

考虑中间主应力 Hoek-Brown 强度准则及其适用性

王国安¹, 马林建^{1,2}, 刘新宇¹, 易其康¹, 高磊³

(1. 解放军理工大学 国防工程学院 爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 江苏 南京 210007;
2. 南京理工大学 机械工程学院, 江苏 南京 210094; 3. 解放军第四零四医院, 山东 威海 264200)

摘 要: 为考虑中间主应力对岩石极限破坏强度作用, 在广义 Hoek-Brown 强度准则幂率项中添加定量表征中间主应力项, 构建新的三维 Hoek-Brown 强度准则。该准则在主应力空间是通过 3 个角点外接 Hoek-Brown 准则包络面的曲六面体, 在 $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + n\sigma_2)$ 空间包络线是幂律型曲线。通过与 Hoek-Brown 准则、Drucker-Prager 准则和 Mogi 准则分别对 4 组真三轴压缩强度试验数据的拟合对比分析, 探讨其反映中间主应力效应的适用性。结果表明, 修正的 Hoek-Brown 强度准则拟合试验数据效果总体最好, Mogi 准则次之, Hoek-Brown 准则和 Drucker-Prager 准则较差。从而修正的 Hoek-Brown 强度准则最适用于粗面岩、大理岩和花岗岩等硬脆性岩石的真三轴强度预测及中间主应力影响规律描述。

关 键 词: Hoek-Brown 强度准则; 中间主应力; 拟合偏差

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2015) 08-2291-08

A new three-dimensional Hoek-Brown strength criterion considering effect of intermediate principal stress and its applicability

WANG Guo-an¹, MA Lin-jian^{1,2}, LIU Xin-yu¹, YI Qi-kang¹, GAO Lei³

(1. State Key Laboratory of Disaster Prevention & Mitigation of Explosion & Impact, College of National Defense Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China;
2. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China;
3. PLA 404 Hospital, Weihai, Shandong 264200, China)

Abstract: To evaluate the effect of the intermediate principal stress on the ultimate strength of rock, a new three-dimensional (3D) Hoek-Brown failure criterion is established by adding a quantitative representation of the intermediate principal stress to the power-law item of the generalized Hoek-Brown failure criterion. The new failure criterion in principal stress space is a curved hexahedron circumscribing the envelope of the Hoek-Brown failure criterion through three angular points. It is a nonlinear power-law curve in the $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + n\sigma_2)$ plane. Comparative study with three different rock failure criteria i.e. Hoek-Brown criterion, Drucker-Prager criterion, and Mogi (1971) criterion is conducted by fitting the triaxial test data of four different rocks. Then the applicability of four failure criteria is discussed on describing the effect of intermediate principal stress. The results show that the new 3D Hoek-Brown failure criterion fits the triaxial strength data best, followed by the Mogi (1971) criterion, whereas the Hoek-Brown criterion and the Drucker-Prager criterion have a relatively poor performance. Therefore, the new 3D Hoek-Brown failure criterion is the most suitable to predict the true triaxial strength and to describe the effect of the intermediate principal stress on trachy, marble, granite and other hard brittle rocks.

Keywords: Hoek-Brown strength criterion; intermediate principal stress; fitting error

1 引 言

Hoek-Brown 准则^[1] (简称 H-B 准则) 是 1980 年 Hoek 和 Brown 基于数百组岩石三轴试验和大量岩体现场试验数据的统计分析提出的适用于完整岩

石或节理岩体的著名经验强度准则。H-B 强度准则以其简洁的表达式, 综合考虑岩石强度、应力状态和结构面等因素, 能够解释低应力区、拉应力区及最小主应力对强度的影响, 并可延用于破碎岩体和各向异性岩体的描述。经过 30 多年的修正和完善^[2],

收稿日期: 2014-03-04

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划) (No. 2013CB036005); 国家自然科学基金创新研究群体基金 (No. 51021001); 国家青年科学基金 (No. 51309234); 江苏省青年科学基金 (No. BK20130065)。

第一作者简介: 王国安, 男, 1989 年生, 硕士研究生, 主要从事深部岩体工程方面的研究工作。E-mail: 752133592@qq.com

通讯作者: 马林建, 男, 1984 年生, 博士, 硕士生导师, 主要从事岩土工程与防护工程方面的教学与研究工作。E-mail: patton.4400@163.com

H-B 强度准则已经成为岩石强度预测及稳定性分析领域应用最广泛的强度准则之一。

传统的 H-B 强度准则建立之初基于简化强度准则的原则,忽略了中间主应力对岩石破坏的影响,因而不能很好地表述真三轴试验结果。国内外大量试验表明,中间主应力效应是岩土材料的基本特性之一^[3-9]。Pan 等^[10]最先将二维 H-B 强度准则推广到三维空间,建立八面体剪应力与应力第 1 不变量间的关系式;Singh 等^[11]为了考虑中间主应力影响,用 σ_2 和 σ_3 的均值代替幂律项中的 σ_3 ,修正广义 H-B 准则并用于深部高应力下各向异性节理岩体强度评估;咎月稳等^[12]联合 H-B 强度准则和统一强度理论,提出了适用于岩石的非线性统一强度准则,该准则合理考虑到岩石较大拉压强度比和中间主应力效应的区间性;张用兴^[13]和 Priest^[14]等分别使 Drucker-Prager 准则(简称 D-P 准则)内切和外接 H-B 准则来修正 D-P 准则的参数,提出三维 H-B 强度准则;Zhang 等^[15-16]基于 H-B 准则和 Mogi 准则,提出 H-B 准则的三维形式,并进行广义扩展和验证。该准则在三轴压缩($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)和三轴拉伸($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$)条件下可转化为二维初始 H-B 准则。在此基础上,为保证三维 H-B 准则 π 平面的非凸性,Zhang 等^[17]采用椭圆型、双曲线型和空间滑动面的 Lode 角函数进行屈服面修正。此外,Jaiswal^[18]与 Jiang^[19]等也构建出光滑的非凸 H-B 准则三维屈服面,解决了三轴拉伸状态下可能的应力路径问题。

本文从表达简洁角度入手,定量考虑中间主应力对岩石极限破坏强度的作用,构建一个显式三维 H-B 强度准则表达式。基于 4 组岩石高围压条件下真三轴压缩试验数据拟合对比二维 H-B 准则、D-P 准则和 Mogi 准则^[4],探讨新准则的适用性。

2 考虑中间主应力的 Hoek-Brown 强度准则

1992 年 Hoek 等对 H-B 经验强度准则进行改进,使其推广应用至破碎和节理岩体,称为广义 H-B 岩体强度准则,具体表达为^[20]

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (1)$$

式中: σ_1 、 σ_3 分别为岩体破坏时的最大主应力和最小主应力; σ_c 为完整岩石单轴抗压强度; m_b 、 s 、 a 为取决于岩体特征的常数, s 反映岩体破碎程度,对于完整岩体 s 取 1。

为考虑中间主应力对屈服面贡献,在广义 H-B 准则幂率项添加定量表征中间主应力项 $n\sigma_2$,将式

(1) 修改为

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} = \left(m \frac{\sigma_3 + n\sigma_2}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (2)$$

式中: m 为岩体材料参数 m_b 的值; n 表征中间主应力影响大小,取值在 0~1 之间。注意到, $n=0$ 时式(2)退化为初始 H-B 准则。与 Mogi 准则^[3]相似,认为中间主应力相比最小主应力对岩石破坏影响较小且与最小主应力成比例关系。对于完整岩石,式(2)变为

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} = \left(m \frac{\sigma_3 + n\sigma_2}{\sigma_c} + 1 \right)^a \quad (3)$$

在主应力空间用应力不变量和 Lode 角表示为

$$F(I_1, J_2, \theta_\sigma) = \sigma_c \left[\frac{m(n+1)I_1}{3\sigma_c} + \frac{2m\sqrt{J_2} \left[n \sin \theta + \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right]}{\sqrt{3}\sigma_c} + 1 \right]^a - 2\sqrt{J_2} \cos \theta \quad (4)$$

式中: $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ 为第 1 应力不变量; $J_2 = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/6$ 为偏应力第 2 不变量; θ_σ 为 Lode 角。

图 1 为对应 $m=12.9$, $n=1$, $a=0.37$, $I_1=100$ MPa 情况下,本文修正的 H-B 准则(MHB)和 H-B 准则在 π 平面的图形。式(4)在主应力空间是一个曲六面体,而广义 H-B 准则则通过三个角点内接于 MHB 准则包络面。

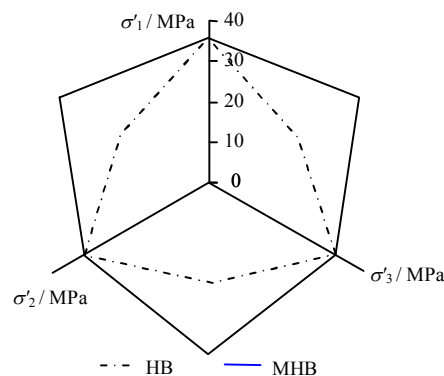


图 1 H-B 准则与修正的 H-B 准则在 π 平面的图形
Fig.1 Envelopes of the original H-B criterion and modified H-B criterion at π plane

3 强度准则适用性对比分析

3.1 试验数据和评价指标

高压状态下 Mizuho 粗面岩真三轴试验强度数据引自文献[4], 致密大理岩强度数据引自文献[21–22], Westerly 花岗岩强度数据引自文献[23], KTB 角闪岩强度数据引自文献[24], 具体列于表 1~4 中。所选试验数据都源自经典的岩石中间主应力效应研究试验, 且涵盖了单轴压缩 ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$)、双轴压缩 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 = 0$) 常规三轴压缩 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)、三轴拉伸 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) 和真三轴压缩 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) 情形。

表 1 Mizuho 粗面岩试验值^[4]

Table 1 Experimental data of Mizuho trachyte

σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa	σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa
99.13	0.00	0	382.61	331.43	60
193.04	15.00	15	365.22	75.00	75
253.04	30.00	30	400.00	114.29	75
297.39	45.00	45	417.39	153.33	75
313.91	54.55	45	438.26	228.57	75
326.09	70.92	45	439.13	300.00	75
333.39	95.45	45	424.35	342.86	75
348.70	141.80	45	451.30	390.48	75
360.87	213.64	45	419.13	100.00	100
365.22	289.09	45	460.00	137.40	100
351.30	331.81	45	488.70	185.71	100
339.13	60.00	60	493.91	274.29	100
352.17	90.48	60	521.74	381.90	100
382.61	141.90	60	513.04	411.43	100
395.65	191.33	60	99.13	0.00	0
404.35	288.57	60	193.04	15.00	15
400.00	271.43	60	253.04	30.00	30

表 2 致密大理岩试验值^[21–22]

Table 2 Experimental data of dense marble

σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa	σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa
61	4	0	126	21	14
77	10	0	147	28	14
105	20	0	155	41	14
103	35	0	195	57	14
66	4	4	255	86	14
75	5	4	277	113	14
84	7	4	138	21	21
94	10	4	150	28	21
130	28	4	209	62	21
193	69	4	260	83	21
143	83	4	289	110	21
84	7	7	171	28	28
113	14	7	167	48	28
134	28	7	222	55	28
192	55	7	275	83	28
188	83	7	314	110	28
175	110	7	349	110	55
117	14	14			

表 3 Westerly 花岗岩试验值^[23]

Table 3 Experimental data of Westerly granite

σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa	σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa
201	0	0	700	57	38
306	40	0	733	78	38
301	60	0	720	103	38
317	80	0	723	119	38
304	100	0	731	157	38
231	2	2	781	198	38
300	18	2	747	60	60
328	40	2	811	90	60
359	60	2	821	114	60
353	80	2	860	180	60
355	100	2	861	249	60
430	20	20	889	77	77
529	40	20	954	102	77
602	60	20	992	142	77
554	62	20	998	214	77
553	61	20	1 005	310	77
532	79	20	1 012	100	100
575	100	20	1 103	165	100
567	114	20	1 147	167	100
601	150	20	1 155	216	100
638	202	20	1 195	259	100
605	38	38	1 129	312	100
620	38	38			

表 4 KTB 角闪岩试验值^[24]

Table 4 Experimental data of KTB amphibolites

σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa	σ_1 / MPa	σ_2 / MPa	σ_3 / MPa
158	0	0	954	399	60
160	0	0	815	449	60
176	0	0	868	100	100
346	79	0	959	164	100
291	149	0	1001	199	100
347	197	0	945	248	100
267	229	0	892	269	100
410	30	30	1 048	300	100
479	60	30	1 058	349	100
599	100	30	1 155	442	100
652	200	30	1 118	597	100
571	249	30	1 147	150	150
637	298	30	1 065	198	150
702	60	60	1 112	199	150
750	88	60	1 176	249	150
766	103	60	1 431	298	150
745	155	60	1 326	348	150
816	199	60	1 169	399	150
888	249	60	1 284	448	150
828	299	60	1 265	498	150
887	347	60	1 262	642	150

关于强度准则拟合结果的定量评价指标, 这里采用均方根偏差:

$$\delta_i = \sqrt{\frac{1}{X} \sum_j (\sigma_{1,j}^{\text{calc}} - \sigma_{1,j}^{\text{test}})^2} \quad (5)$$

$$\bar{\delta} = \frac{1}{Y} \sum_i \delta_i \quad (6)$$

式中: $\sigma_{1,j}^{\text{test}}$ 为最大主应力试验值; $\sigma_{1,j}^{\text{calc}}$ 为不同强度准则的理论计算值; X 为每组试验数据个数; Y 为试验组数 (不同 σ_3)。

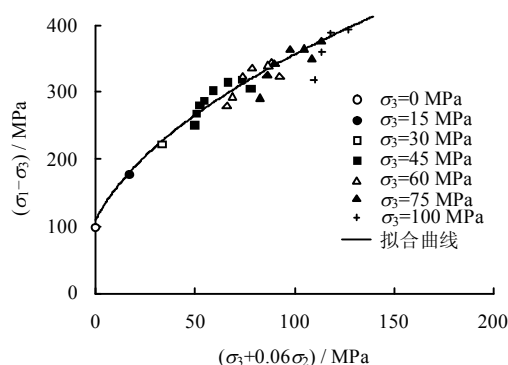
3.2 对比分析

拟合计算中除 H-B 准则含有一个待定参数外,

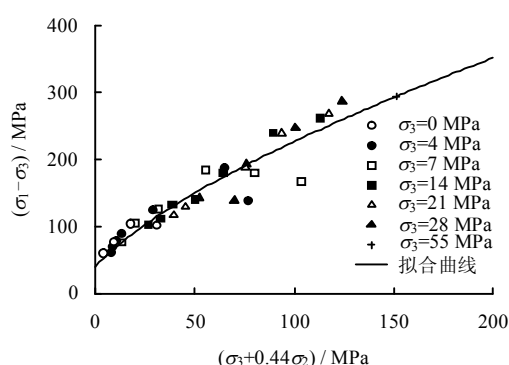
D-P 准则和 Mogi 准则^[4]含有两个待定参数, MHB 准则为 3 个。拟合目标函数是使得平均偏差最小, 最终拟合参数列于表 5 中。图 2 给出了 MHB 准则拟合曲线与 4 组岩石真三轴试验数据在 $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + n\sigma_2)$ 平面上的对比。

表 5 四种强度准则对四组岩石真三轴试验数据的拟合参数
Table 5 Fitting parameters of four failure criteria for four rock types

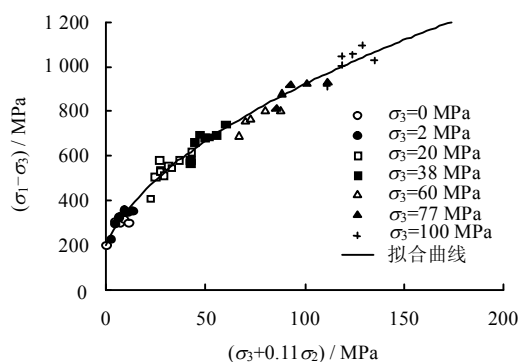
岩石类别	σ_c / MPa	强度准则									
		H-B 准则		MHB 准则				D-P 准则		Mogi(1971)准则	
		$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c(m\sigma_3/\sigma_c + s)l/2$		$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c[m(\sigma_3 + n\sigma_2)/\sigma_c + s]a$				$J_{21}/2 = \alpha I_1 + k$		$\tau_{\text{oct}} = A[(\sigma_1 + \sigma_3)/2]B$	
		m	s	m	n	a	s	α	k	A	B
粗面岩	109.09	13.2	1	11.78	0.06	0.48	1	0.13	85.52	4.16	0.65
大理岩	39.84	43.1	1	4.95	0.44	0.67	1	0.28	17.37	1.38	0.86
花岗岩	200.00	58.0	1	40.37	0.11	0.50	1	0.29	52.00	1.66	0.88
角闪岩	158.49	50.2	1	31.80	0.10	0.53	1	0.29	67.84	1.84	0.85



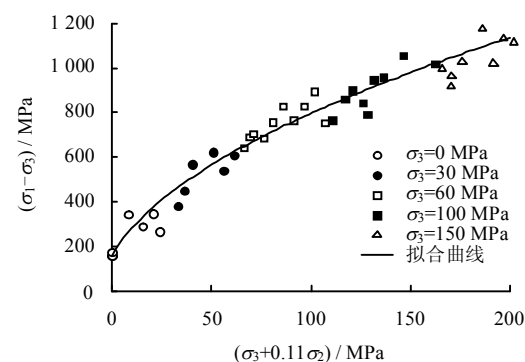
(a) 粗面岩



(b) 大理岩



(c) 花岗岩



(d) 闪岩

图 2 本文 MHB 准则拟合曲线与 4 种岩石试验数据在 $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + n\sigma_2)$ 空间上的对比

Fig.2 Comparisons of best fitting results of the proposed GHB strength criterion and true triaxial strength data of four rocks in the $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + n\sigma_2)$ plane

Mogi^[4]在岩石中间主应力效应的早期研究发现, 当用 $(\sigma_1 + \sigma_3 + \alpha\sigma_2)$ 代替 $(\sigma_1 + \sigma_3)$ 作为最大剪应力的自变量时, Westerly 花岗岩的压缩和拉伸破坏包络线在特定的 α 取值上重合在一起。据此验证

了中间主应力对岩石破坏影响相对较小且与最小主应力成比例关系这一假设。文献[25]利用 Singh 等^[11]提出的修正的 H-B 准则在 $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + \sigma_2)$ 空间拟合破坏面, 试验数据则显现出较大的离散性, 分

布也缺乏规律可循。由图 1 比较发现, 在 $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + n\sigma_2)$ 空间, 多种应力状态下 4 组岩石的强度数据点紧密聚集于幂率型破坏面周围, 从而证明本文构建的 MHB 准则的合理性。计算得到的中间主应力影响系数 n 除大理岩外, 其余取值都在 0.1 左右 (见表 1)。显然, Singh 等^[11]用 σ_2 和 σ_3 的均值代替 σ_3 修正 H-B 准则默认为中间主应力 σ_2 对强度的影响与最小主应力对强度的影响相同, 这是一个偏高的估计。

限于篇幅, 图 3、4 分别给出了 4 种强度准则对粗面岩和大理岩在 $\sigma_1 - \sigma_2$ 平面的拟合曲线。图 5 为各准则对 4 组岩石真三轴强度数据的拟合统计偏差。由于忽略中间主应力影响, H-B 准则在 $\sigma_1 - \sigma_2$ 应力空间拟合图形为直线, 即最大主应力不随中间主应力的变化而变化。从图 3(a)和图 4(a)拟合结果来看, 相同 σ_3 下的岩石强度试验值大多都位于拟合直线上方, 可见 H-B 准则计算值相对保守。而本文 MHB 准则、D-P 准则和 Mogi 准则总体上均能较好地描述中间主应力对岩石极限抗压强度影响规律, 拟合的包络线能准确预测岩石强度的变化趋势。随着 σ_3 增大, $\sigma_1 - \sigma_2$ 曲线逐步上升, 曲线峰值不断提

高, 且曲线增长渐渐趋缓, 即岩石的极限抗压强度与中间主应力的比值随中间主应力的提高而减小。

从图 5 可以看出, 本文 MHB 准则对粗面岩、花岗岩和闪岩的拟合偏差最小, D-P 准则对大理岩的拟合偏差最小; 相比之下, H-B 准则对粗面岩和大理岩的拟合偏差最大, D-P 准则对花岗岩和闪岩的拟合偏差最大, Mogi 准则拟合效果居中。值得注意的是, 虽然本文 MHB 准则和 D-P 准则拟合大理岩数据精度较高, 但两种准则在预测大理岩强度趋势上不尽合理, 没有体现出中间主应力效应的区间性, 而是随着中间主应力 σ_2 的增加近似线性增加, 如图 4(b)和图 4(c)所示。分析原因, 这可能与采用的大理岩试验数据中 σ_2 变化范围偏小有关。

整体上, 对于 4 种岩石, H-B 准则和 D-P 准则不适用于其真三轴强度预测及中间主应力效应的描述, Mogi 准则适用性一般, 本文 MHB 准则适用性最好。H-B 准则忽略了中间主应力影响, 成为其固有缺陷。D-P 准则对于岩石适用性较差, 这一结论同样被众多研究证实^[26-31], 可能归因于 D-P 准则最初是基于土的压剪破坏而提出的。

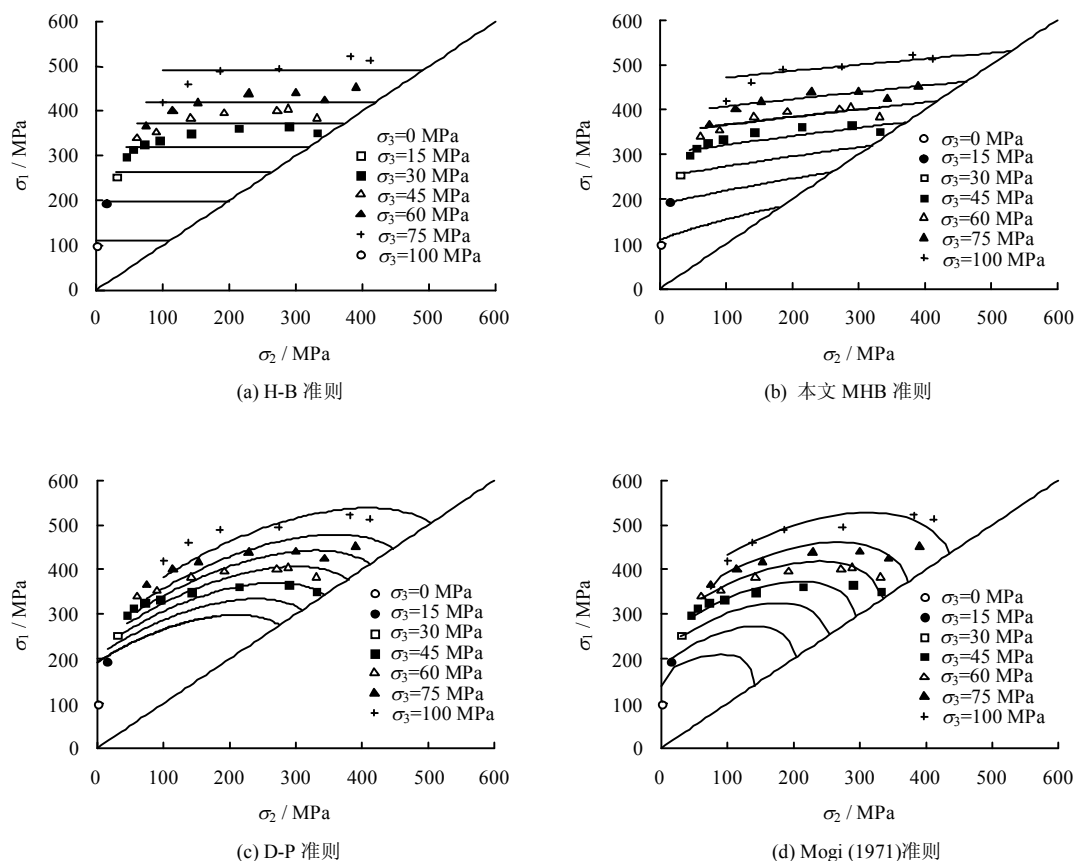


图 3 4 种强度准则对 Mizuho 粗面岩真三轴强度数据在 $\sigma_1 - \sigma_2$ 空间的拟合曲线
Fig.3 Best fitting solutions to the Mizuho trachyte experimental data in the $\sigma_1 - \sigma_2$ plane

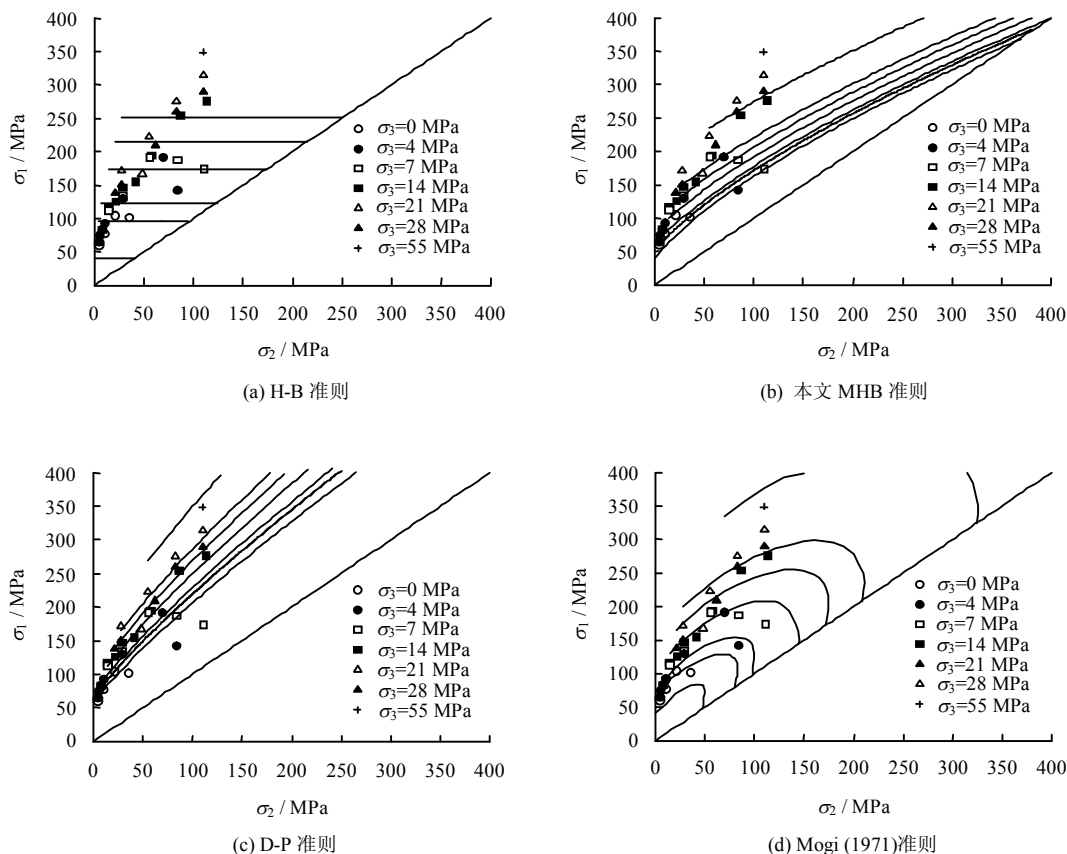


图4 4种强度准则对致密大理岩真三轴强度数据在 σ_1 - σ_2 空间的拟合曲线
Fig.4 Best fitting solutions to dense marble experimental data in the σ_1 - σ_2 plane

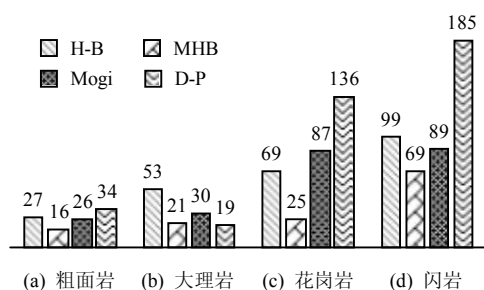


图5 四种强度准则拟合平均方根差(单位: MPa)

Fig.5 Least mean square root error of four failure criteria (unit: MPa)

4 结 论

(1) 在广义 H-B 准则中添加定量表征中间主应力效应项 $n\sigma_2$, 建立新的显式函数 (MHB 准则) 表示最小主应力和中间主应力对强度的影响。

(2) MHB 准则在主应力空间是一个通过 3 个角点外接于 H-B 准则包络面的曲六面体; 在 $(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_3 + n\sigma_2)$ 空间是形状受参数 a 控制的幂律型曲线。

(3) MHB 准则对粗面岩、花岗岩和闪岩真三轴强度数据的拟合偏差最小, 因而总体最适用于描述岩石中间主应力效应影响规律及预测岩石真三轴

强度, Mogi 准则次之, H-B 准则和 D-P 准则较差。

(4) 本文提出的考虑中间主应力的 H-B 准则表达简单、思路清晰, 且强度参数具有明确的力学含义, 便于推广和应用。

参 考 文 献

- [1] HOEK E, BROWN E T. Strength of jointed rock masses[J]. *Geotechnique*, 1983, 33(3): 187—223
- [2] 朱合华, 张琦, 章连洋. Hoek-Brown 强度准则研究进展与应用综述[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(10): 1945—1963.
ZHU He-hua, ZHANG Qi, ZHANG Lian-yang. Review of research progresses and applications of Hoek-Brown strength criterion[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(10): 1945—1963.
- [3] MOGI K. Effect of intermediate principal stress on rock failure[J]. *Journal of Geophysics Research*, 1967, 72: 5117—5131.
- [4] MOGI K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression[J]. *Journal of Geophysics Research*, 1971, 76(5): 1255—1269.

- [5] MOGI K. Fracture and flow of rocks[J]. **Tectonophysics**, 1972, 13, 541—568.
- [6] 张金铸, 林天健. 三轴试验中岩石的压力状态和破坏性质[J]. **力学学报**, 1979, (2): 99—105.
ZHANG Jin-zhu, LIN Tian-jian. Pressure state and destructive property of the rock in triaxial experiment[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 1979, (2): 99—105.
- [7] 许东俊. 高空隙性软弱砂岩在一般三轴应力状态下的力学特性[J]. **岩土力学**, 1981, 3(1): 13—25.
XU Dong-jun. Mechanical properties of weak porous sandstone under general triaxial stress states[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1981, 3(1): 13—25.
- [8] 许东俊, 耿乃光. 岩石强度随中间主应力变化规律[J]. **固体力学学报**, 1985, 6(1): 72—80.
XU Dong-jun, GENG Nai-guang. The variation law of rock strength with increase of intermediate principal stress[J]. **Acta Mechanica Solida Sinica**, 1985, 6(1): 72—80.
- [9] 尹光志, 李贺, 鲜学福, 等. 工程应力变化对岩石强度特性影响的试验研究[J]. **岩土工程学报**, 1987, 9(2): 20—28.
YIN Guang-zhi, LI He, XIAN Xue-fu, et al. The experimental study of the influence of engineering stress changes on strength characteristics of rocks[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1987, 9(2): 20—28.
- [10] PAN X, HUDSON J A. A simplified three dimensional Hock-Brown yield criterion[C]//ROMANA M. **Rock Mechanics and Power Plants**. Rotterdam: A. A. Balkema, 1988: 95—103.
- [11] SINGH B, GOEL R K, MEHROTRA V K, et al. Effect of intermediate principal stress on strength of anisotropic rock mass[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 1998, 13(1): 71—79.
- [12] 咎月稳, 俞茂宏, 王思敬. 岩石的非线性统一强度准则[J]. **岩石力学与工程学报**, 2002, 21(10): 1435—1441.
ZAN Yue-wen, YU Mao-hong, WANG Si-jing. Nonlinear unified strength criterion of rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(10): 1435—1441.
- [13] 张永兴, 陈洪凯, 朱凡. 岩体脆性破坏的破坏准则及对 Drucker-Prager 准则修正的探讨[J]. **重庆交通学院学报**, 1995, 14(4): 69—76.
ZHANG Yong-xin, CHEN Hong-kai, ZHU Fan. Approach on failure criteria of brittle failure of rock mass and revision to Drucker-Prager criterion[J]. **Journal of Chongqing Jiaotong Institute**, 1995, 14(4): 69—76.
- [14] PRIEST S D. Determination of shear strength and three-dimensional yield strength for the Hock-Brown yield criterion[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2005, 38(4): 299—327.
- [15] ZHANG L Y, ZHU H H. Three-dimensional Hock-Brown strength criterion for rocks[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 2007, 133(9): 1128—1135.
- [16] ZHANG L Y. A generalized three-dimensional Hock-Brown strength criterion[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2008, 41(6): 893—915.
- [17] ZHANG Q, ZHU H H, ZHANG L Y. Modification of a generalized three-dimensional Hock-Brown strength criterion[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2013, 59(1): 80—96.
- [18] JAISWAL A, SHRIVASTVA B K. A generalized three-dimensional failure criterion for rock masses[J]. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, 2012, 4(4): 333—343.
- [19] JIANG H, XIE Y L. A new three-dimensional Hoek-Brown strength criterion[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 2012, 28(2): 393—406.
- [20] HOEK E, WOOD D, SHAH S. A modified Hock-Brown criterion for jointed rock masses[C]//HUDSON J A. **Proceedings of the Rock Characterization, Symposium of ISRM**. London: British Geotechnical Society, 1992: 209—214.
- [21] MICHELIS P. Polyaxial yielding of granular rock[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1985, 111(8): 1049—1466.
- [22] MICHELIS P. True triaxial cyclic behavior of concrete and rock in compression[J]. **International Journal of Plasticity**, 1987, 3(2): 249—270.
- [23] HAIMSON B, CHANG C. A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rocks, and its use to determine rock strength and deformability of westerly granite[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2000, 37: 285—296.
- [24] CHANG C, HAIMSON B C. True triaxial strength and deformability of the German Continental deep drilling program (KTb) deep hole amphibolite[J]. **Journal of Geophysics Research**, 2000, 105: 18999—19013.