验室(东北电力大学), 吉林省 吉林市 132012)

#### A Holomorphic Embedding Power Flow Algorithm for Active Distribution Network

LI Xue, LI Bo, JIANG Tao, CHEN Houhe, LI Guoqing

(Key Laboratory of Modern Power System Simulation and Control & Renewable Energy Technology, Ministry of Education

(Northeast Electric Power University), Jilin 132012, Jilin Province, China)

ABSTRACT: Power flow (PF) calculation plays a critical role in active distribution network (ADN) planning and operation. The existing Newton Raphson (NR) and forward backward substitution (FBS) methods can solve the PF of ADN, but they may fail in convergence and computational efficiency. The holomorphic embedding method (HEM), as a novel PF method, can effectively avoid the above problems, but the existing HEM does not fully consider the different types of distributed generation (DG), the diversity of the control modes of soft open point (SOP), or the voltage and frequency characteristics of the loads. This poses a challenge in resolving PF of ADN under different operating modes. Aiming at the above problems, this paper firstly proposes a unified HEM for ADN, which can solve PF of ADN including multiple types of DG, SOP and operating in grid-connected or islanded mode. Next, according to the static voltage and frequency characteristics of the load, HE PF models of the loads are constructed. Then, according to different grid connection methods of DG and the different operation modes of ADN, DG is equivalent to different types of buses, and HE PF models of various DG are formed. Further, considering the different control modes of SOP, HE PF models of SOP are formulated. According to the principle that the same power coefficient is equal, the holomorphic functions are solved to get the recursive relationship, which is used to solve each power coefficient. Meanwhile, the approximation values of voltage, frequency and reactive power are obtained by using the analytical continuation to realize the accurate PF solution of ADN. Finally, the accuracy and effectiveness of the proposed method are validated by using the modified IEEE 33-bus and IEEE 123-bus test systems.

**KEY WORDS:** holomorphic embedding method (HEM); power flow calculation; active distribution network (ADN); distributed generation (DG); soft open point (SOP)

摘要: 配电网潮流计算是进行配电网规划和运行的重要基 础。目前, 配电网潮流求解方法主要有牛拉(Newton Raphson, NR)法和前推回代(forward backward substitution, FBS)法两大类,但 NR 法和 FBS 法在潮流收敛性和计算效 率等方面均存在一定的不足。全纯嵌入法(holomorphic embedding method, HEM)是一种求解非线性潮流方程的新 方法,它可以有效避免 NR 法和 FBS 法在配电网潮流求解 过程中出现的上述问题, 但现有 HEM 未充分考虑配电网 中各类型分布式电源(distributed generation, DG)和智能软 开关(soft open point, SOP)控制方式的多样性, 且未构建 计及负荷电压特性和频率特性的潮流模型,难以适用于不 同运行模式下配电网潮流计算。针对上述问题,提出一种 可求解含多类型 DG 和 SOP 且可运行在并网/孤岛模式的 主动配电网统一全纯嵌入潮流计算方法。首先,根据负荷 静态电压和频率特性,构建计及配电网频率和节点电压影 响的负荷节点全纯嵌入潮流模型;其次,根据 DG 不同的 控制方式以及配电网不同的运行模式,将 DG 所连节点等 效为不同节点类型,构建各类 DG 的全纯嵌入潮流模型; 再次,考虑 SOP 不同控制方式,构建 SOP 全纯嵌入潮流 模型;从次,依据全纯嵌入潮流模型等式左右两侧同次幂 级数系数相等原则, 推导配电网各全纯函数幂级数系数的 求解递推关系式,进而计算各全纯函数的各项幂级数系 数,借助解析延拓理论求取电压和频率逼近值,实现配电 网潮流的准确求解;最后,通过修改的 IEEE-33 节点测试 系统和 IEEE-123 节点测试系统验证所提方法准确性和有 效性。

关键词: 全纯嵌入法(HEM); 潮流计算; 主动配电网(ADN); 分布式电源(DG); 智能软开关(SOP)

#### 0 引言

基金项目: 国家自然科学基金项目(52077029, U2066208)。

随着大量分布式电源(distributed generation,

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (52077029, U2066208).

DG)接入配电网,配电网正由原来单一电源网络转 为多电源网络,潮流分布由原来的单向流动转为双 向流动<sup>[1-2]</sup>,使得配电网潮流分布不均、馈线电压越 限等问题频现。智能软开关(soft open point, SOP) 是安装于传统联络开关处的电力电子装置,可灵活 调节网络中功率分布、改善馈线电压水平<sup>[3-4]</sup>。但是, SOP 的引入,使得配电网潮流计算不仅需考虑各类 型 DG 并网方式对潮流分布的影响,还需进一步考 虑不同 SOP 控制策略对配电网潮流分布的影响,使 得含多类型 DG 和 SOP 的配电网潮流计算愈加复 杂,对快速、准确获取配电网络潮流分布带来了挑 战。因此,研究适用于求解含各类 DG 和 SOP 的主 动配电网潮流计算方法具有重要意义。

目前, 配电网潮流求解方法主要为牛拉 (Newton Raphson, NR)法和前推回代(forward backward substitution, FBS)法两大类。NR 法依据 配电网运行特点构建网络的潮流计算模型,进而 利用 NR 法求解该模型,实现配电网络潮流的求 解<sup>[5]</sup>。文献[6]首先划分配电网络中的 DG 类型,进 而提出了一种基于 NR 法的配电网三相潮流计算方 法; 文献[7]利用变量替换和稀疏技术对配电网的 NR 法进行改进, 使其形成的雅可比矩阵非零元素 为常数,从而简化了计算过程,但变量替换过程 较为复杂, 且计算效率较低; 文献[8]以逆流编号 为基础,提出了一种基于 NR 法的辐射型配电网潮 流计算方法,其计算过程简单; 文献[9]构建了计 及静态频率特性的配电网潮流计算模型,并提出 了基于 NR 法的配电网孤岛模式下的潮流求解方 法,但该方法的雅可比矩阵形成过程较为复杂, 且不适用于并网模式下的配电网潮流求解。上述 方法本质上仍是 NR 法, 但在配电网络中线路 R/X 比值较大、负荷水平较高且配电网辐射状或弱网 状结构等诸多特点下<sup>[10]</sup>,采用 NR 法求解配电网 络潮流时,易出现雅可比矩阵奇异<sup>[11]</sup>。此外,NR 法对初值依赖性强,不恰当的初值选取将对潮流 收敛性产生较大影响,严重时有可能导致潮流计 算结果不收敛[12]。

FBS 法计算过程简单,收敛性好,适用于求解 辐射状配电网潮流,但其较难处理网络中的 PV 节 点<sup>[13]</sup>。文献[14]以正序分量法为基础,提出一种基 于 FBS 的配电网潮流求解算法,所提算法有较强的 环路处理能力,但求解过程中需对序阻抗进行近似 处理,计算精度较低;文献[15]提出一种基于 FBS 且可处理 PV 和 PQ 节点的三相不平衡潮流算法, 但是该算法未考虑环网潮流的计算问题; 文献[16] 提出一种适用于含 DG 的弱环网 FBS 三相潮流计算 算法,该算法可处理弱环网和三相不对称网络,但 随着环网数量增多,计算效率下降明显; 文献[17] 借助端口补偿电流法处理配电网中的 PV 节点,但 随着 PV 节点增多,存在迭代次数增多和计算效率 降低的问题。虽然上述算法针对网络中的 PV 节点 进行了等效处理,但在利用上述算法求解配电网潮 流过程中,均需根据无功功率与电压之间的灵敏 度,在前推过程中设定 PV 节点的无功初值,而不 合理的无功设定值将极大地影响到潮流计算的收 敛性,甚至导致潮流计算结果不收敛。

为解决 NR 法在潮流计算中的不足, 文献[18] 提出了一种利用复分析理论和递归算法求解非线 性潮流方程的全纯嵌入法(holomorphic embedding method, HEM)。该方法分别构建 PQ 节点、PV 节 点和平衡节点的全纯嵌入潮流计算模型, 求解过程 中无需给定初值和形成雅可比矩阵,可实现网络中 PQ 节点、PV 节点以及平衡节点的灵活处理且可保 证潮流解存在时收敛至可行解<sup>[19]</sup>,潮流解不存在时 出现解析延拓振荡现象,为调控人员提供明确的参 考<sup>[20]</sup>。同时,全纯嵌入法在潮流求解过程中,仅需 一次形成求解矩阵且求解过程中不需要对矩阵进 行修正<sup>[21]</sup>,求解过程较为简单,计算效率较高。基 于全纯嵌入法的上述优点,若利用全纯嵌入法求解 主动配电网潮流,可有效避免 NR 法求解潮流过程 中出现的雅可比矩阵容易奇异、较强的初值依赖性 问题和 FBS 法不易处理网络中 PV 节点的问题。目 前,全纯嵌入法已在输电网和配电网潮流计算中得 到了应用, 文献[22]将 HEM 应用于含 VSC 的交直 流混合输电系统中,提出一种用于交直流输电系统 潮流计算的全纯嵌入潮流计算方法; 文献[23]提出 了一种基于常项值和先验节点的全纯嵌入潮流计 算方法; 文献[24-25]将全纯嵌入法应用于配电网潮 流计算中,提高了配电网潮流计算的收敛性。然而, 现有全纯嵌入法在计算配电网潮流过程中,通常将 配电网中 DG 划分为 PO 类型和 PV 类型,未充分 考虑接入主动配电网中 DG 控制模式的多样性。同 时,现有全纯嵌入法在求解含 DG 的配电网潮流时 鲜有考虑 SOP 不同控制方式对于网络潮流分布的 影响。此外,含 DG 的主动配电网既可运行在并网 模式下,也可运行孤岛模式下,不同运行模式下负

荷消耗的有功和无功随节点电压幅值及系统频率 变化而改变,需充分考虑负荷的静态电压特性和频 率特性,而现有全纯嵌入法针对含 DG 的配电网的 相关研究通常将系统频率设定为常量,未构建计及 负荷电压特性和频率特性的节点潮流计算模型,难 以适用于不同运行模式下配电网的潮流计算。因 此,亟待开发适用于多运行特性需求的主动配电网 全纯嵌入潮流计算方法。

针对上述问题,本文提出一种可求解含多类型 DG 和 SOP 且可运行在并网/孤岛模式的主动配电 网全纯嵌入潮流计算方法。该方法首先详细地推导 计及配电网频率和节点电压影响的负荷节点全纯 嵌入潮流模型、SOP 全纯嵌入潮流计算模型以及各 类 DG 的全纯嵌入潮流计算模型;然后,实现一种 适用于多运行特性需求的主动配电网全纯嵌入潮 流计算方法;最后,通过修改的 IEEE-33 节点和 IEEE-123 节点测试系统对所提算法的准确性和有 效性进行分析、验证。

#### 1 主动配电网全纯嵌入潮流模型构建

#### 1.1 全纯嵌入基础理论

如果函数 x(s)在其定义域中每个点的邻域内均 是无限可微的,则称函数 x(s)为全纯函数,将其在 定义域内每点进行泰勒级数展开<sup>[26]</sup>,则

$$x(s) = C_0 (s - s_0)^0 + C_1 (s - s_0)^1 + C_2 (s - s_0)^2 + \dots + C_n (s - s_0)^n + \dots$$
(1)

式中: s<sub>0</sub>为函数 x(s)定义域内任一点; C<sub>n</sub>为泰勒级 数展开第 n 阶的幂级数系数。

当非线性方程 g(x)=0 难以直接求解时,可构造 如式(1)所示的全纯函数 x(s),将其嵌入到非线性方 程 g(x)=0 内形成含有全纯函数的方程,即

$$g(x) = g[x(s)] = 0 \tag{2}$$

对全纯函数 x(s)进行泰勒级数展开,根据式(2) 左右两侧同次幂级数系数相等的原则,形成求取各 阶幂级数系数的递推关系式,依次求取各阶幂级数 系数并代入式(1),可将隐式函数 x(s)转化为有具体 表达式的显式函数,进而利用解析延拓法如帕得 逼近求解 x(s),而 x(s)的值即为非线性方程 g(x)=0 的解。

为保证所构建全纯函数的合理性,构建全纯嵌入方程 g[x(s)]=0 时需满足以下 4 个基本条件<sup>[27]</sup>:

1) 对于全纯嵌入方程 g[x(s)]=0, 当 s=0 时, g[x(0)]=0 的解 x(0)真实存在, 且易于求取;

2) 对于全纯嵌入方程 g[x(s)]=0, 当 s=1 时, g[x(1)]完全等价于 g(x), 且 x(1)为 g(x)=0 的解;

3) 全纯嵌入方程 g[x(s)]=0 中函数 x(s)具有全 纯性;

4) 在到达鞍节分岔点前的 s 路径上, g[x(s)]=0 不存在额外分岔点,即分岔点仅在鞍节分岔点处 存在。

#### 1.2 主动配电网全纯嵌入潮流计算模型

主动配电网主要由负荷、DG、SOP 等元件组成,本节根据 1.1 节的全纯嵌入原理,分别构建主动配电网各组成部分的全纯嵌入潮流计算模型。

1.2.1 PCC 节点全纯嵌入潮流计算模型

通用的主动配电网潮流计算模型可描述为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{ik} \dot{U}_{k} = \left(\frac{\tilde{S}_{i}}{\dot{U}_{i}}\right)^{*} = \left(\frac{\tilde{S}_{Gi} - \tilde{S}_{Li}}{\dot{U}_{i}}\right)^{*}$$
(3)

式中:  $Y_{ik}$ 为连接节点 i = k的支路导纳;  $\dot{U}_{k} = \dot{U}_{i}$ 分别为节点 k n i的电压相量;  $\tilde{S}_{Gi}$ 、 $\tilde{S}_{Li}$ 分别为节点 i的发电机发出和负荷消耗的复功率; N为配电网中节点总数。

PCC 节点的潮流计算模型为

$$\dot{U}_r = U_r^{\rm sp} \angle 0^{\circ}, \quad r \in R \tag{4}$$

式中:  $U_r^{sp}$ 为节点 r 已知的电压幅值; R 为主动配 电网中 PCC 节点集合。

根据全纯嵌入原理,由式(4)可得 PCC 节点的 全纯嵌入潮流计算模型为

$$\dot{U}_r(s) = 1 + s(U_r^{\rm sp} - 1), \quad r \in \mathbb{R}$$
 (5)

式中: s 为嵌入的复参数;  $\dot{U}_r(s)$  为关于复变量 s 的电压相量全纯函数。

1.2.2 负荷节点全纯嵌入潮流计算模型 负荷节点的潮流计算模型为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{lk} \dot{U}_{k} = \left(\frac{\tilde{S}_{Gl} - \tilde{S}_{Ll}}{\dot{U}_{l}}\right)^{*} = \left(\frac{P_{Gl}^{\text{sp}} + jQ_{Gl}^{\text{sp}} - P_{Ll} - jQ_{Ll}}{\dot{U}_{l}}\right)^{*}, l \in L$$
(6)

式中:  $P_{G}^{sp}$ 、 $Q_{G}^{sp}$ 分别为负荷节点 *l* 已知的注入的 有功功率和无功功率;  $P_{Ll}$ 和  $Q_{Ll}$ 分别负荷节点 *l* 消 耗的有功功率和无功功率; *L* 为主动配电网中 PQ 节点集合。

通常,负荷消耗的有功功率和无功功率为已知 量,计及负荷静态电压特性和频率特性,可采用下 式的负荷模型来描述其消耗的有功功率 *P*<sub>L</sub>和无功 功率 *Q*<sub>L</sub><sup>[28]</sup>:

$$\begin{cases} P_{\rm L} = P_{\rm L0} \left( a_p \frac{U^2}{U_0^2} + b_p \frac{U^2}{U_0^2} + c_p \right) \left[ 1 + k_p (f - f_0) \right] \\ Q_{\rm L} = Q_{\rm L0} \left( a_q \frac{U^2}{U_0^2} + b_q \frac{U^2}{U_0^2} + c_q \right) \left[ 1 + k_q (f - f_0) \right] \end{cases}$$
(7)

式中:  $P_{L0}$ 、 $Q_{L0}$ 分别为负荷在额定工况下消耗的有 功功率和无功功率; a、b、c为 ZIP 负荷模型中, 恒阻抗、恒电流、恒功率负荷占总负荷的比例,需 满足  $a_p+b_p+c_p=1$  以及  $a_q+b_q+c_q=1$ ; U、 $U_0$ 分别为负 荷节点的实际电压幅值和额定电压幅值;  $k_p$ 、 $k_q$ 为 负荷节点的静态频率特性参数<sup>[28]</sup>; f、 $f_0$ 分别为系统 实际运行频率和额定频率,若网络运行于并网模 式,系统频率保持恒定,即  $f=f_0$ ,若运行于孤岛模 式,  $f\neq f_0$ ,需计及频率变化对负荷的影响。

根据全纯嵌入原理,由式(6)和(7)可得负荷节点 全纯嵌入潮流计算模型为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{lk}^{tr} \dot{U}_{k}(s) = \{-P_{Ll0}[s(a_{pl} \frac{U_{l}^{2}(s)}{U_{l0}} + b_{pl} \frac{U_{l}^{2}(s)}{U_{l0}} + c_{pl}) + (k_{pl}(f(s) - f_{0}))] + jQ_{Ll0}[s(a_{ql} \frac{U_{l}^{2}(s)}{U_{l0}} + b_{ql} \frac{U_{l}^{2}(s)}{U_{l0}} + c_{ql}) + (k_{ql}(f(s) - f_{0}))]\}W_{l}^{*}(s^{*}) - sY_{l}^{sh} \dot{U}_{l}(s), l \in L$$
(8)

式中:  $Y_{lk}^{tr}$ 为节点 l、k之间的串联支路导纳;  $Y_{l}^{sh}$ 为 节点 l的并联支路导纳; f(s)、 $U_{l}(s)$ 分别为关于复变 量 s 的频率全纯函数和电压幅值全纯函数;  $W_{l}(s)$ 为 $\dot{U}_{l}(s)$ 的倒数形式,表达式为

$$W_{l}(s)\dot{U}_{l}(s) = 1$$
 (9)

1.2.3 各类型 DG 全纯嵌入潮流计算模型

配电网中 DG 主要有燃气轮机、内燃机、双馈 异步风力发电机、永磁风力发电机、光伏以及燃 料电池。在配电网潮流计算时,需根据其并网方 式来确定全纯嵌入潮流计算模型,具体说明如下 文所述。

1) 燃气轮机和内燃机:燃气轮机和内燃机输出的有功功率和电压幅值通常已知,可将其所连节 点等效为 PV 节点,其全纯嵌入潮流计算模型为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{bk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}(s) = \frac{s P_{Gb}^{\text{sp}} - j Q_{Gb}(s)}{\dot{U}_{b}^{*}(s^{*})} - s Y_{b}^{\text{sh}} \dot{U}_{b}(s) \\ \dot{U}_{b}(s)^{*} \dot{U}_{b}^{*}(s^{*}) = U_{b}^{(0)} + (U_{b}^{\text{sp}} - U_{b}^{(0)})s \end{cases} , b \in U (10)$$

式中:  $U_b^{(0)}$ 为 PV 节点的电压常数值,与配电网的运行状态相关;  $Q_{Gb}(s)$ 为关于复变量 s 的无功功率

全纯函数; U为主动配电网中 PV 节点集合。

2) 双馈异步风力发电机:双馈异步风力发电机输出的有功功率和无功功率通常已知,可将其所连节点等效为 PQ 节点,其全纯嵌入潮流计算模型为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{mk}^{tr} \dot{U}_{k}(s) = s(P_{Gm}^{sp} + jQ_{Gm}^{sp})^{*} W_{m}^{*}(s^{*}) - sY_{m}^{sh} \dot{U}_{m}(s), m \in L$$
(11)

3)永磁风力发电机:对于永磁风力发电机, 其输出的有功功率已知,无功功率与电压幅值密切 相关,可将其所连节点视为 PQ(V)节点<sup>[29]</sup>,其注入 到网络的有功和无功为

$$\begin{cases} P_{Gw} = P_{Gw}^{sp} \\ Q_{Gw} = U_{w}^{2} \frac{X_{c} - X_{m}}{X_{c} X_{m}} + \frac{U_{w}^{2} - \sqrt{U_{w}^{4} - 4P_{Gw}^{2} X^{2}}}{2X}, w \in P \end{cases}$$
(12)

式中: $U_w$ 为节点w的电压幅值; $X=X_1+X_2$ , $X_1$ 为定 子漏抗, $X_2$ 为转子漏抗,均为已知量; $X_c$ 为机端并 联电容器的电抗; $X_m$ 为励磁电抗,均为已知量;P为主动配电网中 PQ(V)节点集合。

对于 PQ(V)节点,根据全纯嵌入原理,无法直接利用此节点的己知量构建全纯嵌入潮流计算模型。为解决此类节点全纯嵌入潮流计算模型的构建问题,对其表达形式进行变换,则节点 w 的注入电流相量形式为

$$\dot{I}_w = \left(\frac{P_{Gw}^{\rm sp} + jQ_{Gw}}{\dot{U}_w}\right)^*, w \in P \tag{13}$$

式中:  $Q_{Gw}$ 为节点 w 的无功功率,可由式(12)确定;  $\dot{U}_w$ 为节点 w 的电压相量,潮流计算过程中保持 更新。

根据全纯嵌入原理,由式(13)可得 PQ(V)节点的全纯嵌入潮流计算模型为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{wk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}(s) = s \dot{I}_{w} - s Y_{w}^{\text{sh}} \dot{U}_{w}(s), w \in P$$
(14)

4) 光伏和燃料电池:若光伏和燃料电池接入 配电网时的变流器控制方式为定电流控制,其输出 的有功功率和电流幅值已知<sup>[30]</sup>,可将其所连节点等 效为 PI 节点。与 PQ(V)节点类似,无法对 PI 节点 直接构建全纯嵌入潮流计算模型,需对其表达形式 进行变换,以适应全纯嵌入潮流计算模型构建的需 要,具体描述如下:

节点 t 输出的无功功率表达式为

$$Q_{G_t} = \sqrt{I_t^2 U_t^2 - (P_{G_t}^{sp})^2}, t \in K$$
(15)

式中:  $I_t$ 、  $P_{Gt}^{sp}$  分别为节点 t 注入的电流幅值和有功 功率,并且均为已知量;  $U_t$ 为节点 t 的电压幅值, 在潮流计算过程中保持更新; K 为主动配电网中 PI 节点集合。

节点 t 注入电流的相量形式为

$$\dot{I}_{t} = \left(\frac{P_{G_{t}}^{\text{sp}} + jQ_{G_{t}}}{\dot{U}_{t}}\right)^{*}, t \in K$$
(16)

由式(15)和式(16)可得 PI 节点的全纯嵌入潮流 计算模型为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{tk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}(s) = s \dot{I}_{t} - s Y_{t}^{\text{sh}} \dot{U}_{t}(s), t \in K$$
(17)

5)下垂控制 DG:若配电网运行于孤岛模式, 网络中的 DG 将采用下垂控制,以实现网络中有功 功率和无功功率的平衡<sup>[31]</sup>。设本文配电网采用的 下垂控制方式为 Pf/QV,即根据频率/电压实现 DG 的有功功率/无功功率分配。可将此类 DG 所连 节点视为下垂控制节点,其全纯嵌入潮流计算模 型为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{dk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}(s) = \left[\frac{1}{m_{d}}(f_{0} - f(s)) + \right] \\ j \frac{1}{n_{d}}(U_{d}(s) - U_{d0}) W_{d}^{*}(s^{*}) - sY_{d}^{\text{sh}} \dot{U}_{d}(s) \\ U_{d}(s) * U_{d}(s) = \dot{U}_{d}(s) * \dot{U}_{d}^{*}(s), d \in D \end{cases}$$
(18)

式中: *m<sub>d</sub>*、*n<sub>d</sub>*分别为节点*d*的有功功率下垂增益系数和无功功率下垂增益系数; *D*为主动配电网中下垂控制节点集合。

1.2.4 SOP 全纯嵌入潮流计算模型

SOP 是安装于传统联络开关处的电力电子装置,其通过控制所连馈线两侧功率,改善网络的潮流分布和调节馈线电压。典型 SOP 的拓扑结构如图1所示,其主要构成为背靠背电压源型换流器<sup>[32]</sup>。



#### 图 1 SOP 拓扑结构 Fig. 1 Topological structure of SOP

正常运行工况下,SOP的典型控制方式如表1 所示。其中,一个换流器实现对传输功率的控制, 另一个换流器实现对直流电压的控制<sup>[33]</sup>。

表 1 SOP 等效模型 Table 1 Equivalent models of SOP

计行时间		VSC1 侧节点	VSC2 侧节点			
运行场京	控制力式	S1等效模型	S2等效模型			
正常运行	$PQ V_{dc}Q$	PQ 节点	PQ 节点			
正常运行	$V_{dc}V PQ$	PV 节点	<b>PQ</b> 节点			

当 VSC1 采用 PQ 控制方式时,VSC2 应采
 用 V<sub>dc</sub>Q 控制方式<sup>[34]</sup>。此时,VSC1 所连节点 S<sub>1</sub>可
 等效为 PQ 节点,其全纯嵌入潮流计算模型为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{S_{1}k}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}(s) = (sP_{GS_{1}}^{\text{sp}} - jsQ_{GS_{1}}^{\text{sp}})W_{S_{1}}^{*}(s^{*}) - sY_{S_{1}}^{\text{sh}} \dot{U}_{S_{1}}(s),$$

$$S_{1} \in L + \{-P_{LS_{1}0}[s(a_{pS_{1}} \frac{U_{S_{1}}^{2}(s)}{U_{S_{1}0}} + b_{pS_{1}} \frac{U_{S_{1}}(s)}{U_{S_{1}0}} + c_{pS_{1}}) + (k_{pS_{1}}(f(s) - f_{0}))] + jQ_{LS_{1}0}[s(a_{qS_{1}} \frac{U_{S_{1}}^{2}(s)}{U_{S_{1}0}} + b_{qS_{1}} \frac{U_{S_{1}}(s)}{U_{S_{1}0}} + c_{qS_{1}}) + (k_{qS_{1}}(f(s) - f_{0}))]\}W_{S_{1}}^{*}(s^{*})$$
(19)

VSC2 所连节点 S<sub>2</sub>可等效为 PQ 节点,其全纯 嵌入潮流计算模型为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{S_{2}k}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}(s) = (sP_{GS_{2}}^{\text{sp}} - jsQ_{GS_{2}}^{\text{sp}})W_{S_{2}}^{*}(s^{*}) - sY_{S_{2}}^{\text{sh}} \dot{U}_{S_{2}}(s) + \\ \{-P_{LS_{2}0}[s(a_{pS_{2}} \frac{U_{S_{2}}^{2}(s)}{U_{S_{2}0}} + b_{pS_{2}} \frac{U_{S_{2}}(s)}{U_{S_{2}0}} + c_{pS_{2}}) + \\ (k_{pS_{2}}(f(s) - f_{0}))] + jQ_{LS_{2}0}[s(a_{qS_{2}} \frac{U_{S_{2}}^{2}(s)}{U_{S_{2}0}} + b_{qS_{2}} \frac{U_{S_{2}}(s)}{U_{S_{2}0}} + \\ c_{qS_{2}}) + (k_{qS_{2}}(f(s) - f_{0}))] \}W_{S_{2}}^{*}(s^{*}) \\ P_{GS_{2}}^{\text{sp}} = -P_{GS_{1}}^{\text{sp}} + P_{\text{loss}}, S_{2} \in L \end{cases}$$

$$(20)$$

式中 Ploss 为换流器的损耗,约为 Psp 的 1%。

当 VSC1 采用 V<sub>dc</sub>V 控制方式时,VSC2 应
 采用 PQ 控制方式<sup>[34]</sup>。此时,VSC1 所连节点 S<sub>1</sub>可
 等效为 PV 节点,其全纯嵌入潮流计算模型为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{S_{1}k}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}(s) = (sP_{GS_{1}} - jQ_{GS_{1}}(s))W_{S_{1}}^{*}(s^{*}) - \\ sY_{S_{1}}^{\text{sh}} \dot{U}_{S_{1}}(s) + \{-P_{LS_{1}0}[s(a_{pS_{1}} \frac{U_{S_{1}}^{2}(s)}{U_{S_{1}0}} + b_{pS_{1}} \frac{U_{S_{1}}(s)}{U_{S_{1}0}} + \\ c_{pS_{1}}\} + (k_{pS_{1}}(f(s) - f_{0}))] + jQ_{LS_{1}0}[s(a_{qS_{1}} \frac{U_{S_{1}}^{2}(s)}{U_{S_{1}0}} + \\ b_{qS_{1}} \frac{U_{S_{1}}(s)}{U_{S_{1}0}} + c_{qS_{1}}\} + (k_{qS_{1}}(f(s) - f_{0}))] \} W_{S_{1}}^{*}(s^{*}) \\ \dot{U}_{S_{1}}(s) + \dot{U}_{S_{1}}^{*}(s^{*}) = U_{S_{1}}^{(0)} + s((U_{S_{1}}^{\text{sp}})^{2} - U_{S_{1}}^{(0)}), S_{1} \in U \end{cases}$$

VSC2 所连节点 S<sub>2</sub>可等效为 PQ 节点,其全纯嵌入潮流计算模型与式(20)相同。

1.2.5 主动配电网全纯嵌入潮流计算模型合理性 证明

本节根据 1.1 节的全纯函数构建基本原则,对 所构建的全纯嵌入潮流计算模型的合理性进行 分析。

首先,针对主动配电网全纯嵌入潮流计算模型 中的频率、电压相量、无功功率、电压幅值以及电 压相量倒数的全纯函数在(0, j0)处泰勒级数展 开有:

1)频率的全纯函数 f(s)泰勒展开式为

$$f(s) = \sum_{g=0}^{\infty} f[g]s^g = f[0] + \dots + f[n]s^n + \dots \quad (22)$$

式中*f*[0], *f*[1], ..., *f*[*n*]为*f*(*s*)泰勒展开式的第1, 2, ..., *n*阶幂级数系数。

2) 电压相量的全纯函数 Ú(s) 泰勒展开式为

$$\dot{U}(s) = \sum_{g=0}^{\infty} \dot{U}[g] s^g = \dot{U}[0] + \dots + \dot{U}[n] s^n + \dots \quad (23)$$

式中 *Ú*[0], *Ú*[1], ..., *Ú*[*n*]为 *Ú*(*s*)泰勒展开式的第 1, 2, ..., *n* 阶幂级数系数。

3) 无功功率的全纯函数 Q(s)泰勒展开式为

$$Q(s) = \sum_{g=0}^{\infty} Q[g] s^g = Q[0] + \dots + Q[n] s^n + \dots \quad (24)$$

式中 Q[0], Q[1], ..., Q[n]为 Q(s)泰勒展开式的第 1, 2, ..., n 阶幂级数系数。

4) 电压幅值的全纯函数 U(s)泰勒展开式为

$$\begin{cases} U(s) = \sum_{g=0}^{\infty} U[g]s^g = U[0] + \dots + U[n]s^n + \dots \\ U(s) * U(s) = \dot{U}(s) * \dot{U}^*(s^*) \end{cases}$$
(25)

式中 U[0], U[1], ..., U[n]为 U(s)泰勒展开式的第 1, 2, ..., n 阶幂级数系数。

5)电压相量倒数的全纯函数 W(s)泰勒展开 式为

$$W(s) = \frac{1}{\dot{U}(s)} = \sum_{g=0}^{\infty} W[g] s^g = W[0] + \dots + W[n] s^n + \dots \quad (26)$$

式中 W[0], W[1], ..., W[n]为 W(s)泰勒展开式的第 1, 2, ..., n 阶幂级数系数。

将各节点全纯嵌入潮流计算模型中全纯函数 按照式(22)—(26)形式进行泰勒级数展开。当 s=0 时,各节点全纯嵌入潮流计算方程分别转化为关于 f[0]、Ū[0]、Q[0]、U[0]的线性方程,便可求解出f[0]、 Ú[0]、Q[0]、U[0]的值,即泰勒级数常项值,各节 点的泰勒级数常项值如 2.1 节所示。当 s=1 时,各 节点全纯嵌入潮流计算模型与原潮流方程完全等 价,故本文所构建各节点全纯嵌入潮流计算模型满 足 1.1 节全纯函数构建基本原则 1)和 2)。

同时,函数 f(s)、U(s)、Q(s)、U(s)满足柯西-黎曼方程,即f(s)、U(s)、Q(s)、U(s)为全纯函数, 具有全纯性,故所构建各节点全纯嵌入潮流算模 型满足1.1节全纯函数构建基本原则3)。此外,文 献[18]已证明全纯嵌入潮流模型满足1.1节全纯函 数构建基本原则4)。

综上,本文所构建的各节点全纯嵌入潮流计 算模型完全满足1.1节所述全纯函数构建的4个基 本原则,即所构建的全纯嵌入潮流计算模型合理、 可行。

#### 2 主动配电网统一全纯嵌入潮流模型求解

针对本文构建的主动配电网各节点全纯嵌入 潮流计算模型,本节基于全纯嵌入理论对其进行求 解,提出了一种可求解含多类型 DG 和 SOP 且可运 行在并网/孤岛模式的主动配电网统一全纯嵌入潮 流计算方法(unified HELM for active distribution network, UDHELM),以实现主动配电网潮流分布 的求解。

#### 2.1 各节点胚芽解求解

由于在幂级数递归求解过程中,需利用电压幅 值全纯函数和电压相量倒数全纯函数递推关系式 求解各节点的第 n 阶幂级数系数。通过对比式(25) 等式两侧的同次幂级数系数,可得电压幅值全纯函 数的幂级数系数递推关系式如附录式(A1)所示。同 理,比较式(26)左右两侧同次幂级数系数,可得电 压相量倒数的全纯函数幂级数系数递推关系式如 附录式(A2)所示。

由全纯嵌入非线性方程组求解理论可知:各节 点泰勒级数常数项值即胚芽解是推导各节点第 n 阶 幂级数系数与第 n-1 阶幂级数系数之间递推关系式 的基础,因此,本节针对主动配电网全纯嵌入潮流 计算模型中的全纯函数按照式(22)—(26)的形式进 行泰勒级数展开,并在 s=0 处求得各节点胚芽解。 需要指出的是:若主动配电网运行在并网模式,网 络中无下垂控制节点,则不需要求解下垂控制节点 的胚芽解;若网络运行在孤岛模式,网络中不含 PCC 节点,则不需要求解 PCC 节点的胚芽解。因 此,各节点胚芽解应从并网运行模式和孤岛运行模 式2个方面进行求解,具体求解结果如下文所述。 1) 并网运行模式下各节点胚芽解为  $\dot{U}_{r}[0] = \dot{U}_{l}[0] = \dot{U}_{m}[0] = \dot{U}_{b}[0] = \dot{U}_{l}[0] = \dot{U}_{w}[0] = 1$  $\dot{U}_{S_1}[0] = \dot{U}_{S_2}[0] = 1$ PQ/V<sub>do</sub>Q  $W_{S_1}[0] = W_{S_2}[0] = 1$  $(\dot{U}_{s_1}[0] = \dot{U}_{s_2}[0] = 1$ (27)  $W_{S_1}[0] = W_{S_2}[0] = 1, V_{dc}V/PQ$  $Q_{GS}[0]=0$  $W_{l}[0] = W_{m}[0] = W_{b}[0] = W_{t}[0] = W_{w}[0] = 1$  $Q_{Gb}[0]=0, f[0]=f_0$ 2) 孤岛运行模式下各节点胚芽解为  $(\dot{U}_{i}[0] = \dot{U}_{w}[0] = \dot{U}_{b}[0] = \dot{U}_{i}[0] = \dot{U}_{w}[0] = \dot{U}_{d}[0] = U_{d0}$  $(\dot{U}_{S_1}[0] = \dot{U}_{S_2}[0] = U_{d0}$  $W_{S_1}[0] = W_{S_2}[0] = 1/U_{d0}$  $(\dot{U}_{s_1}[0] = \dot{U}_{s_2}[0] = U_{d0}$ (28) $\begin{cases} W_{S_1}[0] = W_{S_2}[0] = 1/U_{d0}, V_{dc}V/PQ \end{cases}$  $Q_{GS}[0]=0$  $W_{l}[0] = W_{m}[0] = W_{b}[0] = W_{l}[0] = W_{w}[0] = W_{d}[0] = 1/U_{d0}$  $Q_{Gb}[0]=0, f[0]=f_0, U_d[0]=U_{d0}$ 

在求得胚芽解之后,需进一步求取各节点第 n 阶幂级数系数与第 n-1 阶幂级数系数之间的递推关 系式,具体描述如下。

#### 2.2 PCC 节点幂级数系数递推关系式求解

根据式(5)的 PCC 节点全纯嵌入潮流计算模型, 比较等式左右两侧同次幂级数系数得 PCC 节点的 幂级数系数递推关系式为

$$\dot{U}_r[n] = \delta(n)(U_r^{\rm sp} - \dot{U}_r[0]), r \in \mathbb{R}$$
(29)

式中ð(n)的表达式为

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & , n = 1 \\ 0 & , n > 1 \end{cases}$$
(30)

#### 2.3 PV 节点幂级数系数递推关系式求解

对于网络中如式(10)和(21)所示的PV节点全纯 嵌入潮流计算模型,比较等式左右两侧的同次幂级 数系数,可得 PV 节点的幂级数系数递推关系式。 其中,燃气轮机和内燃机所连节点幂级数系数递推 关系式如附录式(A3)所示,SOP 的 VSC1 采用 V<sub>dc</sub>V 控制方式时 *S*<sub>1</sub> 节点幂级数系数递推关系式如附录 式(A5)所示。

#### 2.4 PQ 节点幂级数系数递推关系式求解

对于式(8)、(11)、(19)—(20)所示的 PQ 节点全

纯嵌入潮流计算模型,将全纯函数按照式(22)—(26) 的形式进行泰勒级数展开并分别代入式(8)、(11)、 (19)—(20),比较等式左右两侧的同次幂级数系数, 可得 PQ 节点的幂级数系数递推关系式如下。

1)负荷节点幂级数系数递推关系式为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{lk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[n] + T_{l} f[n] = -Y_{l}^{\text{sh}} \dot{U}_{l}[n-1] + J_{l}, l \in L$$
(31)

式中 $J_l$ 、 $T_l$ 表达式可由如附录式(A6)和(A7)令角标z为l得到。

2)双馈异步风力发电机所连节点幂级数系数
 递推关系式为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{mk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[n] = \tilde{S}_{Gm}^{*} W_{m}^{*}[n-1] - Y_{m}^{\text{sh}} \dot{U}_{m}[n-1] =$$

$$(P_{Gm}^{\rm sp} - jQ_{Gm}^{\rm sp})W_m^*[n-1] - Y_m^{\rm sh}\dot{U}_m[n-1], m \in L \ (32)$$

3) SOP 的 VSC1 采用 PQ 控制方式时 S<sub>1</sub> 节点 幂级数系数递推关系式为

$$\sum_{k=1}^{N} Y_{S_{1}k}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[n] + T_{S_{1}} f[n] = -Y_{S_{1}}^{\text{sh}} \dot{U}_{S_{1}}[n-1] + (P_{GS_{1}}^{\text{sp}} W_{S_{1}}^{*}[n-1] - jQ_{GS_{1}}^{\text{sp}} W_{S_{1}}^{*}[n-1]) + J_{S_{1}}, S_{1} \in L$$
(33)

4)SOP 的 VSC2 采用 V<sub>dc</sub>Q 控制方式时 S<sub>2</sub>节点 幂级数系数递推关系式为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{S_{2k}}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[n] + T_{S_{2}} f[n] = -Y_{S_{2}}^{\text{sh}} \dot{U}_{S_{2}}[n-1] + \\ (P_{GS_{2}}^{\text{sp}} W_{S_{2}}^{*}[n-1] - j Q_{GS_{2}}^{\text{sp}} W_{S_{2}}^{*}[n-1]) + J_{S_{2}}, S_{2} \in L \end{cases}$$

$$P_{GS_{2}}^{\text{sp}} = -P_{GS_{1}}^{\text{sp}} + P_{\text{loss}}$$

$$(34)$$

#### 2.5 PQ(V)节点幂级数系数递推关系式求解

对式(14)所示永磁风力发电机所连节点的全纯 嵌入潮流计算模型,将全纯函数 *Ú*(*s*)按照式(23)的 形式进行泰勒级数展开后代入式(14),比较等式两 侧的同次幂级数系数,因节点全纯嵌入潮流计算模 型中仅存在与复参数*s*一阶项相关的系数,故将阶 数 *n*=1 与 *n*>1 的幂级数系数递推关系式分开表达, 其递推关系式为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{wk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[0] = 0 &, n = 0, w \in P \\ \sum_{k=1}^{N} Y_{wk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[1] = \dot{I}_{w} - Y_{w}^{\text{sh}} \dot{U}_{w}[0] &, n = 1, w \in P \text{ (35)} \\ \sum_{k=1}^{N} Y_{wk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[n] = -Y_{w}^{\text{sh}} \dot{U}_{w}[n-1] &, n > 1, w \in P \end{cases}$$

#### 2.6 PI 节点幂级数系数递推关系式求解

对于式(17)所示光伏和燃料电池所连节点的全 纯嵌入潮流计算模型,其递推关系式求解方法与 PQ(V)节点类似,不再赘述,得 PI 节点幂级数系数 递推关系式为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{tk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[0] = 0 & , \ n = 0 & , \ t \in K \\ \sum_{k=1}^{N} Y_{tk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[1] = \dot{I}_{t} - Y_{t}^{\text{sh}} \dot{U}_{t}[0] & , \ n = 1 & , \ t \in K \ (36) \\ \sum_{k=1}^{N} Y_{tk}^{\text{tr}} \dot{U}_{k}[n] = -Y_{t}^{\text{sh}} \dot{U}_{t}[n-1] & , \ n > 1 & , \ t \in K \end{cases}$$

#### 2.7 下垂控制节点幂级数系数递推关系式求解

由式(18)所示下垂控制节点全纯嵌入潮流计算 模型,根据式(18)等式两侧同次幂级数系数得下垂 控制节点的幂级数系数递推关系式如附录式(A8) 所示。

#### 2.8 幂级数系数求解流程

由上述 PCC 节点、PV 节点、PQ 节点、PQ(V) 节点、PI 节点以及下垂控制节点的递推关系式,可 求解各节点第 *n* 阶幂级数系数,其求解形式为

$A_{11}$	0	0	0	$\begin{bmatrix} \dot{U}[n] \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dot{U}_1[n-1] \end{bmatrix}$	
<b>A</b> <sub>21</sub>	<b>A</b> <sub>22</sub>	$A_{23}$	<b>A</b> <sub>24</sub>	f[n]	0	(37)
<b>A</b> <sub>31</sub>	0	$A_{33}$	0	$ U[n] ^-$	$\dot{U}_2[n-1]$	(37)
$A_{41}$	0	0	0	$[\mathbf{Q}[n]]$	$\left\lfloor \dot{U}_{3}[n-1] \right\rfloor$	

式中: A11 为 2NPCC×2N 矩阵, NPCC 和 N 分别为网络 中 PCC 节点个数和节点总数, 矩阵中元素由式(29) 确定; A<sub>21</sub>为 2(N-N<sub>PCC</sub>)×2(N-N<sub>PCC</sub>)矩阵,矩阵中元 素由 Yik 的实部和虚部组成; A22 为 2N×1 矩阵, 矩 阵中元素由式(31)、(33)—(34)以及附录式(A8)确定; A23为2N×Ndroop矩阵,Ndroop为网络中下垂控制节点 个数,矩阵中元素由附录式(A8)确定;A24为2N×Npv 矩阵, N<sub>PV</sub> 为网络中 PV 节点个数, 矩阵中元素由 附录式(A3)和式(A5)确定; A<sub>31</sub> 为(1+N<sub>droop</sub>)×2N 矩 阵,矩阵中元素由附录式(A8)确定; A33 为 (1+Ndroop)×2Ndroop 矩阵,矩阵中元素由附录式(A8) 确定;A41为NPV×2N矩阵,矩阵中元素由附录式(A3) 和(A5)确定; U[n]为 2N×1 矩阵,矩阵中元素由节 点电压实部第 n 阶幂级数系数和节点电压虚部第 n 阶幂级数系数组成; f[n]为 1×1 矩阵, 矩阵中元素 为 f[n]; U[n]为 N<sub>droop</sub>×1 矩阵, 矩阵中元素为下垂控 制节点电压幅值第 n 阶幂级数系数; Q[n]为 N<sub>PV</sub>×1 矩阵,矩阵中元素为 PV 节点无功功率第 n 阶幂级 数系数; Ū₁[n−1] 为 2N×1 矩阵,矩阵中元素由各 节点递推关系式确定;  $\dot{U}_{2}[n-1]$ 为  $N_{droop} \times 1$  矩阵, 矩阵中元素由附录式(A8)确定;  $\dot{U}_3[n-1]$ 为  $N_{PV}\times1$ 矩阵,矩阵中元素由附录式(A3)和(A5)确定。

依据式(37)的第 n 阶幂级数系数求解形式,各 节点幂级数系数的求解流程如附图 B1 所示。求解 各阶幂级数系数之后,便可基于解析延拓法如帕得 逼近求解电压全纯函数 *Ú*(*s*)、无功功率全纯函数 *Q*(*s*)和频率全纯函数 *f*(*s*)在 *s*=1 处的逼近值,进而实 现配电网潮流求解。

#### 2.9 主动配电网统一全纯嵌入潮流计算方法 UDHELM 的计算流程

综上,本文所提 UDHELM 求解流程如附图 B2 所示,求解步骤具体如下文所述。

步骤 1: 确定主动配电网的运行模式,即运行 于并网模式或孤岛模式。

步骤 2: 设置 UDHELM 内层迭代收敛阈值 $\Sigma_1$ 、 外层迭代收敛阈值 $\Sigma_2$ 、外层最大迭代次数  $L_{max}$  及 内层迭代中幂级数系数阶数上限  $n_{max}$ ,并令 L=0。 本文将 $\Sigma_1$  设置为  $1 \times 10^{-4}$ ,  $\Sigma_2$  设置为  $1 \times 10^{-6}$ ,  $L_{max}$ 设置为 10,  $n_{max}$  设置为 15。

步骤 3:根据主动配电网的运行模式,确定 SOP 的控制方式以及各类型 DG 的并网方式,进而实现 网络节点、各类型 DG 及 SOP 全纯嵌入潮流计算模型的构建。

步骤 4: 设置  $\dot{U}_{r}=1 \angle 0$ pu、 $\dot{U}_{w}=1 \angle 0$ pu,利用 式(12)和(15)分别计算 PI 节点 t、PQ(V)节点 w 输出 的无功功率。然后,节点 t、节点 w 的节点电流相 量值可分别利用式(16)和(13)计算,进而确定节点 t 和节点 w 的全纯嵌入潮流计算模型中的  $\dot{I}_{t}$ 和 $\dot{I}_{w}$ 。

步骤 5: 对主动配电网全纯嵌入潮流计算模型 中的全纯函数按照式(22)—(26)进行泰勒级数展开, 根据等式两侧幂级数系数相等的原则,确定各节点 的胚芽解和幂级数系数递推关系式。

步骤 6: 进行 UDHELM 内层迭代计算,即, 递归求解电压相量幂级数系数 *Ū*[0],*Ū*[1],...,*Ŭ*[*n*]、 系统频率幂级数系数 *f*[0], *f*[1], ..., *f*[*n*]以及无功功 率幂级数系数 *Q*[0], *Q*[1], ..., *Q*[*n*]。根据求得的电 压相量、系统频率、无功功率幂级数系数,利用帕 得逼近确定电压相量逼近值、系统频率逼近值、无 功功率逼近值,并利用电压相量逼近值求解功率不 平衡量,将功率不平衡量最大值记为 *P*\_max,若|*P*\_max| 大于*ε*<sub>1</sub>,则继续求取更高阶幂级数系数,反之,内 层计算收敛,利用电压逼近值更新 PI 节点、PQ(V) 节点的全纯嵌入潮流计算模型。

步骤 7:进行 UDHELM 外层迭代计算,若 L=0, 则继续进行步骤 6;若 L>0, 则将当前第 L 次潮

流计算与第(*L*-1)次潮流计算得到的各节点电压相 量值进行比较,如式(38)所示。*Ü<sup>L</sup>*和 *Ü<sup>L-1</sup>*分别表 示第 *L* 次和第(*L*-1)次潮流计算过程中求得的电压 相量。

$$\Delta \dot{\boldsymbol{U}} = |\dot{\boldsymbol{U}}^L - \dot{\boldsymbol{U}}^{L-1}| \qquad (38)$$

设  $e_r$  为 $\Delta U$  中各节点电压幅值的最大相对误 差、 $e_i$  为 $\Delta U$  中各节点电压相角的最大相对误差, 误差  $e_r$ 定义为  $e_r$ 与  $e_i$ 之间的的较大值。如果  $e_r$ 大 于或等于 $e_2$ ,则进行外层迭代计算,令 L=L+1,重 复步骤 6,直到  $e_r$ 小于 $e_2$ 或  $L>L_max$ ,此时计算结 束,输出潮流计算结果或发出警告。

#### 3 算例分析

本节分别采用修改的 IEEE-33 和 IEEE-123 节 点主动配电网测试系统对所提 UDHELM 进行分析、 验证,并将潮流计算结果与传统的牛拉法(Newton Raphson method, NRM)计算结果进行分析、对比, 以验证所提 UDHELM 的准确性和有效性。计算平 台硬件配置为 CPU Intel Core i7-6700HQ,主频 2.6 GHz,内存为 8GB;软件平台采用 MATLAB R2017a,基于该软件平台开发所提 UDHELM 算法, 并将其潮流计算结果与MATPOWER 7.1 的NRM潮 流计算结果进行对比分析。

# 3.1 修改的 IEEE-33 节点测试系统:并网运行模式 IEEE-33 节点测试系统网络拓扑如图 2 所示,

其中功率基准值 S<sub>base</sub>为 10 MV·A,电压基准值 U<sub>base</sub>为 12.66 kV,线路和节点负荷参数详见文献[35]。



#### Fig. 2 Modified IEEE 33-bus test system

选择双馈异步风力发电机、燃气轮机、光伏板、 永磁风力发电机作为接入 IEEE-33 节点测试系统的 DG,分别接入节点 9、21、14、27,其参数如附 表 B1 所示。

图 2 中 TS1-TS5 均为联络开关,网络正常运行 时均处于断开状态。设置一台 SOP 置于节点 18 与 节点 33 之间,替代原有的联络开关 TS3;另设置 一台 SOP 置于节点 12 与节点 22 之间,替代原有的 联络开关 TS1。各 SOP 的控制方式、控制参数以及 换流器所连节点如附表 B2 所示。

#### 3.1.1 准确性验证

假设上述 DG 以及 SOP 在系统并网运行模式下 全部接入系统,依据设置的各 DG 并网方式和 SOP 控制方式,构建主动配电网全纯嵌入潮流计算模 型,按照附图 B2 所示计算流程,利用 UDHELM 求 解修改后的 IEEE-33 节点测试系统潮流。同时,采 用 NRM 求解修改后的 IEEE-33 节点测试系统潮流, 2 种方法求得的潮流计算结果如表 2 所示。

表 2 并网运行模式下 IEEE-33 节点测试系统潮流计算结果 Table 2 Power flow results of IEEE 33-bus test system under grid-connected operation mode

节点	节点电压幅值/pu			节点电压相角/(°)		
编号	NRM	UDHELM	相对误差/%	NRM	UDHELM	相对误差/%
1	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000 0
2	0.9979	0.9979	0.0000	-0.0300	-0.0300	0.003 8
3	0.9877	0.9877	0.0000	-0.133 5	-0.133 5	0.005 5
4	0.9830	0.983 0	0.0000	-0.2078	-0.2078	0.005 7
5	0.9786	0.9786	0.0000	-0.2886	-0.2886	0.005 8
6	0.9689	0.9689	0.0000	-0.642 5	-0.6425	0.004 8
7	0.9707	0.9707	0.0000	-0.9079	-0.9078	0.004 1
8	0.9687	0.9687	0.0000	-1.1932	-1.193 1	0.003 8
9	0.9698	0.9698	0.0000	-1.6967	-1.6967	0.003 5
10	0.9705	0.970 5	0.0000	-2.2036	-2.203 5	0.003 3
11	0.9703	0.9703	0.0000	-2.284 1	-2.2840	0.003 3
12	0.9700	0.9700	0.0000	-2.4395	-2.4394	0.003 3
13	0.9698	0.9698	0.0000	-2.8949	-2.8949	0.002 9
14	0.9710	0.9710	0.0000	-3.0980	-3.0979	0.002 8
15	0.9698	0.9698	0.0000	-3.1645	-3.1644	0.002 8
16	0.9686	0.9686	0.0000	-3.2243	-3.2242	0.002 8
17	0.9673	0.9673	0.0000	-3.3769	-3.3768	0.002 7
18	0.9669	0.9669	0.0000	-3.4248	-3.4247	0.002 7
19	0.9980	0.9980	0.0000	-0.0553	-0.0553	0.002 2
20	0.9991	0.9991	0.0000	-0.2590	-0.2590	0.000 8
21	1.0000	1.0000	0.0000	-0.309 5	-0.309 5	0.0007
22	0.9996	0.9996	0.0000	-0.3647	-0.3647	0.0006
23	0.984 1	0.9841	0.0000	-0.1642	-0.164 1	0.004 6
24	0.9775	0.977 5	0.0000	-0.2520	-0.2520	0.003 2
25	0.9742	0.9742	0.0000	-0.295 3	-0.295 3	0.002 8
26	0.9675	0.967 5	0.0000	-0.5949	-0.5949	0.005 2
27	0.965 5	0.965 5	0.0000	-0.5275	-0.5274	0.005 9
28	0.9552	0.9552	0.0000	-0.4596	-0.4596	0.006 8
29	0.9478	0.9478	0.0000	-0.3943	-0.3943	0.008 0
30	0.944 7	0.944 7	0.0000	-0.303 8	-0.303 8	0.0102
31	0.9414	0.9414	0.0000	-0.393 0	-0.393 0	0.008 2
32	0.9408	0.9408	0.0000	-0.4165	-0.4165	0.007 8
33	0.9409	0.9409	0.0000	-0.4229	-0.4228	0.007 7

图 3 和 4 进一步以 NRM 计算结果为基准,对 比给出了采用 UDHELM 计算得到的线路有功功率 和无功功率误差最大的 7 条线路的有功功率和无功 功率。









由表 2、图 3 和 4 的计算结果可以看出:相对 NRM,采用 UDHELM 计算得到的节点电压幅值和 相角的最大相对误差分别低至 0.000 0%、0.010 2%, 线路有功功率和无功功率的最大相对误差低至 0.000 0%、0.000 0%,验证了本文所提 UDHELM 可 实现配电网并网运行模式下潮流的准确求解。

3.1.2 鲁棒性验证

本节首先通过增大线路的 *R*/*X* 比值来验证所提 UDHELM 的鲁棒性。不同 *R*/*X* 比值下,采用 UDHELM 和 NRM 求解的系统潮流结果如图 5 所 示。图中纵坐标上 1 代表潮流计算结果收敛,0代 表潮流计算结果不收敛,由图 5 可看出:当 *R*/*X* 比 值小于 1.8 时,NRM 与 UDHELM 均具有良好的收 敛性;当 *R*/*X* 比值大于 1.8 时,UDHELM 仍然收敛 而 NRM 出现不收敛现象。

进一步,以基态负荷为基准逐步增大系统负荷 水平以验证所提 UDHELM 的鲁棒性,表 3 对比给



图 5 不同 R/X 比值下算法收敛性比较 Fig. 5 Convergence comparison of algorithms with different R/X ratios

表 3 不同负荷水平下算法收敛性能比较

 Table 3 Convergence comparison of algorithms with different load levels

			最大电压误差				
负荷水平/倍数	寸3	计算耗时/s		绝对误差		相对误差	
	NRM	UDHELM	U/pu	<b>θ</b> /(°)	U/%	<i>θ</i> /%	
1.00	0.173	0.064	0.0000	0.0001	0.0000	0.0102	
1.50	0.194	0.073	0.0000	0.0000	0.0001	0.0257	
2.00	0.226	0.114	0.0000	0.0000	0.0000	0.0185	
2.50	0.279	0.157	0.000 2	0.0163	0.0000	0.0136	
2.75	0.302	0.195	0.0001	0.0131	0.0001	0.0362	
3.00	不收敛	0.263	_	_	_	_	

出了不同负荷水平下 NRM 与 UDHELM 的计算耗时, 且以 NRM 计算结果为基准,给出了不同负荷水平下 UDHELM 计算得到的节点电压幅值和相角的最大误差。

由表 3 可知: 当系统负荷水平增加到基态的 3.0 倍时, UDHELM 仍具有良好的收敛性, 但 NRM 出 现不收敛现象;同时,相较于 NRM, UDHELM 在 保证计算精度同时,收敛用时更少,具有更高的计 算效率。

综上,相对于 NRM,当配电网线路 *R*/*X* 比值 较大或系统负荷水平较高时,所提 UDHELM 仍可 准确求解出配电网的潮流,具有更好的鲁棒性。

3.2 修改的 IEEE-33 节点测试系统: 孤岛运行模式

假设图 2 中的 IEEE-33 节点测试系统出现故障,图 2 阴影区域为维持稳定运行进入计划外孤岛运行模式<sup>[36]</sup>。此时,区域内所有 DG 均运行在下垂控制方式,设置所有下垂控制的 DG 空载电压幅值及频率的标幺值分别为: U<sub>0</sub>=0.998 pu、f<sub>0</sub>=0.998 pu。设置节点 9 的电压相位角为 0°,系统频率的允许范围为(1±0.004)pu,节点电压幅值的允许范围为

(1±0.06)pu。进一步在孤岛运行模式下采用 NRM 和 UDHELM 求解处于孤岛状态的阴影部分网络的潮 流分布,表4以 NRM 计算结果为基准,对比给出 了采用 UDHELM 计算得到的节点电压幅值和相角 误差最大的6个节点的电压幅值和电压相角。

表 4 孤岛运行模式下 IEEE-33 节点测试系统潮流计算结果 Table 4 Power flow results of IEEE 33-bus test system

under islanded operation mode

1						
节点编号	节点电点	玉幅值 U/pu		节点电压相角 <i>θ</i> (°)		
	編号 NRM UDHELM		节点编号	NRM	UDHELM	
12	0.9792	0.9790	12	-0.1659	-0.1658	
13	0.9798	0.9796	13	-0.3204	-0.3203	
15	0.9795	0.9794	16	-0.500 9	-0.5009	
14	0.9806	0.9806	14	-0.3786	-0.3786	
16	0.9782	0.9782	15	-0.443 0	-0.4430	
17	0.9770	0.9770	17	-0.648 8	-0.6488	

对比表 4 中潮流计算结果可以看出: 孤岛运行 模式下,系统节点电压幅值、节点电压相角的最大 绝对误差和最大相对误差分别为 0.000 2 pu、 0.0204%和 0.000 1°、0.060 3%。由 NRM 及 UDHELM 计算所得的频率值分别为 0.996 2 pu 和 0.996 1 pu, 频率误差为 0.000 1 pu。上述结果验证了所提 UDHELM 可很好地应用于孤岛运行模式下主动配 电网潮流的求解。同时,需要指出的是: 阴影区域 进入孤岛模式后,区域内 DG 将由原有定有功控制 方式和定电流控制方式均转换为下垂控制模式,所 提 UDHELM 仍可准确地求解出孤岛网络的潮流分 布,表明所提 UDHELM 方法可有效计及 DG 控制 策略转换实现配电网潮流的准确计算,具有较强的 灵活性。

进一步,表5给出孤岛模式下系统各DG有功、 无功出力以及SOP有功功率和无功功率输出情况。 显然,由表4和5结果可看出:所构建的主动配电 网全纯嵌入潮流计算模型合理、可行;所提潮流求 解方法可有效求解含多类型DG和SOP且可运行在 并网/孤岛模式的配电网潮流,具有较强通用性。

表 5	DG 有功和无功出力以及 SOP 的
	有功和无功功率输出情况

## Table 5 Active power and reactive power output of DG and SOP

DG/SOP	有功功率/kW	无功功率/(kV·A)
DG-1	967.2	376.3
DG-3	405.0	315.2
DG-4	673.7	608.7
VSC1-33	53.0	75.0
VSC2-18	-54.0	98.0

3.3 修改的 IEEE-123 节点测试系统: 并网运行模式

本节进一步以图 6 所示 IEEE-123 节点测试系 统为例验证所提算法在较大规模配电网潮流计算 中的可行性。其中,功率基准值 S<sub>base</sub>为 10 MV·A, 电压基准值 U<sub>base</sub>为 12.66 kV,线路参数以及节点负 荷详见文献[37]。

分别在图 6 所示测试系统的节点 6、14、27、68



图 6 修改的 IEEE-123 节点测试系统 Fig. 6 Modified IEEE 123-bus test system

和 90 接入双馈异步风力发电机,在节点 22 接入燃 气轮机,在节点 46 接入内燃机,在节点 58 和 85 接 入永磁风力发电机,在节点 63 接入燃料电池,在节 点 75 和 109 接入光伏,各 DG 参数如附表 B3 所示。

图 6 中 TS1—TS3 均为联络开关,网络正常运行时均处于断开状态。设置一台 SOP 置于节点 54 与节点 95 之间,替代原有的联络开关 TS1。另设置一台 SOP 置于节点 116 与节点 117 之间,替代原有的联络开关 TS3。各 SOP 的控制方式、控制参数以及换流器所连节点如附表 B4 所示。

分别采用 NRM 和 UDHELM 求解修改后的 IEEE-123 节点测试系统并网模式下的潮流分布。 图 7 和 8 以 NRM 计算结果为基准,对比给出了采 用 UDHELM 计算得到的节点电压幅值和相角误差 最大的 10 个节点的电压幅值和电压相角。







Fig. 8 Voltage angles comparison in modified IEEE 123-bus test system

由图 7 和 8 计算结果可以看出:相对 NRM, 采用 UDHELM 计算得到的节点电压幅值和相角的 最大相对误差分别低至 0.0000%、0.0000%,即本 文所提 UDHELM 可准确计算较大规模配电网并网 运行模式下的潮流,具有较强的通用性。

3.4 修改的 IEEE-123 节点测试系统: 孤岛运行模式 本节进一步以较大规模孤岛系统来验证所提

算法有效性,假设图 6 中测试系统中出现故障,图 中阴影区域为维持稳定运行,断开与系统的连接, 进入计划外孤岛运行模式。此时,孤岛区域内所有 DG 均运行在下垂控制方式,设所有下垂控制的 DG 的 空 载 电 压 幅 值 及 频 率 的 标 幺 值 分 别 为 :  $U_0=1.010 \, \text{pu}, f_0=0.998 \, \text{pu}$ 。设节点 101 的电压相位 角为 0°,系统频率的允许范围为(1±0.004)pu,节点 电压幅值的允许范围为(1±0.06)pu。在该孤岛运行 方式下采用 NRM 和 UDHELM 求解该孤岛的潮流 分布,表 6 以 NRM 计算结果为基准,对比给出了 采用 UDHELM 计算得到的节点电压幅值和相角误 差最大的 10 个节点的电压幅值和电压相角。

表6 孤岛运行模式下 IEEE-123 节点测试系统潮流计算结果 Table 6 Power flow results of IEEE 123-bus test system under islanded operation mode

节点编号	节点电压幅值 U/pu		北上的口	节点电压相角 <i>θ</i> (°)	
	NRM	UDHELM	节点编亏	NRM	UDHELM
78	1.002 4	1.002 3	78	-0.0101	-0.0100
79	1.002 4	1.002 3	80	-0.010 5	-0.0104
80	1.002 4	1.002 5	79	-0.0102	-0.0102
81	1.002 4	1.002 4	83	-0.013 1	-0.013 1
82	1.002 3	1.002 3	81	-0.011 7	-0.0117
83	1.002 3	1.002 3	82	-0.0126	-0.0126
84	1.002 3	1.002 3	86	-0.004 7	-0.0047
85	1.002 4	1.002 4	84	-0.013 3	-0.0133
86	1.002 3	1.0023	85	-0.003 8	-0.003 8
87	1.002 5	1.002 5	87	-0.009 2	-0.0092

对比表 6 的潮流计算结果可以看出: 孤岛运行 模式下,系统中各节点电压幅值、各节点电压相角 的最大绝对误差和最大相对误差分别为 0.000 1 pu、 0.010 0%和 0.000 1°、0.990 1%。由 NRM 和 UDHELM 计算所得的频率值均为 0.997 1 pu。上述结果验证了 所提 UDHELM 可很好地应用于较大规模的孤岛运 行模式下主动配电网潮流分布的准确求解。

#### 3.5 计算效率测试

本节在上述算例基础上进一步对比了所提 UDHELM 计算效率。表 7 对比了所提 UDHELM 与 NRM 求解修改的 IEEE-33 节点和 IEEE-123 节点测 试系统潮流的计算耗时,表中 t<sub>H</sub>为 UDHELM 的总 计算耗时、n<sub>Ho</sub>为 UDHELM 的外层迭代次数、t<sub>HI</sub> 为 UDHELM 的单次外层迭代最长耗时、n<sub>Hi</sub>为 UDHELM 的单次外层迭代中内层最大迭代次数、 t<sub>H2</sub>为 UDHELM 的单次内层迭代的最长耗时、t<sub>N</sub>为 NRM 的总计算耗时、n<sub>N</sub>为 NRM 的总迭代次数、t<sub>NI</sub> 为 NRM 的单次迭代最长耗时。

表 7 UDHELM 与 NRM 计算效率比较 Table 7 Computational efficiency comparison between UDHELM and NRM

	算法		UDHELM				NRM		
比	较类别	$t_{\rm H/s}$	$n_{\mathrm{Ho}/\mathrm{my}}$	$t_{\rm H1/s}$	n <sub>Hi/次数</sub>	$t_{\rm H2/s}$	t <sub>N/s</sub>	$n_{ m N/my}$	$t_{\rm N1/s}$
并网	IEEE-33	0.064	3	0.036	4	0.012	0.173	5	0.048
模式	IEEE-123	0.142	3	0.072	6	0.025	0.387	6	0.083
孤岛	IEEE-33	0.036	1	0.02	4	0.009	0.087	4	0.031
模式	IEEE-123	0.065	1	0.032	5	0.011	0.127	5	0.042

由表 7 结果可知:并网运行模式下,所提 UDHELM 对于 2 个测试系统总计算耗时分别为 0.064 s 和 0.142 s,而 NRM 总计算耗时分别为0.173 s 和 0.387 s,所提 UDHELM 计算效率相对 NRM 分 别提升了 63.01%和 63.31%;孤岛运行模式下,所 提 UDHELM 对于 2 个测试系统总计算耗时分别为 0.036 s 和 0.065 s,而 NRM 总计算耗时分别为0.087 s 和 0.127 s,所提 UDHELM 计算效率相对 NRM 分 别提升了 58.62%和 48.82%;相比 NRM,所提 UDHELM 外层迭代次数 *n*<sub>HI</sub>要小于 NRM 总迭代次 数 *n*<sub>N</sub>,且单次外层迭代最长耗时 *t*<sub>HI</sub> 低于 NRM 单 次迭代最长耗时 *t*<sub>N1</sub>,所提 UDHELM 具有更高的单 次迭代计算效率。

造成上述现象的主要原因是:利用 UDHELM 求解系统潮流时,各阶幂级数系数求解矩阵由各节 点递推关系式形成,在计算过程中始终为常数矩 阵,整个求解过程仅需对幂级数系数矩阵进行一次 LU 分解即可用于每次递归求解各阶幂级数系数, 有助于减少计算耗时。而利用 NRM 求解系统潮 流时,雅可比矩阵需要不断更新,在每次计算过程 中,均需对雅可比矩阵进行 LU 分解,从而增加了 计算量。

综上,相对 NRM,所提 UDHELM 可有效提升 主动配电网潮流求解的计算效率。

#### 4 结论

1)所构建的负荷节点全纯嵌入潮流计算模型、 各类型 DG 全纯嵌入潮流计算模型以及 SOP 全纯嵌 入潮流计算模型合理、可行,可实现基于全纯嵌入 法的主动配电网潮流快速、准确求解。

2)所构建的主动配电网全纯嵌入潮流计算模型,充分考虑了各类型 DG 和 SOP 不同控制方式以及负荷的电压和频率特性,可实现基于全纯嵌入法的并网运行模式和孤岛运行模式下主动配电网潮流准确、灵活求解,具有较强通用性。

3)与 NRM 相比,本文所提算法不依赖初值选 取,在保证潮流求解准确性的前提下,计算效率更 高,且具有更强的鲁棒性,为主动配电网的潮流计 算提供了新思路。

需要指出的是:本文开展的研究均是基于三相 平衡主动配电网,构建的各种 DG 和 SOP 全纯嵌入 潮流计算模型以及所提出 UDHELM 可为解决三相 不平衡网络的潮流分布提供一定的参考,这也将是 本文后续研究的重点。

#### 参考文献

- 王志群,朱守真,周双喜,等.分布式发电对配电网电 压分布的影响[J].电力系统自动化,2004,28(16):56-60.
   WANG Zhiqun, ZHU Shouzhen, ZHOU Shuangxi, et al. Impacts of distributed generation on distribution system voltage profile[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(16): 56-60(in Chinese).
- [2] 丁明,王敏.分布式发电技术[J].电力自动化设备,2004, 24(7): 31-36.
  DING Ming, WANG Min. Distributed generation technology[J]. Electric Power Automation Equipment, 2004, 24(7): 31-36(in Chinese).
- [3] BLOEMINK J M, GREEN T C. Increasing distributed generation penetration using soft normally-open points [C]//IEEE Power and Energy Society General Meeting. Minneapolis: IEEE, 2010: 25-29.
- [4] 王成山,孙充勃,李鹏,等. 基于 SNOP 的配电网运行 优化及分析[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(9): 82-87.
  WANG Chengshan, SUN Chongbo, LI Peng, et al. SNOP-based operation optimization and analysis of distribution networks[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(9): 82-87(in Chinese).
- [5] TENG J H, CHANG C Y. A novel and fast three-phase load flow for unbalanced radial distribution systems [J].
   IEEE Transactions on Power Systems, 2002, 17(4): 1238-1244.
- [6] 王守相,黄丽娟,王成山,等.分布式发电系统的不平 衡三相潮流计算[J].电力自动化设备,2007,27(8):11-15.
   WANG Shouxiang, HUANG Lijuan, WANG Chengshan, et al. Unbalanced three-phase power flow calculation for distributed power generation system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2007, 27(8): 11-15(in Chinese).
- [7] 杨雄,陈兵,李强,等.基于变量代换的辐射型配电网 潮流算法[J].高电压技术,2017,43(1):189-194.
  YANG Xiong, CHEN Bing, LI Qiang, et al. Power flow algorithm of radial distribution networks based on variable substitution[J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(1): 189-194(in Chinese).
- [8] 蔡中勤,郭志忠.基于逆流编号法的辐射型配电网牛顿 法潮流[J].中国电机工程学报,2000,20(6):13-16.

CAI Zhongqin, GUO Zhizhong. Newton load flow for radial distribution network based on upstream labeling technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(6): 13-16 (in Chinese).

- [9] MUMTAZ F, SYED M H, HOSANIMA, et al. A novel approach to solve power flow for islanded microgrids using modified newton raphson with droop control of DG[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2016, 7(2): 493-503.
- [10] CESPEDESRG. New method for the analysis of distribution networks[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1990, 5(1): 391-396.
- [11] TRIPATHY S C, PRASAD G D, MALIK O P, et al. Load-flow solutions for Ill-conditioned power systems by a newton-like method[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1982, PAS-101(10): 3648-3657.
- [12] HUBBARD J, SCHLEICHER D, SUTHERLAND S. How to find all roots of complex polynomials by newton's method[J]. Inventiones Mathematicae, 2001, 146(1): 1-33.
- [13] SUCHITE-REMOLINO A, RUIZ-PAREDES H F, TORRES-GARCÍA V. A new approach for PV nodes using an efficient backward/forward sweep power flow technique[J]. IEEE Latin America Transactions, 2020, 18(6): 992-999.
- [14] 李红伟,张安安. 含 PV 型分布式电源的弱环配电网三 相潮流计算[J].中国电机工程学报,2012,32(4):128-135.
  LI Hongwei, ZHANG An'an. Three-phase power flow solution for weakly meshed distribution system including PV type distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(4): 128-135(in Chinese).
- [15] 赵晶晶,李新,许中.含分布式电源的三相不平衡配电 网潮流计算[J],电网技术,2009,33(3):94-98.
  ZHAO Jingjing, LI Xin, XU Zhong. Calculation of three-phase unbalanced power flow in distribution network containing distributed generation[J]. Power System Technology, 2009, 33(3): 94-98.
- [16] 丁明,郭学凤. 含多种分布式电源的弱环配电网三相潮流计算[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(13): 35-40.
  DING Ming, GUO Xuefeng. Three-phase power flow for the weakly meshed distribution network with the distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(13): 35-40(in Chinese).
- [17] ZHU Y, TOMSOVIC K. Adaptive power flow method for distribution systems with dispersed generation[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2002, 17(3): 822-827.
- [18] TRIAS A. The holomorphic embedding load flow method[C]//2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting. San Diego: IEEE, 2012: 1-8.
- [19] SUBRAMANIAN M K, FENG Yang, TYLAVSKY D. PV bus modeling in a holomorphically embedded powerflow formulation[C]//2013 North American Power

Symposium. Manhattan: IEEE, 2013: 1-6.

- [20] WANG Tao, CHIANGH D. Theoretical study of non-iterative holomorphic embedding methods for solving nonlinear power flow equations: algebraic property [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(4): 2934-2945.
- [21] RAO S, FENG Yang, TYLAVSKY D J, et al. The holomorphic embedding method applied to the power-flow problem[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 3816-3828.
- [22] 姜涛,张勇,李雪,等.电力系统交直流潮流的全纯嵌入计算[J].电工技术学报,2021,36(21):4429-4443,4481.
  JIANG Tao, ZHANG Yong, LI Xue, et al. A holomorphic embedded method for solving power flow in hybrid AC-DC power system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(21): 4429-4443, 4481(in Chinese).
- [23] 李雪,姚超凡,姜涛,等.基于常项值和先验节点的全 纯嵌入潮流计算方法[J].电力自动化设备,2023,43(2): 142-150.
   LI Xue, YAO Chaofan, JIANG Tao, et al. Constant values

and priori buses based holomorphic embedding load flow method[J]. Electric Power Automation Equipment, 2023, 43(2): 142-150(in Chinese).

- [24] ASL D K, MOHAMMADI M, SEIFIAR. Holomorphic embedding load flow for unbalanced radial distribution networks with DFIG and tap-changer modelling[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2019, 13(19): 4263-4273.
- [25] SUR U, BISWAS A, BERA J N, et al. A modified holomorphic embedding load flow method for active power distribution networks[C]//2019 IEEE Region 10 Symposium (TENSYMP 2019). Kolkata: IEEE, 2019.
- [26] JONCKHEERE E A, KE N P. Complex-analytic theory of the /spl mu/-function[C]//Proceedings of the 1997 American Control Conference. Albuquerque, NM, USA: IEEE, 1997: 366-371.
- [27] LIU Chengxi, WANG Bin, HU Fengkai, et al. Online voltage stability assessment for load areas based on the holomorphic embedding method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 3720-3734.
- [28] IEEE Task Force on Load Representation for Dynamic Performance. Bibliography on load models for power flow and dynamic performance simulation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(1): 523-538.
- [29] FEIJOO A E, CIDRAS J. Modeling of wind farms in the load flow analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(1): 110-115.
- [30] 邓红雷,张莉彬,唐崇旺,等.一种含分布式电源的配电网三相潮流混合计算方法[J].电力系统保护与控制,2020,48(14):10-17.
   DENG Honglei, ZHANG Libin, TANG Chongwang, et

al. A hybrid calculation method of three-phase power flow with distributed generation resource on a distribution network[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(14): 10-17(in Chinese).

- [31] 彭寒梅,曹一家,黄小庆.基于 BFGS 信赖域算法的孤岛微电网潮流计算[J].中国电机工程学报,2014,34(16):2629-2638.
  PENG Hanmei, CAO Yijia, HUANG Xiaoqing. Power flow calculation of islanded microgrids based on BFGS trust region method[J]. Proceedings of the CSEE, 2014,34(16):2629-2638 (in Chinese).
- [32] 李岩,陈夏,李巍巍,等. 基于智能软开关与联络开关 并联的柔性配电网互联结构与控制技术研究[J].中国电 机工程学报,2022,42(13):4749-4760.
  LI Yan, CHEN Xia, LI Weiwei, et al. Research on interconnection structure and control technology of flexible distribution network based on soft open point in parallel with interconnection switch [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(13): 4749-4760 (in Chinese).
- [33] 王成山,孙充勃,彭克,等. 微电网交直流混合潮流算 法研究[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(4): 8-15.
  WANG Chengshan, SUN Chongbo, PENG Ke, et al. Study on AC-DC hybrid power flow algorithm for microgrid[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(4): 8-15(in Chinese).
- [34] 宋毅,孙充勃,李鹏,等.基于智能软开关的有源配电
   网供电恢复方法[J].中国电机工程学报,2018,38(15):
   4390-4398,4639.

 $\beta(n) = \begin{cases} 0 & , n = 1 \\ 1 & n > 1 \end{cases}$ 

SONG Yi, SUN Chongbo, LI Peng, et al. SOP based

supply restoration method of active distribution networks using soft open point[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(15): 4390-4398, 4639 (in Chinese).

- [35] BARAN M E, WU F F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1989, 4(2): 1401-1407.
- [36] KHODR H M, OLSINA F G, DE OLIVEIRA-DE JESUS P M, et al. Maximum savings approach for location and sizing of capacitors in distribution systems[J]. Electric Power Systems Research, 2008, 78(7): 1192-1203.
- [37] AHMED H MA, ELTANTAWY A B, SALAMA M M A. A generalized approach to the load flow analysis of AC–DC hybrid distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2): 2117-2127.

附录 A 关系式

1) 电压幅值全纯函数的幂级数系数递推关系式为

$$U[n] = U_{\rm re}[n] + \frac{1}{2U} \sum_{k=1}^{n-1} (U[k]U^*[n-k]) - \frac{1}{2U} \sum_{k=1}^{n-1} U[k]U[n-k])$$
(A1)

式中 Ure为直角坐标系下节点电压的实部值。

2) 电压相量倒数的全纯函数幂级数系数递推关系式为  $\begin{cases} W[0]U[0]=1 , n=0 \\ W[1]U[0]+W[0]U[1]=0 , n=1 \\ \\ W[n]U[0]+W[0]U[n]=-\sum_{k=1}^{n-1}W[k]U[n-k] , n>1 \\ (A2) \\ 3) 燃气轮机和内燃机所连节点幂级数系数递推关系$ 

式为

(A4)

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{bk}^{tr} \dot{U}_{k}[n] + j W_{b}^{*}[0] Q_{Gb}[n] = P_{Gb}^{sp} W_{b}^{*}[n-1] - j(\sum_{k=1}^{n-1} Q_{Gb}[k] W_{b}^{*}[n-1]) - Y_{b}^{sh} \dot{U}_{b}[n-1], b \in U \\ \dot{U}_{bre}[0] \dot{U}_{bre}[n] + \dot{U}_{bin}[0] \dot{U}_{bin}[n] = \beta(n) (\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \dot{U}_{b}[k] \dot{U}_{b}^{*}[n-k]) + \delta(n) ((U_{b}^{sp})^{2} - U_{b}^{(0)}) \end{cases}$$
(A3)

式中 $U_{\text{bim}}$ 为节点电压的虚部, $\beta(n)$ 表达式为

SOP 的 VSC1 采用 V<sub>dc</sub>V 控制方式时 S<sub>1</sub> 节点幂级数
 系数递推关系式为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{N} Y_{s,k}^{tr} \dot{U}_{k}[n] + jW_{s_{i}}^{*}[0]Q_{GS_{i}}[n] + T_{s_{i}}f[n] = P_{GS_{i}}^{sp}W_{s_{i}}^{*}[n-1] - j(\sum_{k=1}^{n-1}Q_{GS_{i}}[k]W_{s_{i}}^{*}[n-1]) - Y_{s_{i}}^{sh}\dot{U}_{s_{i}}[n-1] + J_{s_{i}} \\ \dot{U}_{s,re}[0]\dot{U}_{s,re}[n] + \dot{U}_{s,im}[0]\dot{U}_{s,im}[n] = \beta(n)(\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n-1}\dot{U}_{s_{i}}[k]\dot{U}_{s_{i}}^{*}[n-k]) + \delta(n)(|\dot{U}_{s_{i}}^{sp}|^{2} - U_{s_{i}}^{(0)}), S_{i} \in U \end{cases}$$
(A5)

式中 $J_z$ 和 $T_z$ 的表达式分别如式(A6)、(A7)所示:

$$J_{z} = -P_{1z0}\{(\frac{a_{pz}}{U_{z0}^{2}}\dot{U}_{z}[n-1] + \frac{b_{pz}}{U_{z0}}\sum_{k=0}^{n-1}W_{z}^{*}[k]U_{z}[n-k-1] + c_{pz}W_{z}^{*}[n-1]) + k_{pz}(\frac{a_{pz}}{U_{z0}}\sum_{k=1}^{n-1}f[k]\dot{U}_{z}[n-k] + \frac{b_{pz}}{U_{z0}}\sum_{\substack{a+b+c=n\\c\neq0,n}}U_{z}[a]W_{z}^{*}[b]f[c] + c_{pz}\sum_{k=1}^{n-1}f[k]W_{z}^{*}[n-k]]\} + jQ_{1z0}\{(\frac{a_{qz}}{U_{z0}^{2}}\dot{U}_{z}[n-1] + \frac{b_{qz}}{U_{z0}}\sum_{k=0}^{n-1}W_{z}^{*}[k]U_{z}[n-k-1] + c_{qz}W_{z}^{*}[n-1]) + k_{qz}(\frac{a_{qz}}{U_{z0}}\sum_{k=1}^{n-1}f[k]\dot{U}_{z}[n-k] + \frac{b_{qz}}{U_{z0}}\sum_{k=0}^{n-1}f[k]W_{z}^{*}[b]f[c] + c_{qz}\sum_{\substack{a+b+c=n\\c\neq0,n}}^{n-1}f[k]W_{z}^{*}[b]f[c] + c_{qz}\sum_{k=1}^{n-1}f[k]W_{z}^{*}[n-k]\}$$
(A6)

$$T_{z} = k_{pz} P_{Lz0} \left( \frac{a_{pz}}{U_{z0}} \dot{U}_{z}[0] + \frac{b_{pz}}{U_{z0}} W_{z}^{*}[0] U_{z}[0] + c_{pz} W_{z}^{*}[0] \right) - j k_{qz} Q_{Lz0} \left( \frac{a_{qz}}{U_{z0}} U_{z}[0] + \frac{b_{qz}}{U_{z0}} W_{z}^{*}[0] U_{z}[0] + c_{qz} W_{z}^{*}[0] \right)$$
(A7)  

$$\vec{x} + \nabla \vec{h} z \ (\forall \forall z \in \mathcal{M} \ (\forall z \in \mathcal{M}$$

$$\begin{cases} Y_{dk}^{tr} \dot{U}_{k}[n] + \frac{1}{m_{d}} f[n] W_{d}^{*}[0] - j \frac{1}{n_{d}} U_{d}[n] W_{d}^{*}[0] = - \\ \sum_{k=1}^{N} Y_{d}^{sh} \dot{U}_{d}[n-1] - \frac{1}{m_{d}} \sum_{k=1}^{n-1} f[k] W_{d}^{*}[n-k] + \\ j \frac{1}{n_{d}} \sum_{k=1}^{n-1} U_{d}[k] W_{d}^{*}[n-k], \quad d \in D \\ U_{d}[n] - \dot{U}_{dre}[n] = \frac{1}{2U_{d0}} \sum_{k=1}^{n-1} (\dot{U}_{d}[k] \dot{U}_{d}^{*}[n-k] - U_{d}[k] U_{d}[n-k]) \end{cases}$$

附录 B 参数图表

1) 修改的 IEEE-33 节点测试系统中各 DG 参数设置, 如附表 B1 所示。

表 B1 修改的 IEEE-33 节点测试系统 DG 参数设置 Table B1 Parameter settings of DG in modified IEEE

DG	参数设置	接入节点	节点类型
双馈异步风力发电机-DG1	$P=100 \text{ kW}, Q=50 \text{ kV} \cdot \text{A}$	9	PQ
燃气轮机-DG2	<i>P</i> =200 kW, <i>U</i> =12.66 kV	21	PV
光伏板-DG3	<i>P</i> =100 kW, <i>I</i> =50 A	14	PI
永磁风力发电机-DG4	<i>P</i> =250 kW	27	PQ(V)

2) 幂级数系数递归求解流程,如附图 B1 所示。



(A8)

#### 图 B1 幂级数系数递归求解流程



3) 本文所提 UDHELM 计算流程如附图 B2 所示。



4)修改的 IEEE-33 节点测试系统中 SOP 参数设置, 如附表 B2 所示。

### 表 B2 修改的 IEEE-33 节点测试系统 SOP 参数设置 Table B2 Parameter settings of SOP in modified IEEE

33-dus test system						
SOP 编号	SOP 换流器	控制方式	数值			
SOP1	NGC1 22	P/kW	-53			
	VSC1-33	$Q/(kV \cdot A)$	-75			
	VSC2 19	$U_{ m dc}/ m kV$	_			
	VSC2-18	$Q/(kV \cdot A)$	-98			
SOP2	V9C1 12	$U_{ m dc}/ m kV$	_			
	vSC1-12	U/kV	12.28			
	VSC2 22	P/kW	49			
	v SC2-22	$Q/(kV \cdot A)$	-74			

5) 修改的 IEEE-123 节点测试系统中各 DG 参数设置 如附表 B3 所示。

表 B3 修改的 IEEE-123 节点测试系统 DG 参数设置 Table B3 Parameter settings of DG in modified IEEE 123-bus test system

DG	参数设置	接入节点	节点 类型
双馈异步风力发电机-DG1	P=80 kW, $Q=50$ kV·A	6	PQ
双馈异步风力发电机-DG2	P=100 kW, $Q=55$ kV·A	14	PQ
燃气轮机-DG3	<i>P</i> =100 kW, <i>U</i> =12.66 kV	22	PV
双馈异步风力发电机-DG4	P=150 kW, $Q=70$ kV·A	27	PQ
内燃机-DG5	<i>P</i> =110 kW, <i>U</i> =12.66 kV	46	PV
永磁风力发电机-DG6	<i>P</i> =150 kW	58	PQ(V)
燃料电池-DG7	<i>P</i> =90 kW, <i>U</i> =12.66 kV	63	PV
双馈异步风力发电机-DG8	P=80 kW, $Q=50$ kV·A	68	PQ
光伏-DG9	<i>P</i> =80 kW, <i>I</i> =50 A	75	PI
永磁风力发电机-DG10	<i>P</i> =100 kW	85	PQ(V)
双馈异步风力发电机-DG11	P=70 kW, $Q=55$ kV·A	90	PQ
光伏板-DG12	<i>P</i> =100 kW, <i>I</i> =40 A	109	PI

 6) 修改的 IEEE-123 节点测试系统中 SOP 参数设置, 如附表 B4 所示。 表 B4 修改的 IEEE-123 节点测试系统 SOP 参数设置 Table B4 Parameter settings of SOP in modified IEEE

123-bus test system					
SOP 编号	SOP 换流器	控制方式	数值		
SOP1 -		P/kW	-42		
	VSC1-54	$Q/(kV \cdot A)$	-63		
	VSC2-95	$U_{\rm dc}/{ m kV}$	_		
		$Q/(kV \cdot A)$	-74		
SOP2 —		$U_{\rm dc}/{ m kV}$	_		
	VSC1-116	U/kV	12.53		
	VSC2-117	P/kW	36		
		$Q/(kV \cdot A)$	-52		



在线出版日期: 2023-03-08。 收稿日期: 2022-08-29。

作者简介: 李雪(1986),女,博士,教授,博士生

导师,研究方向为电力系统高性能计算、 综合能源系统运行、电力市场,xli@neepu. edu.cn;

李博(1998),男,硕士研究生,主要研 究方向为电力系统高性能计算,libo984@ aliyun.com;

姜涛(1983),男,博士,教授,博士生 导师,研究方向为电力系统安全性与稳定 性、可再生能源集成、综合能源系统, electricpowersys@163.com;

陈厚合(1978),男,博士,教授,博士 生导师,研究方向为电力系统安全性与稳 定性、电力系统优化运行,chenhouhe@ 126.com;

李国庆(1963),男,博士,教授,博士 生导师,研究方向为电力系统安全性与稳 定性、柔性直流输电,lgq@neepu.edu.cn。

(责任编辑 李泽荣)