

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.2486

凸起地形对铁路环境振动的影响分析

卢华喜, 徐路遥, 梁平英, 吴必涛

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘 要: 建立了列车作用下路基-凸起地形的二维有限元计算模型, 研究了凸起地形宽度、形状、高宽比以及地基土性质对铁路环境振动的影响规律。结果表明, 凸起地形减弱了铁路环境振动的地面加速度, 明显放大了水平振动位移, 对竖向振动位移的影响不明显; 随凸起地形宽度、高宽比的增大, 水平振动位移的放大效应更为显著; 高宽比越大, 竖向、水平两个方向地面加速度减小越明显; 半圆形、梯形凸起地形对铁路环境振动的影响较为一致, 但三角形凸起地形的水平地面加速度在凸起地形顶部出现明显的局部放大, 水平振动位移的放大效应较半圆形、梯形地形要明显; 地基愈软弱, 凸起地形的影响效应越显著。

关 键 词: 凸起地形; 铁路环境振动; 加速度; 振动位移

中图分类号: U 238

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019) 04-1561-08

Influence of hill on railway environmental vibration

LU Hua-xi, XU Lu-yao, LIANG Ping-ying, WU Bi-tao

(School of Civil Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang, Jiangxi 330013, China)

Abstract: A two-dimensional finite element calculation model of subgrade-hill under the vibration of train is established, and the influence of the width, shape, aspect ratio of hill and soil properties on railway environmental vibration is studied. The result shows that the ground acceleration of railway environmental vibration is reduced, but the horizontal vibration displacement is significantly amplified, and the influence on vertical vibration displacement is not obvious. With the increase of the width and aspect ratio of the hill, the amplification effect of horizontal vibration displacement becomes notable. The larger the aspect ratio is, the more obvious the vertical and horizontal ground accelerations decrease. The influence of semicircular and trapezoidal hill on railway environmental vibration is consistent, but the horizontal acceleration at the top of the triangular hill is locally amplified, and the amplification effect of horizontal vibration displacement is more obvious than that of the trapezoidal and semicircular hills. When the soil is soft, the effect of the hill becomes significant.

Keywords: hill; railway environmental vibration; acceleration; vibration displacement

1 引 言

近年来, 铁路环境振动问题是国际学术界十分关心的一个课题, 学者们侧重于这一方面的研究已取得了长足进展。Degrande 等^[1]现场测试了布鲁塞尔—巴黎区间线路上不同列车速度运行时的地面振动, 为理论分析提供了大量地面振动的实测数据; Takemiya^[2]实测发现, 深层软土条件下振动以低频模态为主, 浅层软土条件下转向高频; Lombaert 等^[3]对比分析了不同车速的现场测试结果, 分析了列车

速度对地面振动的影响规律, 并研究了准静态和动态荷载对自由场地振动的影响; Connolly 等^[4]建立了三维数值模型, 分析发现软路堤会增大周围土体的振动水平; Kouroussis 等^[5]研究了土体动力和几何参数对地面振动传播的影响。在国内, 夏禾等^[6]发现, 地面振动特性与车速和地基土特性紧密相关; 刘腾等^[7]现场实测发现, 地面低频振动较高频振动衰减更慢, 远离振源处地面振动以低频为主; 翟婉明等^[8]发现土体阻尼的存在能有效地降低地面振动水平; 高广运等^[9]讨论了饱和土层参数对振动传播

收稿日期: 2017-12-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 51868022)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51868022).

第一作者简介: 卢华喜, 男, 1976 年生, 博士, 副教授, 主要从事地基与结构振动方面的研究。E-mail: lhxi8516@163.com

与衰减的影响规律,地面竖向振动幅值随孔隙率的增大而减小;巴振宁等^[10]建立了 2.5 维间接边界元方法,开展了饱和地基透水情况、饱和土孔隙率、饱和基岩与饱和土层刚度比、饱和土层厚度等参数分析;但这些已有研究中都没讨论凸起地形的影响。

列车引起的振动通过振动波(面波为主)的形式向外传播,当振动波入射凸起地形(山包、陡坎等)时,由于凸起地形对波的散射,其传播将受到影响,从而导致铁路环境振动也将不同,而目前尚未见对这一问题的报道。地震工程中的这一问题已有研究^[11-12],发现波(面波、体波)入射时,凸起地形会有明显的放大效应,但列车引起的振动在持时、频谱特性等方面不同于地震情况。所以要准确反映列车作用下凸起地形对铁路环境振动的影响,就必须考虑其地形效应。本文针对这一问题,建立了列车作用下的路基-凸起地形计算模型,分析了凸起地形形状、高宽比、地基土性质等参数的影响规律。

2 二维计算模型的建立

采用有限元软件 ANSYS 进行建模和计算分析。根据文献[13]提出的土域计算范围,并考虑到凸起地形参数变化的需要,本文计算模型范围取为长 200 m,深 41.3 m;采用黏弹性人工边界模拟外部土域。按照已有研究结果,计算模型的单元网格尺寸取为 0.5 m,采用 Rayleigh 阻尼反映地基土阻尼情况。

二维黏弹性人工边界等效泊松比 $\tilde{\nu}$ 为

$$\tilde{\nu} = \begin{cases} \frac{\alpha - 2}{2(\alpha - 1)}, & \alpha \geq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\alpha = \frac{\alpha_N}{\alpha_T}$, α_N 和 α_T 分别为黏弹性人工边界法向和切向系数。 α_T 的取值范围为 0.5~1.0,推荐取 0.67。 α_N 的取值范围为 1.0~2.0,推荐取值为 1.33。

二维黏弹性人工边界单元等效弹性模量 $\tilde{E}$ 和剪切模量 $\tilde{G}$ 为

$$\tilde{E} = \alpha_N h \frac{G \left(\frac{1 + \tilde{\nu}}{1 - \tilde{\nu}} \right)}{R \left(\frac{1 + \tilde{\nu}}{1 - \tilde{\nu}} \right)} \quad (2)$$

$$\tilde{G} = \alpha_T h \frac{G}{H} \quad (3)$$

式中: h 为等效单元的厚度; R 为人工边界至波源

的距离。

二维黏弹性人工边界等效单元阻尼系数 $\tilde{\eta}$ 为

$$\tilde{\eta} = \frac{\rho R}{2G} \left(\frac{c_s}{\alpha_T} + \frac{c_p}{\alpha_N} \right) \quad (4)$$

式中: ρ 为介质的密度; c_s 和 c_p 分别为波在土体中的剪切波速和压缩波速。这样设置的黏弹性人工边界可以得到良好的模拟结果。

采用文献[14]方法,列车产生的激振力可用下式来模拟:

$$F(t) = k_1 k_2 (P_0 + P_1 \sin \omega_1 t + P_2 \sin \omega_2 t + P_3 \sin \omega_3 t) \quad (5)$$

式中: k_1 为叠加系数,一般取值为 1.2~1.7; k_2 为分散系数,一般取值为 0.6~0.9,本文 k_1 取 1.6, k_2 取 0.7, P_0 为单边静轮载; P_1 、 P_2 、 P_3 分别对应低、中、高频控制条件中的某一典型的振幅值,表达式为

$$P_i = M_0 a_i \omega_i^2 \quad (6)$$

式中: M_0 为列车簧下质量; a_i 为对应于低、中、高频 3 种情况下的某一典型矢高; ω_i 为某一车速下低、中、高频 3 种情况的不平顺振动波长下的圆频率,表达式为

$$\omega_i = 2\pi \frac{v}{L_i} \quad (7)$$

式中: v 为列车车速; L_i 为低、中、高频 3 种情况下对应的典型波长。CHR1 动车组有关参数如下:轴重为 16 t,单边静轮重 $P_0 = 80$ kN;簧下质量 $M_0 = 750$ kg。对应于低、中、高频 3 种控制条件的典型不平顺振动波长和相应的矢高分别为: $L_1 = 10$ m, $a_1 = 3.5$ mm; $L_2 = 2$ m, $a_2 = 0.4$ mm; $L_3 = 0.5$ m, $a_3 = 0.08$ mm。荷载模型中,典型波长/矢高是取自英国铁路轨道不平顺功率谱。

在列车长度范围内,作用在路基上的竖向荷载沿线路方向均匀分布,将列车载荷等效成沿线路纵向均匀分布的载荷 $F_1(t)$ 为

$$F_1(t) = KnNF(t)/L \quad (8)$$

式中: K 为修正系数,考虑到钢轨、轨枕对列车荷载的传递到道床表面的分散作用, K 一般取为 0.6~0.9,本文采用无砟轨道轨道取 $K=1$; n 为每车厢轮对数; N 为列车的车厢数; L 为列车长度。车速 250 km/h 的激振力曲线如图 1 所示,图 2 为激振力的频谱曲线。

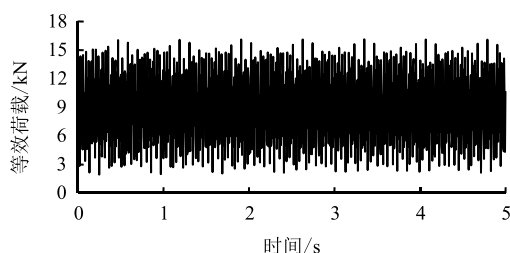


图1 车速 250 km/h 时的激振力

Fig.1 Exciting force at the speed of 250 km/h

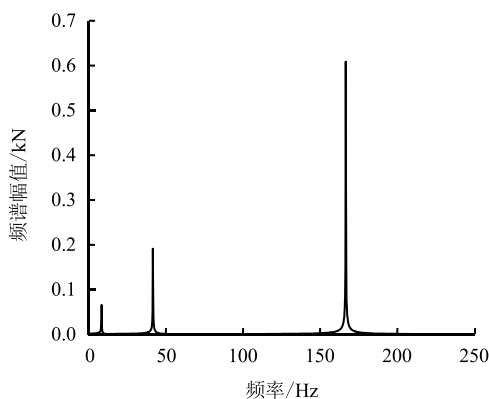


图2 荷载频谱

Fig.2 Frequency spectrum of load

采用高速铁路路基, 根据我国高速铁路设计规范的要求, 基床表层、基床底层和基床以下路基土体参数如表 1 所示。计算模型如图 3 所示。

表 1 路基参数

Table 1 Subgrade parameter

位置	厚度 /m	弹性模量 /MPa	泊松比	阻尼比	剪切波速 /(m/s)	密度 /(kg/m ³)
基床表层	0.4	150	0.25	0.038	174	1 900
基床底层	2.3	110	0.25	0.034	145	1 950
基床以下 下路基	3.6	50	0.35	0.030	100	1 900
地基	35.0	74	0.31	0.019	124	1 847

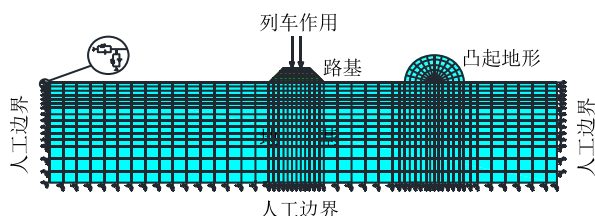


图3 有限元模型

Fig.3 Finite element model

3 计算模型的验证

为了验证计算模型的有效性, 建立路基-分层地基二维有限元计算模型, 利用文献[15]的某软土区

高速铁路实测的结果进行对比, 文献[15]实测的列车时速为 350 km/h。地基土为分层地基, 共分为 4 层。图 4 对比了至轨道中心不同距离上的地面竖向加速度峰值, 仿真的竖向地面振动加速度峰值随距离的衰减趋势与实测结果一致。在路堤上均衰减迅速, 到地基土表面以后, 振动衰减缓慢。实测各个测点基本和仿真结果一致。可见本文建立的二维计算模型计算结果与实测结果吻合较好。

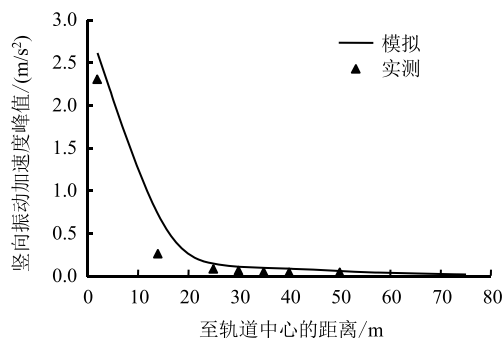


图4 地面加速度峰值

Fig.4 Acceleration amplitude of ground vibration

4 凸起地形的参数分析

利用建立的二维计算模型, 针对凸起地形的宽度、形状、高宽比以及地基土性质进行了参数分析。观测点位置分别为距离轨道中心 15、25、35、40、45、47、49、51、53、55、57、59、61、63、65、70、80、90、100 m。首先给出了宽度为 30 m 的凸起地形各时刻的位移云图。

从图 5 和图 6 中可以看出, 凸起地形的存在显著改变了其附近水平位移的大小及空间分布, 但对竖向位移的影响不明显, 下文选取几种参数对凸起地形的振动特性进行具体的分析。

4.1 凸起形状的影响

4.1.1 凸起地形宽度

分别选择宽度为 30、50、70 m 三种半圆型凸起地形来分析, 凸起地形中点距轨道 55 m, 地基土采用表 1 中匀质地基, 列车速度按 250 km/h 考虑, 计算各种宽度凸起地形的竖向、水平地面加速度和振动位移, 并与无凸起地形情况的地面振动进行对比, 结果如图 7、8 和表 2 所示。

从图 7 可以看出, 相比于无凸起的平地, 凸起地形的存在会明显减小竖向、水平两个方向的地面加速度, 且当距离轨道较远时, 不同宽度凸起地形的加速度减小趋于一致。结合表 2 发现, 地形宽度对凸起地形顶部竖向加速度减小幅度的影响很小, 3 种宽度下凸起地形顶部的竖向加速度都是平地时的

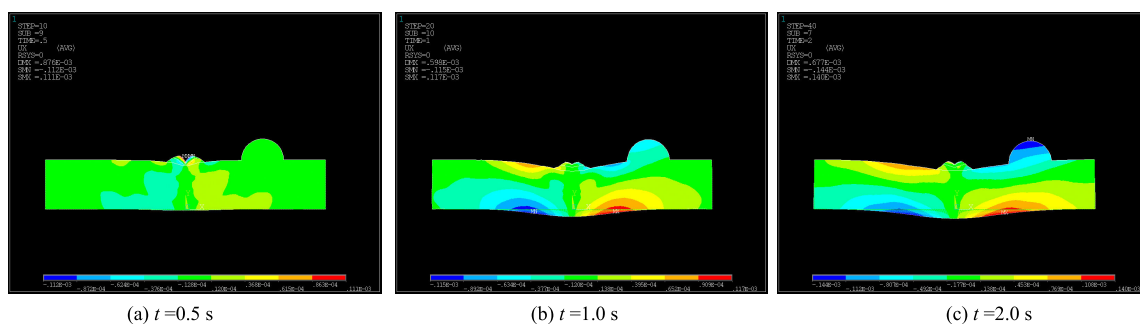


图5 不同时刻 X 向位移云图

Fig.5 X-direction displacement nephogram at different time

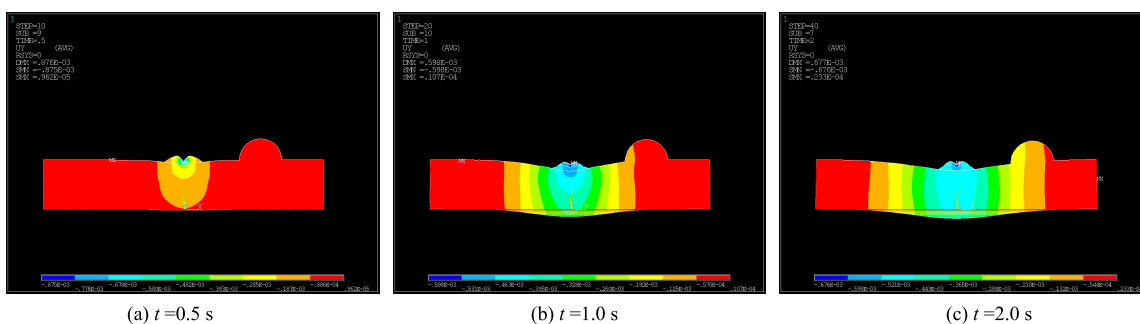


图6 不同时刻 Y 向位移云图

Fig.6 Y-direction displacement nephogram at different time

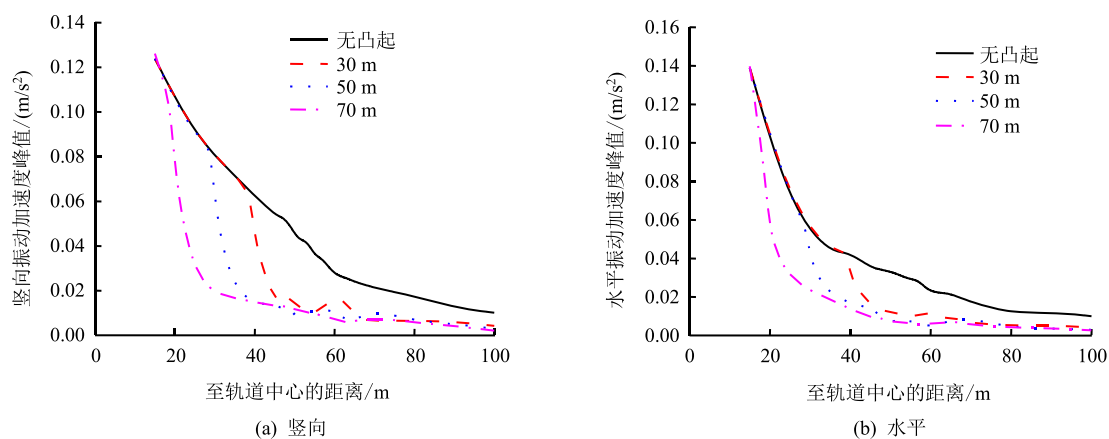


图7 不同宽度凸起地形的地面加速度峰值

Fig.7 Acceleration amplitude of hill with different widths

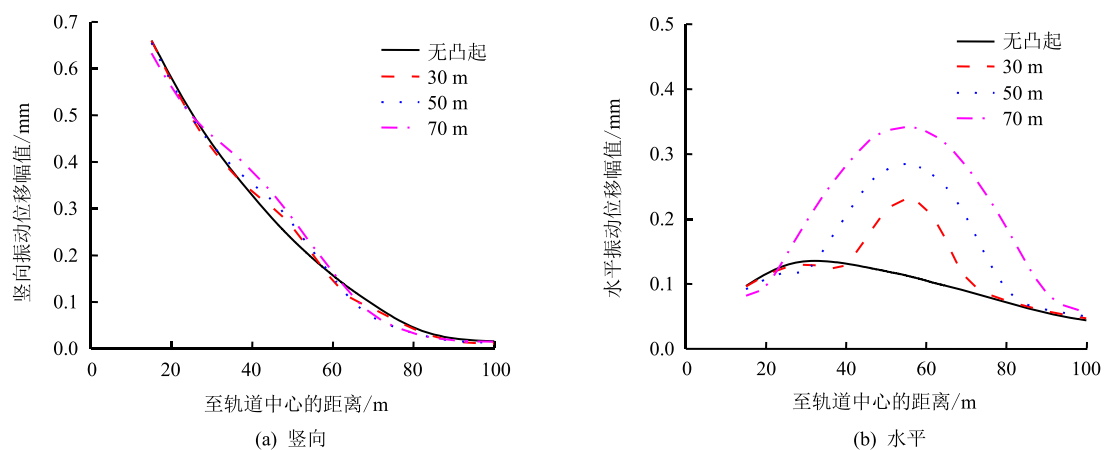


图8 不同宽度凸起地形的地面振动位移幅值

Fig.8 Displacement amplitude of hill with different widths

表2 不同宽度凸起地形顶部放大倍数
Table 2 Magnification multiple of hill peak with different widths

类别	无凸起	30 m		50 m		70 m	
		取值	放大倍数	取值	放大倍数	取值	放大倍数
竖向加速度峰值/(m/s ²)	0.035 9	0.009 7	0.27	0.010 7	0.30	0.010 5	0.29
水平加速度峰值/(m/s ²)	0.029 2	0.010 3	0.35	0.007 5	0.26	0.006 3	0.22
竖向位移幅值/mm	0.193 4	0.201 6	1.04	0.209 4	1.08	0.220 1	1.14
水平位移幅值/mm	0.112 7	0.230 6	2.05	0.285 1	2.52	0.341 9	3.03

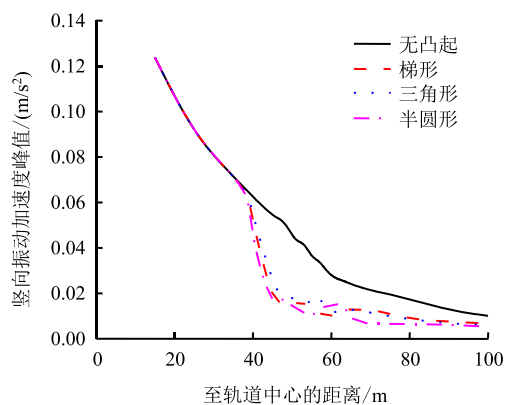
0.3 倍左右。而对于水平地面加速度,地形宽度存在一定影响,即宽度越大,水平加速度减小幅度越大,但宽度较大时这种影响不明显,如本例中地形宽度 30 m 的凸起地形顶部水平加速度为平地时的 0.35 倍,而宽度 50、70 m 的凸起地形顶部水平加速度则分别为平地时的 0.26、0.22 倍。

从图 6 可以看出,凸起地形对地面竖向振动位移的影响不明显,表 2 中凸起地形顶部竖向振动位移的放大倍数也表明了这一点。但对水平振动位移,凸起地形有着显著的放大效应,且地形宽度越大,放大效应越明显。表 2 计算结果显示,地形宽度为 30 m 时,凸起地形的水平振动位移放大 2.05 倍,而地形宽度增加到 70 m 时,凸起地形的水平振动位移放大到 3.03 倍。

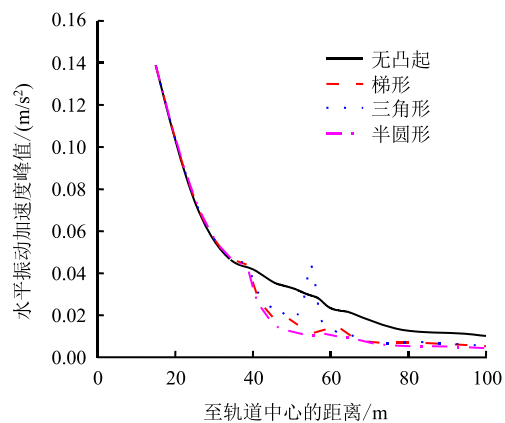
4.1.2 凸起截面形状

为分析凸起地形截面形状的影响,选择三角形、梯形和半圆形三种截面形状比较分析,凸起地形的宽度都取 30 m,高度 15 m,距离轨道 55 m,梯形凸起顶部宽 10 m,底部宽 30 m,列车速度按 250 km/h 考虑,计算各种宽度凸起地形的竖向、水平地面加速度和位移,并与无凸起地形的地面振动进行对比,结果如图 9、10 和表 3 所示。

由图 9、10 和表 3 可以发现,梯形、半圆形两种截面形状对两个方向加速度、振动位移的影响较为一致,三角形凸起地形只在竖向加速度、竖向振动位移的影响上同梯形、半圆形两种截面形状相当,而在水平方向存在明显差异,表现为较大的水平向放大效应,即水平加速度存在局部明显放大,且水平振动位移的放大效应也较梯形、半圆形凸起地形更为明显,这是因为三角形凸起地形顶部尖锐而产生能量集中现象。在本例中,三角形的水平振动位移放大为 2.3 倍,而梯形和半圆形只分别为 2.07 倍和 2.05 倍。



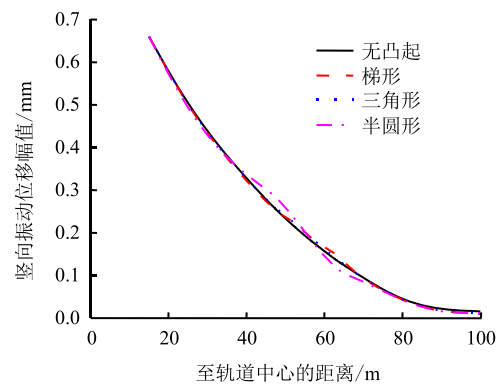
(a) 竖向



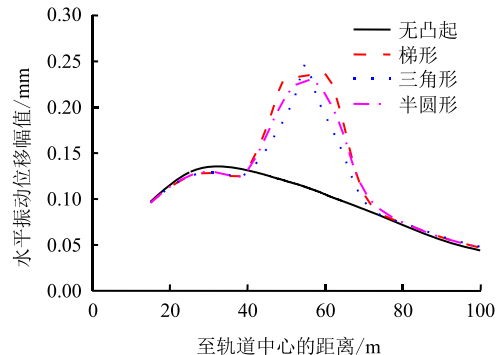
(b) 水平

图9 不同形状凸起地形的地面加速度峰值

Fig.9 Acceleration amplitude of hill with different shapes



(a) 竖向



(b) 水平

图10 不同形状凸起地形的地面振动位移幅值

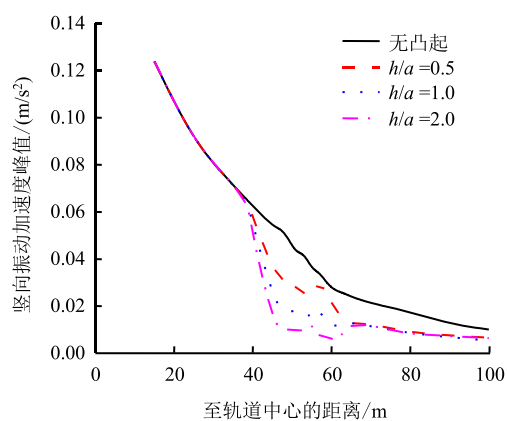
Fig.10 Displacement amplitude of hill with different shapes

表 3 不同形状凸起地形的顶部放大倍数
Table 3 Magnification multiple of hill peak
with different shapes

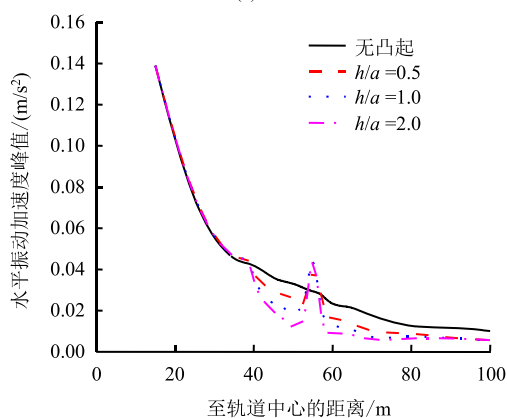
类别	无凸起	三角形		梯形		半圆形	
		取值	放大倍数	取值	放大倍数	取值	放大倍数
水平加速度 峰值/(m/s ²)	0.029 2	0.056 0	1.91	0.010 5	0.36	0.010 3	0.35
水平位移幅 值/mm	0.112 7	0.260 1	2.30	0.234 3	2.07	0.230 6	2.05

4.1.3 高宽比

凸起地形的高宽比 h/a 即凸起地形高度与底部宽度的比值, 为便于分析, 本文选取三角形凸起地形进行计算。凸起地形的其他计算参数同凸起截面形状工况, 分别选取高宽比 $h/a=2.0$ 、 1.0 、 0.5 三种情况进行分析。结果如图 11、12 和表 4 所示。



(a) 竖向

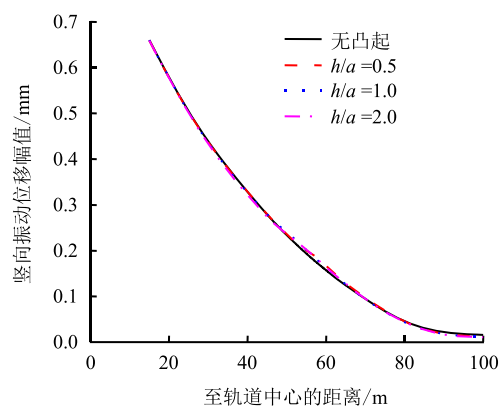


(b) 水平

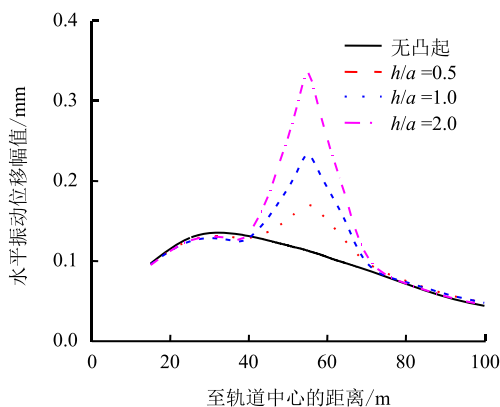
图 11 不同高宽比凸起地形的地面加速度峰值
Fig.11 Acceleration amplitude of hill with different aspect ratios

结果表明, 凸起地形的高宽比对铁路环境振动存在重要影响。凸起地形高宽比越大, 竖向地面加速度减小越明显, 但距离较远时减小仍趋于一致; 对于水平地面加速度, 随凸起地形高宽比增大加速度亦减小, 但三角形凸起地形顶部存在局部放大效

应, 且随高宽比增大, 水平加速度局部放大效应减小。



(a) 竖向



(b) 水平

图 12 不同高宽比凸起地形的地面振动位移幅值
Fig.12 Displacement amplitude of hill with different aspect ratios

表 4 不同高宽比凸起地形的顶部放大倍数
Table 4 Magnification multiple of hill peak with different aspect ratios

类别	无凸起	$h/a=0.5$		$h/a=1.0$		$h/a=2.0$	
		取值	放大倍数	取值	放大倍数	取值	放大倍数
竖向加速度 峰值/(m/s ²)	0.035 9	0.023 1	0.65	0.016 7	0.47	0.013 2	0.37
水平加速度 峰值/(m/s ²)	0.029 2	0.060 0	2.05	0.056 0	1.91	0.048 3	1.65
水平位移幅 值/(mm)	0.112 7	0.172 0	1.52	0.260 1	2.30	0.350 0	3.10

凸起地形高宽比对竖向振动位移的影响较小, 但对水平振动位移的影响明显, 随着高宽比的增加, 凸起地形水平振动位移的放大效应更为显著, $h/a=2.0$ 的凸起地形放大倍数达到 3.10, 而 $h/a=1.0$ 和 $h/a=0.5$ 的凸起地形的放大倍数只分别为 2.30 倍和 1.52 倍, 这是由于高宽比越大, 三角形凸起地形顶部更加尖锐, 能量集中更为明显。

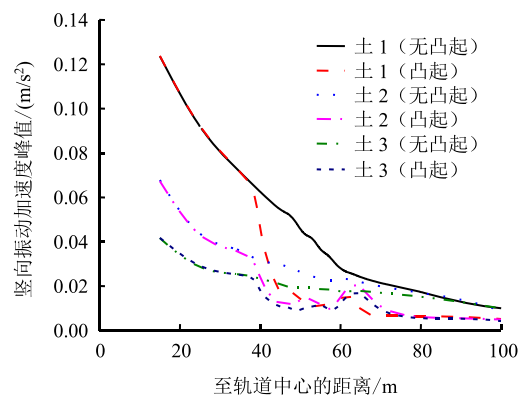
4.2 地基土性质的影响

选择了3种匀质地基情况比较分析,凸起地形中点距离轨道中心55 m,凸起的宽度为30 m,高度为15 m,半圆形凸起地形,车速为250 km/h。土体参数见表5。结果如图13、14和表6所示。

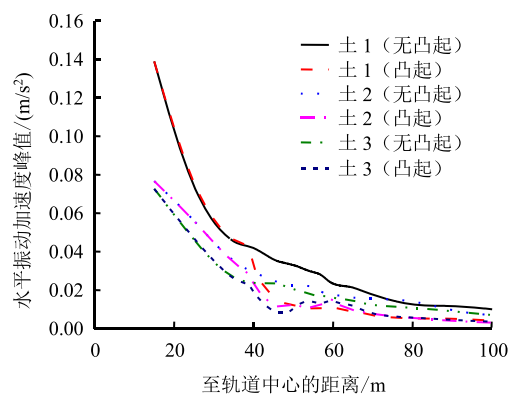
表5 地基土参数
Table 5 Soil parameters

地基	剪切波速/(m/s)	泊松比	密度/(kg/m ³)
土1	124	0.31	1 847
土2	200	0.31	1 847
土3	260	0.31	1 847

从图中可以发现,凸起地形对竖向振动位移的影响依然很小;地基土由软变硬时,无论是平地还是凸起地形,其两个方向的地面加速度、振动位移均表现出明显减弱;但从地基土性质对凸起地形效应的影响来看,随着地基土变硬,竖向、水平地面加速度的减小幅度显著变小,且水平振动位移的放大效应亦减小,但并不显著。从表6结果来看,地基土由土1变为土2、土3时,竖向地面加速度的减小幅度分别为73%、49%、34%,而水平振动位移的放大倍数分别为2.05、2.03、1.95;即说明地基土较硬时,凸起地形的影响效应减弱。



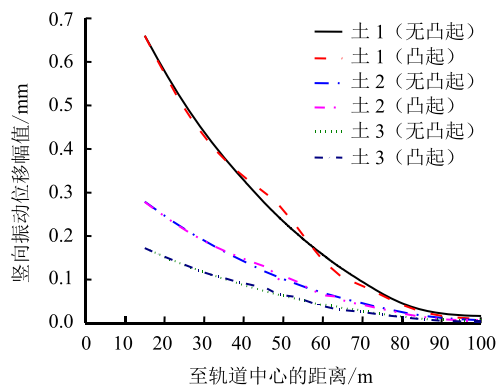
(a) 竖向



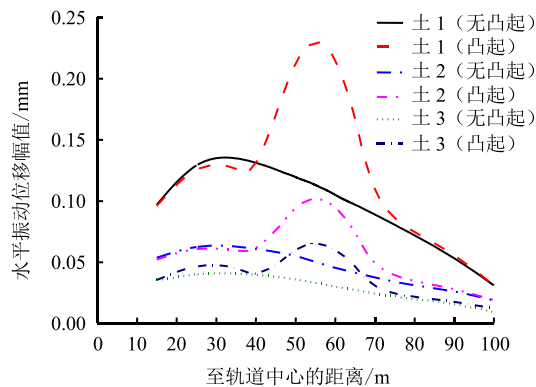
(b) 水平

图13 三种地基土条件下的加速度峰值

Fig.13 Acceleration amplitude under three kinds of soil



(a) 竖向



(b) 水平

图14 三种地基土条件下的振动位移幅值

Fig.14 Displacement amplitude under three kinds of soil

表6 三种地基土条件下凸起地形顶部的加速度及位移
Table 6 Acceleration and displacement of hill peak under three kinds of soil

地基土	竖向振动加速度峰值			水平振动加速度峰值			水平振动位移幅值		
	取值/(m/s ²)		减小幅度/%	取值/(m/s ²)		减小幅度/%	取值/mm		放大倍数
	无凸起	凸起		无凸起	凸起		无凸起	凸起	
土1	0.035 8	0.009 7	73	0.029 3	0.010 3	65	0.112 7	0.230 6	2.05
土2	0.023 5	0.012 1	49	0.022 1	0.011 5	48	0.050 3	0.102 2	2.03
土3	0.018 5	0.012 2	34	0.017 2	0.014 1	18	0.033 5	0.065 4	1.95

5 结 论

通过建立列车作用下路基-凸起地形的二维有限元计算模型,讨论了凸起地形宽度、形状、高宽比以及地基土性质对铁路环境振动的影响,发现凸起地形对铁路环境振动存在重要影响。

(1) 凸起地形会减小竖向、水平两个方向的地面加速度,对竖向振动位移影响不明显,但会显著放大水平振动位移,且凸起地形宽度越大,放大效应越显著。

(2) 半圆形、梯形凸起地形对铁路环境振动的影响较为一致,但三角形凸起地形的水平地面加速度在顶部出现明显的局部放大,水平振动位移的放大效应较半圆形、梯形地形更明显。

(3) 凸起地形高宽比越大,竖向、水平两个方向地面加速度减小越明显,且三角形凸起地形顶部的水平加速度局部放大效应亦减小。随着高宽比的增加,凸起地形水平振动位移的放大效应更为显著。

(4) 地基愈软,凸起地形的影响效应愈显著,而地基变硬时,凸起地形的影响效应减弱。

参 考 文 献

- DEGRANDE G, SCHILLEMANS L. Free field vibrations during the passage of a Thalys high-speed train at variable speed[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 247(1): 131—144.
- TAKEMIYA H. Analyses of wave field from high-speed train on viaduct at shallow/deep soft grounds[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 310(3): 631—649.
- LOMBAERT G, DEGRANDE G. Ground-borne vibration due to static and dynamic axle loads of InterCity and high-speed trains[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 319(3—5): 1036—1066.
- CONNOLLY D, GIANNOPOULOS A, FORDE M. Numerical modelling of ground borne vibrations from high speed rail lines on embankments[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, 46: 9—13.
- KOUROUSSIS G, CONTI C, VERLINDEN O. Investigating the influence of soil properties on railway traffic vibration using a numerical model[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2013, 51(3): 421—442.
- XIA H, CAO Y M, ROECK G D. Theoretical modeling and characteristic analysis of moving-train induced ground vibrations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329: 819—832.
- 刘腾, 雷晓燕, 刘庆杰. 高速铁路沿线地面环境振动特性的实测与分析[J]. 华东交通大学学报, 2011, 28(4): 19—22.
- LIU Teng, LEI Xiao-yan, LIU Qing-jie. Measurement and analysis of ground environment vibration characteristics along high speed railway[J]. *Journal of East China Jiaotong University*, 2011, 28(4): 19—22.
- 翟婉明, 韩海燕. 高速列车运行于软土地基线路引起的地面振动研究[J]. 中国科学:技术科学, 2012, 42(10): 1148—1156.
- ZHAI Wan-ming, HAN Hai-yan. Research of ground vibration induced by high-speed train running on soft soil foundation[J]. *Science China (Technological Sciences)*, 2012, 42(10): 1148—1156.
- 高广运, 赵宏, 张博, 等. 饱和分层地基上列车运行引起的地面振动分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2013, 41(12): 1805—1811.
- GAO Guang-yun, ZHAO Hong, ZHANG Bo, et al. Analysis of ground vibration induced by trains on saturated layered ground[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2013, 41(12): 1805—1811.
- 巴振宁, 梁建文, 金威. 高速移动列车荷载作用下层状饱和地基-轨道耦合系统的动力响应[J]. 工程力学, 2015, 32(11): 189—200.
- BA Zhen-ning, LIANG Jian-wen, JIN Wei. Dynamic responses of saturated layered ground-track coupled system under the moving loads from high-speed train[J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(11): 189—200.
- 刘晶波. 局部不规则地形对地震地面运动的影响[J]. 地震学报, 1996, 18(2): 239—245.
- LIU Jing-bo. The influence of local irregular topography on earthquake ground motion[J]. *ACTA Seismologica Sinica*, 1996, 18(2): 239—245.
- 巴振宁, 梁建文. Rayleigh 波斜入射下层状场地中凸起地形的三维响应分析[J]. 中国科学:技术科学, 2015, 45(8): 874—888.
- BA Zhen-ning, LIANG Jian-wen. Three dimensional responses of a hill in a layered half-space for obliquely incident Rayleigh waves[J]. *Science China (Technological Sciences)*, 2015, 45(8): 874—888.
- 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002.
- ZHAI Wan-ming. Vehicle-track coupling dynamics[M]. Beijing: China Railway Press, 2002.
- 梁波, 罗红, 孙常新. 高速铁路振动荷载的模拟研究[J]. 铁道学报, 2006, 28(4): 89—94.
- LIANG Bo, LUO Hong, SUN Chang-xin. Simulated study on vibration load of high-speed railway[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2006, 28(4): 89—94.
- 邵鸣和, 韦凯, 韩海燕. 高速铁路无砟轨道引起的地面振动特性研究[C]//2013 年四川省振动工程及应用学术会议. [出版地不详]: [出版社不详], 2013.
- SHAO Ming-he, WEI Kai, HAN Hai-yan. Investigation into ground-born vibration characteristic induced by high-speed non-ballasted railway[C]//2013 Sichuan Academic Conference on Vibration Engineering and Application. [S. l.]: [s. n.], 2013.