

一种预测砂土土-水特征曲线的简化方法

周兵红

(甘肃铁道综合工程勘察院有限公司, 甘肃 兰州 730000)

摘 要: 土-水特征曲线是非饱和土力学中最基本的参数之一, 可用于预测非饱和土的各种性质。但是, 测量土-水特征曲线耗时费事。为了解决这一问题, 提出使用一点测量法和土的颗分参数相结合的方法预测 Van Genuchten 模型的 3 个参数。通过 Van Genuchten 模型的 3 个参数与 43 组 (编号 1~43) 砂土的基本物理参数进行相关性分析, 得出计算这 3 个参数的方程, 进而通过一点测量法确定这 3 个参数的具体取值。结果表明: 参数 a_v 与组合参数 (P_{1000}/P_{500}) 呈指数函数关系, 参数 m_v 与 $1/n_v$ 呈指数函数关系。敏感性分析揭示了 SWCC 一点测量法选取的测量点的基质吸力应在 1~10 kPa 之间。采用 4 组 (编号 44~47) 砂土数据验证了提出的预测砂土土-水特征曲线的方法。结果显示, 其 $R^2 = 0.959$, 表明所提出的方法能够很好地预测 SWCC。

关 键 词: 土-水特征曲线; Van Genuchten 模型; 砂土; 敏感性分析

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2022) 增刊 1-0222-08

A simplified method to estimate soil-water characteristic curve for sandy soil

ZHOU Bing-hong

(The General Engineering Survey Institute of Railways of Gansu Co., Ltd., Lanzhou, Gansu 730000, China)

Abstract: Soil-water characteristic curves (SWCCs) are one of the basic parameters in unsaturated soil mechanics, which is usually used to estimate the properties of unsaturated soils. However, the measurement of SWCC is time-consuming and laborious. In order to solve this problem, we used the one-point SWCC measurement and parameters of particle size distribution to estimate the three parameters of Van Genuchten equation for sandy soils. Parameters of the Van Genuchten model were correlated with the basic properties of 43 (No.1-43) types of sandy soils. Then we obtained two equations to estimate the three parameters. The values of the three parameters were calculated by the two equations and one-point SWCC measurement. The results show that the parameter a_v can be expressed as an exponential function of the combined parameter (P_{1000}/P_{500}), and m_v can be expressed as an exponential function of $1/n_v$. Sensitivity analysis shows that the one-point SWCC measurement locating in the range of 1 kPa and 10 kPa gave the most reliable estimated results. The proposed method was evaluated using a total of 4 (No.44-47) types of sandy soils. It shows that the proposed method has a good performance in estimating SWCC.

Keywords: soil-water characteristic curves; Van Genuchten model; sandy soil; sensitivity analysis

1 引 言

目前遇到的很多工程项目都涉及非饱和土^[1-3]。这些工程项目也考虑了非饱和土的相关性质, 并取得了较好的效果^[4-8]。土-水特征曲线 (SWCC) 是非饱和土中最重要的参数之一, 通过 SWCC 也能够预测非饱和土的其他性质。Fredlund 等^[9]将 SWCC 模型和孔径分布函数统计模型结合, 得到一种预测非饱和和渗透系数的模型。Van Genuchten^[10]将 SWCC 和 Mualem 模型、Burdine 模型相结合, 分别得到了

两个预测非饱和和渗透系数的公式。Vanapalli^[11]、Fredlund^[12-13]等引入 SWCC 预测非饱和土的抗剪强度。Han 等^[14-15]将 SWCC 方程引入弹性模量方程, 预测弹性模量随基质吸力的变化关系。

SWCC 描述了土的体积含水率 (质量含水率、饱和度) 和基质吸力的关系。常用的模型主要有 Fredlund & Xing 模型和 Van Genuchten 模型。这些模型在拟合时都需要使用大量数据, 而且测量 SWCC 试验耗时、费事。以上缺点在一定程度上限制了 SWCC 的应用。基于此, 一些学者运用统计

分析、线性回归、神经网络等方法提出了很多预测 SWCC 的模型。Saxton 等^[16]分析了某一基质吸力下的含水率和土的性质等参数关系,采用线性回归方法建立了各参数之间的联系。Zapata^[17]使用线性回归分析土的基本性质参数与拟合参数之间的联系,建立了预测 SWCC 的方程。Johari 等^[18]使用人工神经网络,通过基本的物理参数,预测 SWCC。这些研究促进了非饱和土力学的发展^[19-20],但对于 SWCC 的预测研究还远远不够。本文在先前研究的基础上,通过一点法和回归模型相结合,提出一种新的预测 SWCC 的方法。通过将预测值与实测值对比,验证所提模型的有效性。

2 SWCC 方程和数据来源

本文选用 Van Genuchten 模型 (VG 模型) 构建预测方程。VG 模型是一个三参数方程,描述精度很高,形式为

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \frac{1}{\left[1 + (a_v \psi)^{n_v}\right]^{m_v}} \quad (1)$$

式中: θ 为体积含水率 (cm^3/cm^3); θ_r 为残余体积含水率 (cm^3/cm^3); θ_s 为饱和体积含水率 (cm^3/cm^3); ψ 为基质吸力 (kPa); a_v 、 m_v 和 n_v 为拟合参数,其中参数 a_v 与进气值相关, m_v 和 n_v 与孔隙分布相关。

VG 模型 (式 (1)) 在拟合数据时可能会出现 θ_r 的拟合值为负数,谭晓慧等^[21]发现了这一不合理现象。为此,本文在选用 VG 模型时,采用 Sillers^[22]、Phoon^[23]等对 VG 模型的变换,即假定 $\theta_r = 0$,可将 VG 模型简化为

$$\theta = \theta_s \frac{1}{\left[1 + (a_v \psi)^{n_v}\right]^{m_v}} \quad (2)$$

采用饱和度表示,式 (2) 可简化为

$$S = \frac{1}{\left[1 + (a_v \psi)^{n_v}\right]^{m_v}} \quad (3)$$

式中: S 为饱和度。

文中所用数据源自 UNSODA 数据库。UNSODA 是由美国农业部盐度实验室开发的有关非饱和土性质的数据库,全称为非饱和土水力数据库 (unsaturated soil hydraulic database)。数据库中共有 790 组数据。包括土的分类、SWCC 试验数据、颗粒分布、有机质含量、饱和体积含水率、饱和渗透系数和非饱和渗透系数等。本文选取砂土数据 47

组,其中 43 组用于构建方程,剩余 4 组用于验证预测方程。

3 预测方程建立

(1) 将 UNSODA 数据库中相关数据导入 EXCEL,初步筛选出砂土数据。

(2) 筛选出包含颗粒分布、SWCC 的砂土。每组砂土至少含 4 种粒径所对应的颗粒累计分布百分比数据 (P_2 表示小于粒径 2 μm 的颗粒质量占试样总质量的百分比, %),见表 1;同时,每组砂土至少需要有 5 个不同基质吸力下的测量值。

(3) 经过上述筛选,总共选取 47 组砂土数据,其中 43 组砂土数据用于建立预测方程,4 组数据用于验证预测模型。

(4) 采用式 (3) 拟合步骤 (3) 中选出的 43 组数据,分别得到 43 组拟合参数 a_v 、 m_v 和 n_v ,见表 1。

(5) 将步骤 (3) 中随机选出的 43 组基本参数 (见表 1)、组合参数 (见表 2) 和步骤 (4) 中拟合得到的 43 组数据 (见表 1) 导入 EXCEL 中。

(6) 求解拟合参数 a_v 、 m_v 、 n_v 及组合参数 $1/a_v$ 、 $1/m_v$ 、 $1/n_v$ 、 $\ln a_v$ 、 $\ln m_v$ 、 $\ln n_v$ 和 P_2 、 P_{500} 、 P_{1000} 、 P_{500}/P_2 、 P_{500}/P_2 、 P_{1000}/P_2 、 P_{500}/P_{500} 、 P_{1000}/P_{500} 、 P_{500}/P_{1000} 、 P_{1000}/P_{500} 之间的相关系数。

(7) 依据相关系数,建立描述拟合参数 a_v 、 m_v 和 n_v 的方程。

表 3 和表 4 可以看出,参数 a_v 和组合参数 (P_{1000}/P_{500}) 相关系数最高,为 0.94,可通过组合参数 P_{1000}/P_{500} 建立描述参数 a_v 的方程,见图 1。

参数 m_v 、 n_v 与基本参数、组合参数的相关系数都比较低。尤其是参数 m_v (包括其变形 $1/m_v$ 、 $\ln m_v$) 与基本参数、组合参数相关系数最高不超过 0.3,数据离散型较大。而参数 m_v 和 $1/n_v$ 相关系数达到了 0.877。相关系数较高,可以选择建立参数 m_v 和 $1/n_v$ 之间的关系,见图 2。

虽然已经建立了 m_v 、 n_v 的关系曲线,但两参数未能与基本物理参数联系起来,故用 x 取代公式中的参数 n_v 。综上所述,VG 模型参数 a_v 、 m_v 、 n_v 的关系方程分别为

$$a_v = -37.4623 + 37.8045 \left(P_{1000}/P_{500} \right)^{-0.0441} \quad (4)$$

$$n_v = x \quad (5)$$

$$m_v = -0.0518 + 0.5031x^{-0.5635} \quad (6)$$

表 1 拟合参数和基本物理性质

编号	拟合参数			小于某一粒径的累计百分含量				体积密度
	a_v	m_v	n_v	$P_2/\%$	$P_{50}/\%$	$P_{500}/\%$	$P_{1\,000}/\%$	
1	0.970	0.147	4.217	3.2	7.8	57.2	96.5	1.60
2	1.429	0.137	4.199	8.2	12.9	51.0	95.0	1.59
3	1.429	0.021	32.188	6.5	9.1	44.9	91.2	1.55
4	0.803	0.120	5.652	2.0	7.0	72.5	97.2	1.55
5	0.907	0.163	4.762	4.0	9.0	70.6	96.2	1.59
6	1.214	0.012	45.578	7.0	12.0	67.9	95.1	1.56
7	0.983	0.188	4.479	4.0	7.0	64.7	91.3	1.55
8	1.307	0.013	44.767	2.2	7.2	59.9	88.2	1.46
9	2.429	0.006	56.446	6.0	11.0	28.0	90.8	1.58
10	2.420	0.061	6.923	4.3	10.7	23.7	86.2	1.60
11	2.549	0.009	55.314	2.0	6.0	21.6	77.1	1.67
12	2.346	0.072	6.889	2.0	5.0	27.7	82.0	1.68
13	1.112	0.095	5.927	4.7	8.2	53.0	84.0	1.62
14	1.348	0.015	40.918	5.3	7.5	48.5	77.3	1.60
15	1.264	0.017	50.738	3.0	3.6	38.0	70.3	1.59
16	1.357	0.334	2.796	2.5	2.7	37.1	72.3	1.55
17	1.791	0.244	2.544	5.3	5.9	42.1	84.4	1.57
18	0.826	0.008	49.228	5.3	11.2	75.0	98.5	1.74
19	0.652	0.156	2.431	1.1	11.6	87.8	99.0	1.69
20	0.483	0.083	9.149	2.0	8.0	85.8	98.0	1.56
21	0.440	0.084	6.756	2.0	10.0	86.4	97.9	1.70
22	0.410	0.069	5.626	3.0	13.0	86.4	97.7	1.80
23	0.678	0.020	39.514	2.0	2.8	56.4	96.7	1.78
24	0.818	0.157	4.181	1.0	9.5	61.6	78.7	1.78
25	0.881	0.243	2.182	4.4	9.9	97.8	99.9	1.51
26	0.389	0.087	7.458	3.0	11.9	96.3	99.9	1.49
27	0.414	0.171	3.705	4.6	9.4	98.6	99.7	1.53
28	0.268	0.564	0.992	4.9	8.5	98.8	99.9	1.55
29	0.456	0.013	142.540	0.2	3.0	95.9	99.8	1.54
30	0.305	0.098	8.379	6.4	11.0	96.8	99.7	1.72
31	0.906	0.410	0.654	1.7	6.0	70.9	99.7	1.69
32	0.447	0.018	31.433	1.5	7.8	99.1	99.9	1.46
33	0.417	0.014	39.417	1.3	4.1	99.4	99.9	1.62
34	0.400	0.226	2.851	2.5	12.6	99.3	99.9	1.44
35	0.374	0.017	59.880	2.8	9.2	99.3	99.9	1.44
36	0.192	0.527	1.422	2.0	10.5	98.8	99.9	1.60
37	0.084	0.418	1.013	3.3	12.1	99.2	99.9	1.49
38	0.387	0.010	57.898	3.5	4.5	99.7	100.0	1.68
39	0.076	0.571	1.236	4.3	6.1	97.6	99.5	1.61
40	0.148	0.288	4.164	6.8	10.6	97.1	99.5	1.71
41	0.436	0.010	30.450	3.5	12.4	98.3	99.8	1.36
42	0.569	0.150	2.554	3.3	8.2	98.5	99.7	1.39
43	0.381	0.014	55.142	1.8	4.2	95.5	99.0	1.63

表 2 颗粒的组合参数

编号	The combined parameters of particle size distribution					
	P_{50}/P_2	P_{500}/P_2	$P_{1\,000}/P_2$	P_{500}/P_{50}	$P_{1\,000}/P_{50}$	$P_{1\,000}/P_{500}$
1	2.438	17.875	30.156	7.333	12.372	1.687
2	1.573	6.220	11.585	3.953	7.364	1.863
3	1.400	6.908	14.031	4.934	10.022	2.031
4	3.500	36.250	48.600	10.357	13.886	1.341
5	2.250	17.650	24.050	7.844	10.689	1.363
6	1.714	9.700	13.586	5.658	7.925	1.401
7	1.750	16.175	22.825	9.243	13.043	1.411
8	3.273	27.227	40.091	8.319	12.250	1.472
9	1.833	4.667	15.133	2.545	8.255	3.243
10	2.488	5.512	20.047	2.215	8.056	3.637
11	3.000	10.800	38.550	3.600	12.850	3.569
12	2.500	13.850	41.000	5.540	16.400	2.960
13	1.745	11.277	17.872	6.463	10.244	1.585
14	1.415	9.151	14.585	6.467	10.307	1.594
15	1.200	12.667	23.433	10.556	19.528	1.850
16	1.080	14.840	28.920	13.741	26.778	1.949
17	1.113	7.943	15.925	7.136	14.305	2.005
18	2.113	14.151	18.585	6.696	8.795	1.313
19	10.545	79.818	90.000	7.569	8.534	1.128
20	4.000	42.900	49.000	10.725	12.250	1.142
21	5.000	43.200	48.950	8.640	9.790	1.133
22	4.333	28.800	32.567	6.646	7.515	1.131
23	1.400	28.200	48.350	20.143	34.536	1.715
24	9.500	61.600	78.700	6.484	8.284	1.278
25	2.250	22.227	22.705	9.879	10.091	1.021
26	3.967	32.100	33.300	8.092	8.395	1.037
27	2.043	21.435	21.674	10.489	10.606	1.011
28	1.735	20.163	20.388	11.624	11.753	1.011
29	15.000	479.500	499.000	31.967	33.267	1.041
30	1.719	15.125	15.578	8.800	9.064	1.030
31	3.529	41.706	58.647	11.817	16.617	1.406
32	5.200	66.067	66.600	12.705	12.808	1.008
33	3.154	76.462	76.846	24.244	24.366	1.005
34	5.040	39.720	39.960	7.881	7.929	1.006
35	3.286	35.464	35.679	10.793	10.859	1.006
36	5.250	49.400	49.950	9.410	9.514	1.011
37	3.667	30.061	30.273	8.198	8.256	1.007
38	1.286	28.486	28.571	22.156	22.222	1.003
39	1.419	22.698	23.140	16.000	16.311	1.019
40	1.559	14.279	14.632	9.160	9.387	1.025
41	3.543	28.086	28.514	7.927	8.048	1.015
42	2.485	29.848	30.212	12.012	12.159	1.012
43	2.333	53.056	55.000	22.738	23.571	1.037

4 求解 x

上文已建立了描述 VG 模型 3 个参数 a_v 、 m_v 、 n_v 的方程。参数 a_v 可直接由基本物理参数求出，参数 m_v 、 n_v 给出了相互关系式，但 m_v 、 n_v 没有与基本参数和组合参数建立联系。本文采用 Chin 等在文献[24]中使用的 SWCC 一点法，即通过选定的一点，调整变量 x 值，强制预测的 SWCC 通过或者接近这一选定的点，即可得出变量 x 的值。

一般土-水特征曲线依据基质吸力的不同，其变化过程可依次划分为边界区、过渡区和残余区^[1]。

不同区间内选取的一点值会影响最后的预测效果，本文选用敏感性分析，分析砂土的一点测量值应位于哪个区间。参数敏感性可以通过饱和度 S 对参数 ψ 求导数表示^[25]：

$$S' = \left| \frac{dS}{d\psi} \right| = \left(m_v n_v a_v^{n_v} \right) \frac{\psi^{n_v-1}}{\left[1 + (a_v \psi)^{n_v} \right]^{m_v+1}} \quad (7)$$

将上文选取的 43 组数据的拟合参数 a_v 、 m_v 、 n_v 值代入式 (7) 求取相应的 S' ，即可得到各类砂土的敏感性函数（见图 3）。从图中可知，基质吸力 ψ

表 3 拟合参数和基本参数的相关系数

Table 3 Coefficients of correlation R between fitted parameters and basic parameters

参数	a_v	a_v^{-1}	$\ln a_v$	m_v	m_v^{-1}	$\ln m_v$	n_v	n_v^{-1}	$\ln n_v$	P_2	P_{50}	P_{500}	$P_{1\,000}$	ρ_b
a_v	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
a_v^{-1}	-0.58	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\ln a_v$	0.90	-0.86	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
m_v	-0.33	0.61	-0.50	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
m_v^{-1}	0.30	-0.25	0.28	-0.62	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\ln m_v$	-0.29	0.41	-0.36	0.86	-0.91	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—
n_v	0.10	-0.19	0.13	-0.57	0.77	-0.79	1.00	—	—	—	—	—	—	—
n_v^{-1}	-0.25	0.47	-0.37	0.88	-0.54	0.75	-0.51	1.00	—	—	—	—	—	—
$\ln n_v$	0.22	-0.37	0.30	-0.84	0.85	-0.97	0.86	-0.81	1.00	—	—	—	—	—
P_2	0.20	0.03	0.12	0.05	0.04	0.04	-0.19	-0.05	-0.06	1.00	—	—	—	—
P_{50}	-0.14	0.13	-0.17	0.07	-0.13	0.18	-0.38	0.08	-0.27	0.44	1.00	—	—	—
P_{500}	-0.93	0.53	-0.85	0.27	-0.20	0.21	-0.04	0.23	-0.18	-0.18	0.24	1.00	—	—
$P_{1\,000}$	-0.70	0.40	-0.65	0.18	-0.10	0.15	-0.05	0.23	-0.16	-0.01	0.36	0.82	1.00	—
ρ_b	0.09	-0.05	0.07	-0.04	-0.02	0.01	-0.05	-0.01	-0.01	-0.02	-0.12	-0.23	-0.15	1.00

表 4 拟合参数和组合参数的相关系数

Table 4 Coefficients of correlation R between fitted parameters and combined parameters

参数	a_v	a_v^{-1}	$\ln a_v$	m_v	m_v^{-1}	$\ln m_v$	n_v	n_v^{-1}	$\ln n_v$	P_{50}/P_2	P_{500}/P_2	$P_{1\,000}/P_2$	P_{500}/P_{50}	$P_{1\,000}/P_{50}$	$P_{1\,000}/P_{500}$
a_v	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
a_v^{-1}	-0.58	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\ln a_v$	0.90	-0.86	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
m_v	-0.33	0.69	-0.50	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
m_v^{-1}	0.30	-0.25	0.28	-0.62	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\ln m_v$	-0.29	0.41	-0.36	0.86	-0.91	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—
n_v	0.10	-0.19	0.13	-0.57	0.77	-0.79	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—
n_v^{-1}	-0.25	0.47	-0.37	0.88	-0.53	0.75	-0.507	1.00	—	—	—	—	—	—	—
$\ln n_v$	0.22	-0.37	0.30	-0.84	0.85	-0.97	0.86	-0.81	1.00	—	—	—	—	—	—
P_{50}/P_2	-0.24	0.01	-0.16	-0.06	-0.03	-0.02	0.33	0.00	0.06	1.00	—	—	—	—	—
P_{500}/P_2	-0.23	0.03	-0.17	-0.11	0.12	-0.16	0.64	-0.08	0.27	0.81	1.00	—	—	—	—
$P_{1\,000}/P_2$	-0.16	-0.01	-0.10	-0.13	0.13	-0.17	0.64	-0.09	0.28	0.81	1.00	1.00	—	—	—
P_{500}/P_{50}	-0.49	0.21	-0.41	-0.02	0.12	-0.16	0.52	-0.03	0.27	0.31	0.65	0.62	1.00	—	—
$P_{1\,000}/P_{50}$	-0.07	-0.05	-0.01	-0.10	0.17	-0.22	0.50	-0.11	0.33	0.12	0.49	0.51	0.84	1.00	—
$P_{1\,000}/P_{500}$	0.94	-0.41	0.75	-0.25	0.28	-0.26	0.09	-0.21	0.19	-0.24	-0.23	-0.15	-0.45	-0.02	1.00

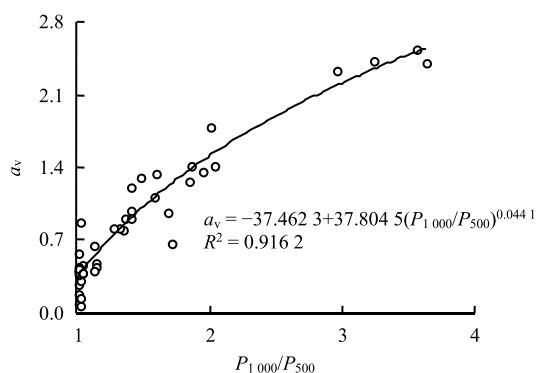


图 1 参数 a_v 和组合参数 $P_{1\,000}/P_{500}$ 的关系
Fig.1 Relationship between a_v and $P_{1\,000}/P_{500}$

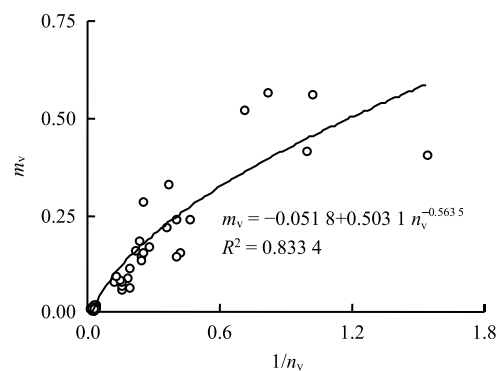


图 2 参数 $1/n_v$ 和参数 m_v 的关系
Fig.2 Relationship between $1/n_v$ and m_v

在 1~10 kPa 区间时, 函数的敏感度最大。在本区间选取一点代入方程中, 求得的参数 m_v 、 n_v 与参数 a_v 构建的预测模型的准确性也最好。为验证这一规律, 依次选取基质吸力等于 0.98、9.8、1 553.3 kPa, 这 3 组基质吸力值依次位于边界区、过渡区和残余

区^[1]。对随机选取的 4 组砂土 (见表 5) 分别求解均方根误差 (RMSE)^[25], 结果表明当 $\psi = 9.8$ kPa 时, 预测的土-水特征曲线结果较好 (见表 6)。该结果与 Chin 等^[24]选取的 $\psi = 10$ kPa 类似。可以看出, 一点测量值应位于土-水特征曲线的过渡区。

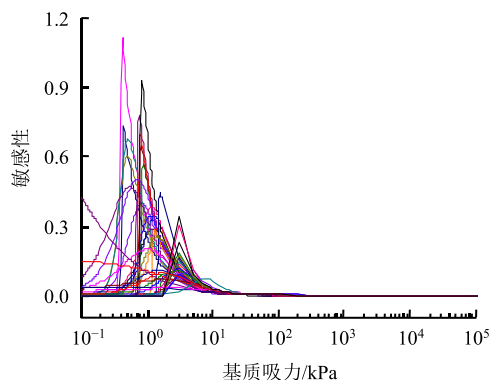


图3 敏感性分析

Fig.3 Sensitivity analysis

表5 基本物理参数

Table 5 Basic physical properties

编号	$P_2/\%$	$P_{50}/\%$	$P_{500}/\%$	$P_{1000}/\%$	体积密度/(g · cm ⁻³)
44	4.1	7.6	95.1	100.0	1.70
45	3.5	12.3	94.8	99.0	1.39
46	3.5	7.0	92.0	97.0	1.62
47	3.5	6.3	95.4	98.3	1.69

表6 不同选取点预测 SWCC 的 RMSE

Table 6 RMSE of SWCC estimation at various one-point measurements

编号	$\psi = 0.98 \text{ kPa}$	$\psi = 9.8 \text{ kPa}$	$\psi = 1553.3 \text{ kPa}$
44	0.067 4	0.066 3	0.076 7
45	0.203 8	0.071 0	0.373 2
46	0.134 0	0.081 7	0.607 8
47	0.084 7	0.054 4	0.110 4

5 与拟合曲线的对比

对于验证模型的 4 组数据, 使用表 5 中的基本参数, 采用式 (4) 计算参数 $a_{v\text{-est}}$, 对于每种砂土, 选取基质吸力等于 9.8 kPa 求解参数 $m_{v\text{-est}}$ 、 $n_{v\text{-est}}$, 计算结果详见表 7。将相关参数代入式 (3) 可得预测的土-水特征曲线。同时, 表 7 也列出了采用式 (3) 拟合得出的参数, 可见拟合参数和预测参数之间的差异较大。

表7 拟合参数和预测参数的对比

Table 7 Comparison between the fitted parameters and estimated parameters

编号	拟合参数			预测参数		
	$a_{v\text{-fit}}$	$m_{v\text{-fit}}$	$n_{v\text{-fit}}$	$a_{v\text{-est}}$	$m_{v\text{-est}}$	$n_{v\text{-est}}$
44	0.740 5	0.314 0	1.546 0	0.426 1	0.215 6	3.070 0
45	0.226 8	0.262 8	1.131 9	0.414 5	0.006 6	45.608 5
46	0.253 6	0.317 3	1.258 6	0.430 5	0.010 7	40.536 3
47	0.260 3	0.201 0	2.657 7	0.392 2	0.008 4	43.273 5

为了定量评估预测曲线和拟合曲线的精度, 本

文采用均方根误差 (RMSE)、决定系数 (R^2) 和平均偏差 (AD) 3 种参数定量分析两种模型的精度, 其具体表达式如下。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - S_{i(\text{fit/est})})^2} \quad (8)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (S_i - S_{i(\text{fit/est})})^2}{\sum_{i=1}^N (S_i - \bar{S})^2} \quad (9)$$

$$\text{AD} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_{i(\text{fit/est})} - S_i) \quad (10)$$

式中: S_i 为第 i 个实测饱和度; $S_{i(\text{fit/est})}$ 为第 i 个拟合 (或预测) 饱和度; $\bar{S}$ 为 S 的平均值; N 为试验数据的数量。

图 4~7 可以看出, 预测曲线的精度很高, 预测点与试验数据点十分接近, 整体趋势与试验数据吻合。在过渡区, 预测曲线与试验数据点十分接近, 这与求解 $m_{v\text{-est}}$ 、 $n_{v\text{-est}}$ 过程中, 使用的一点位于过渡区有关。相比预测曲线, 拟合曲线精度更高, 与试验数据的吻合程度更好。表 8 采用 RMSE、 R^2 和 AD 评估预测曲线和拟合曲线的优劣。结果表明, 对于拟合曲线, RMSE 位于 0.018 9~0.057 0, R^2 位于 0.968 4~0.996 8, AD 位于 -0.004 5~0.0046; 对于预测曲线, RMSE 位于 0.054 4~0.081 7, R^2 位于 0.941 6~0.978 5, AD 位于 -0.028 9~0.040 2。整体来说, 拟合曲线优于预测曲线, 但预测曲线的精度也较高。图 8 表示砂土土-水特征曲线的预测值与实测值的对比, RMSE 和 R^2 分别等于 0.069 和 0.959, 表示该方法预测精度较高。AD 值等于 0.001, 表明预测结果略大于实测结果。总体而言, 所提出的预测模型计算精度较高。

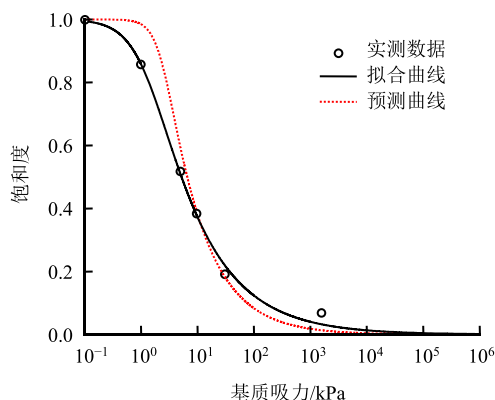


图4 砂土 44 拟合和预测 SWCC

Fig.4 Fitted and estimated SWCCs for sandy soil 44

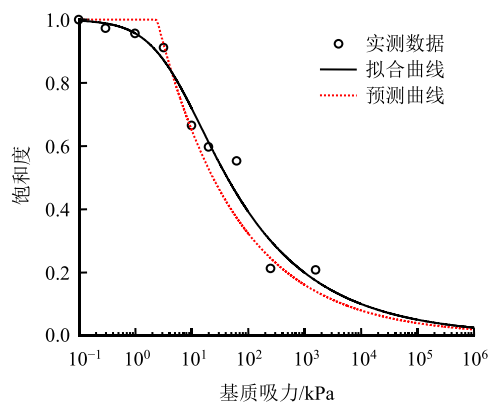


图 5 砂土 45 拟合和预测 SWCC

Fig.5 Fitted and estimated SWCCs for sandy soil 45

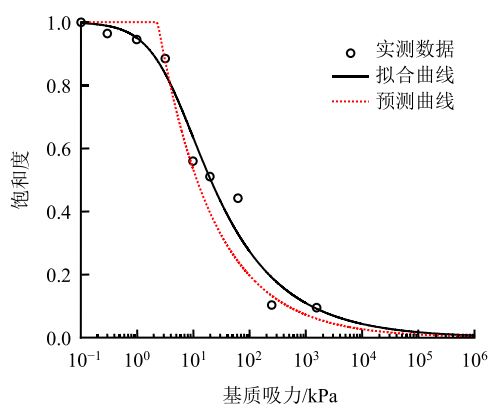


图 6 砂土 46 拟合和预测 SWCC

Fig.6 Fitted and estimated SWCCs for sandy soil 46

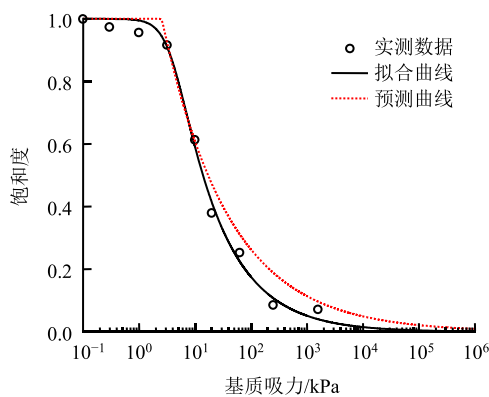


图 7 砂土 47 拟合和预测 SWCC

Fig.7 Fitted and estimated SWCCs for sandy soil 47

表 8 评价指标汇总表

Table 8 A summary of evaluation indices

编号	拟合曲线			预测曲线		
	RMSE	R^2	AD	RMSE	R^2	AD
44	0.018 9	0.996 8	-0.004 5	0.066 3	0.960 8	0.024 2
45	0.052 4	0.968 4	-0.000 7	0.071 0	0.941 9	-0.023 7
46	0.057 0	0.971 6	0.002 4	0.081 7	0.941 6	-0.028 9
47	0.025 8	0.995 2	0.004 6	0.054 4	0.978 5	0.040 2

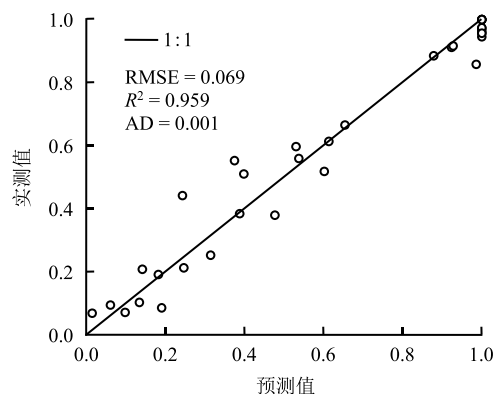


图 8 砂土预测值和实测值的对比

Fig.8 Comparison between measured and estimated results

6 结 论

本文通过 2、50、500、1 000 μm 所对应的颗粒累计分布百分比数据和一点测量法预测 VG 模型的参数，继而可得到基于 VG 模型的土-水特征曲线预测模型。通过预测值和实测值的对比，表明所提出的预测模型精度较高，有较强的应用前景。

(1) 提出了预测 VG 模型 3 个参数 a_v 、 m_v 和 n_v 的经验方程。参数 a_v 可表示为相关粒径参数的函数，参数 m_v 和 n_v 之间存在非线性关系。

(2) 通过一点法，可求解 m_v 和 n_v 。对于砂土，一点测量值应位于土-水特征曲线的过渡区。

(3) 对比实测值和预测值表明所提出的预测模型计算精度较高 (R^2 大于 0.95)，所提的预测模型可用于实际应用。

参 考 文 献

- [1] 孙德安, 李宣. 广吸力范围内非饱和粉土动力变形特性[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(4): 617-624.
SUN De-an, LI Xuan. Dynamic deformation characteristics of unsaturated silt over a wide suction range[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, 41(4): 617-624.
- [2] 李跃, 徐卫亚, 易魁, 等. 堆积体滑带土非饱和-饱和和渗透特性试验研究[J]. 岩土力学, 2021, 42(5): 1355-1362.
LI Yue, XU Wei-ya, YI Kui, et al. Experimental study of unsaturated-saturated permeability characteristics of slip soil in landslide deposits[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2021, 42(5): 1355-1362.
- [3] 郭智辉, 简文彬, 刘青灵, 等. 基于现场原型试验的斜坡降雨入渗分析及入渗模型研究[J]. 岩土力学, 2021,

- 42(6): 1635-1647.
- GUO Zhi-hui, JIAN Wen-bin, LIU Qing-ling, et al. Rainfall infiltration analysis and infiltration model of slope based on in-situ tests[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2021, 42(6): 1635-1647.
- [4] 秦爱芳, 江良华, 许薇芳, 等. 连续渗透边界下非饱和土竖井地基固结解析解[J]. 岩土力学, 2021, 42(5): 1345-1354.
- QIN Ai-fang, JIANG Liang-hua, XU Wei-fang, et al. Analytical solution to consolidation of unsaturated soil by vertical drains with continuous permeable boundary[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2021, 42(5): 1345-1354.
- [5] 叶云雪, 邹维列, 韩仲, 等. 考虑初始状态影响的膨胀土一维膨胀特性研究[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(8): 1518-1525.
- YE Yun-xue, ZOU Wei-lie, HAN Zhong, et al. One-dimensional swelling characteristics of expansive soils considering influence of initial states[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2021, 43(8): 1518-1525.
- [6] 潘鼎, 唐红, 刘军. 地下水源热泵回灌非饱和渗流淤堵分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(4): 842-850.
- PAN Ding, TANG Hong, LIU Jun. Analysis of unsaturated seepage siltation of groundwater source heat pump recharge[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2021, 40(4): 842-850.
- [7] 周峙, 张家铭, 宁伏龙, 等. 降雨入渗下裂土边坡水分运移时空特征与失稳机理[J]. 交通运输工程学报, 2020, 20(4): 107-119.
- ZHOU Zhi, ZHANG Jia-ming, NING Fu-long, et al. Temporal and spatial characteristics of moisture migration and instability mechanism of cracked soil slope under rainfall infiltration[J]. **Journal of Traffic and Transportation Engineering**, 2020, 20(4): 107-119.
- [8] 谌文武, 贾全全, 童艳梅. 莫高窟壁画地仗土-水特征曲线的测定与拟合[J]. 岩土力学, 2020, 41(5): 1483-1491.
- CHEN Wen-wu, JIA Quan-quan, TONG Yan-mei. Measurement and curve fitting for soil-waterer characteristic curve of mural plaster at Mogao Grottoes[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(5): 1483-1491.
- [9] FREDLUND D G, XING A, HUANG S. Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, 31(4): 533-546.
- [10] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. **Soil Science Society of America Journal**, 1980, 44(5): 892-898.
- [11] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E, et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(3): 379-392.
- [12] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1978, 15(3): 313-321.
- [13] FREDLUND D G, XING A, FREDLUND M D, et al. The relationship of the unsaturated soil shear to the soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(3): 440-448.
- [14] HAN Z, VANAPALLI S K. Model for predicting resilient modulus of unsaturated subgrade soil using soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2015, 52(10): 1605-1619.
- [15] HAN Z, VANAPALLI S K, ZOU W L. Integrated approaches for predicting soil-water characteristic curve and resilient modulus of compacted fine-grained subgrade soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2017, 54(5), 646-663.
- [16] SAXTON K E, RAWLS W J, ROMBERGER J S, et al. Estimating generalized soil-water characteristics from texture[J]. **Soil Science Society of America Journal**, 1986, 50(4): 1031-1036.
- [17] ZAPATA C E. Uncertainty in soil-water-characteristic curve and impacts on unsaturated shear strength predictions[D]. Phoenix: Arizona State University, 1999.
- [18] JOHARI A, HABIBAGAH G, GHARAMANI A. Prediction of soil-water characteristic curve using genetic programming[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2006, 132(5): 661-665.
- [19] 毕骏, 谌文武, 戴鹏飞, 等. 校正系数对不同形式的 Van Genuchten 方程各拟合参数的影响[J]. 岩土力学, 2018, 39(4): 1302-1310.
- BI Jun, CHEN Wen-wu, DAI Peng-fei, et al. Influence of correction factor on fitting parameters of various types of Van Genuchten model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(4): 1302-1310.