

文章编号: 1000-7598 (2013) 12-3459-06

加肋土工膜与砂土界面中附加应力计算

高俊丽, 张孟喜

(上海大学 土木工程系, 上海 200072)

摘 要: 土工膜与砂土界面力学特性直接影响着填埋场衬垫系统的稳定性。依据弹性力学和土力学的基本理论, 推导出加肋土工膜与砂土界面附近砂土中附加应力解析解, 得到相应的应力分布。分析结果表明, 加肋土工膜与砂土界面中附加应力等值线以双曲线型拱、扩肩型拱和圆弧型拱这 3 种分布形态存在的, 砂土中任意点附加应力分布形态只与肋块长度、肋块表面距离远近有关, 与肋块所受端承阻应力无关; 在相同条件下, 条形肋块比块状肋块对砂土附加应力的影响大, 条状加肋土工膜能更有效地提高界面的剪切性能; 离肋块表面距离越远, 砂土中附加应力值越小, 当与肋块表面距离达到 12 mm 时, 这时砂土中附加应力几乎为 0, 也即肋块对其附近砂土的影响范围为 12 mm 左右。

关 键 词: 土工膜; 附加应力; 布辛内斯克解

中图分类号: TU 431

文献标识码: A

A formula for calculating additional stresses in interface between geomembrane and sand

GAO Jun-li, ZHANG Meng-xi

(Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: The mechanical property of interface between geomembrane and sand is a critical problem in stability analysis of landfill liner system. Based on basic theories of elastic mechanics and soil mechanics, the analytical solution of additional stress is given. The additional stress distribution of sandy soil near the interface is analyzed. The results show that there are three kinds of distribution form of additional stress isolines, which are hyperbolic type arch, enlarge shoulder arch type and circular arc arch. The additional stress distribution patterns are only related with the length of reinforcement and the distance from the reinforcement surface. There are no relation to the bearing stress of reinforcement. Under the same conditions, the effect of strip reinforced geomembrane is larger than that of lump reinforced geomembrane. So the strip reinforced geomembrane can improve the interface shear performance more effectively. The farther the sandy soil from the interface, the weaker the additional stress. When the distance from the reinforcement surface is up to 12 mm, the additional stress is close to zero. That is to say, the range of influence of reinforcement is about 12 mm.

Key words: geomembrane; additional stress; Boussinesq solution

1 引 言

现代垃圾填埋场是一个包含有多种材料的土工构筑物。目前, 越来越多的现代垃圾填埋场使用多层土工合成材料复合衬垫, 这使得填埋场破坏原因变得复杂化。钱学德和 Koerner 共同对近 20 年来发生的 15 起大型垃圾填埋场失稳破坏实例进行了调查和研究, 结果表明, 其中 11 座填埋场发生了垃圾体沿衬垫系统的平移破坏, 仅仅只有 4 座填埋场发生失稳破坏, 为沿垃圾体内部圆弧滑动破坏^[1-2]。因此, 土工合成材料复合衬垫界面剪切特性是影响

现代填埋场稳定的一个重要因素。

目前已有研究学者提出填埋场可采用糙面土工膜或复合土工膜来增加衬垫系统的剪切性能, 但对断裂强度而言, 糙面土工膜的断裂强度明显低于同等规格光面土工膜。且糙面土工膜上的颗粒经过长时间的使用, 可能会受到很大程度的磨损, 从而影响衬垫系统的稳定性^[3]。为此本文提出了一种新型土工膜合成材料——加肋土工膜, 前期已对加肋土工膜与砂土界面进行了大量的直剪试验, 得出土工膜加肋后能有效提高界面的剪切性能^[4]。由于土工膜加肋后将改变砂土中的应力场和位移场, 本文

收稿日期: 2012-07-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 40972192, No. 51208293); 2012 年度上海大学创新基金。

第一作者简介: 高俊丽, 女, 1978 年生, 博士, 实验师, 主要从事新型土工合成材料在填埋场上的应用方面的研究工作。E-mail: susan_jl@staff.shu.edu.cn

通讯作者: 张孟喜, 男, 1963 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事新型土工加筋技术及地下结构方面的研究工作。E-mail: mxzhang@shu.edu.cn

将进一步从力学的角度来研究加肋土工膜与砂土界面的受力特征,以便进一步明确加肋土工膜的作用机制。针对应力分布的研究,目前已有研究学者先后通过理论、试验和数值方法,验证了土中附加应力的存在以及附加应力对砂土存在一定的影响范围,阐述了土与其他材料的相互作用机制,定性分析了土中应力分布的存在条件和相关参数等对土中应力的影响^[5-10]。本文在前人研究成果的基础上,结合所提出的加肋土工膜这个新型材料,利用弹性力学和土力学的基本理论,将肋块上所受端承阻力看成是作用在弹性半无限体表面上的局部荷载,建立加肋土工膜衬垫系统砂土中任意点附加应力的解析解,分析了砂土内附加应力分布,探讨了肋块长度和与肋块表面距离远近等对附加应力的影响。

2 砂土中附加应力力学模型

2.1 加肋土工膜结构形式

加肋土工膜是在传统光面土工膜的基础上,在光面土工膜表面按一定方式粘贴块状或条状肋块,所粘贴的肋块与母模具有相同的材质和厚度。图 1 为块状加肋土工膜的布置方式,其中,块状肋块沿剪切方向按一定间距 s' 布置。根据实际需要,肋块布置成单排,两排,3 排等。当块状肋块长度 l 增加到一定程度时,块状肋块连接在一起而形成条状肋块,也即 $s = 0$ 。

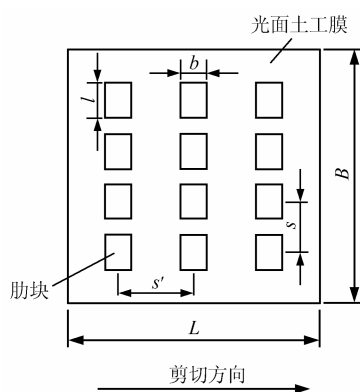


图 1 加肋土工膜布置方案(单位: mm)

Fig.1 Layout scheme of reinforcement geomembrane (unit: mm)

2.2 附加应力公式推导

在具体试验中,加肋土工膜是铺设在砂土下面的,加肋土工膜在试验过程中受到水平向的剪切力和竖向的法向应力,这些力将在肋块端部形成水平向的端承阻力,该端承阻力将会对界面附近砂土产生附加应力。为建立加肋土工膜衬垫系统砂土中附加应力的解析解,首先需做一些假定:

(1) 假定加肋土工膜在破坏前是弹性材料。砂土是弹性连续介质,具有各向同性。

(2) 由于肋块本身较薄,可假定沿肋块上所受端承阻力是均匀分布的,且同时到达极限平衡状态,如图 2 所示。

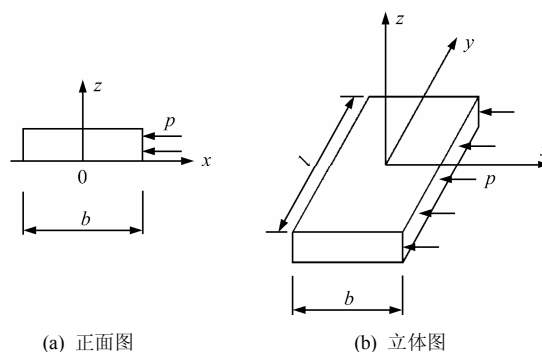


图 2 肋块端承阻力分布图

Fig.2 Diagrams of reinforcement bearing stress

(3) 在直剪试验中,一般采用的剪切盒高度远远大于试验所用肋块高度,也就是说肋块上上覆砂土高度远远大于肋块的高度,为此可假定加肋土工膜上方为半无限体;同时,试验中所用肋块长度 l 也远小于肋块间距 s ,为此可以忽略第 3 个肋块对砂土中任意点应力状态的影响。于是可假定砂土中任意点 M 的应力只受到与之相邻的两个肋块上端承阻力的影响,如图 3 所示。

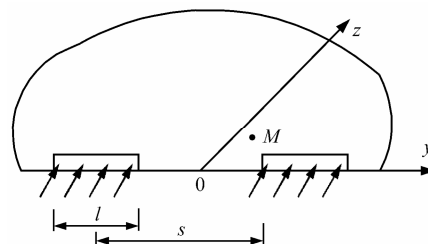
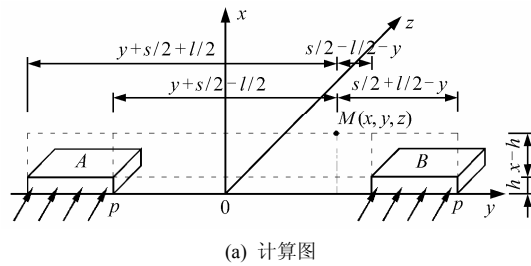


图 3 两相邻肋块对 M 点处附加应力的影响

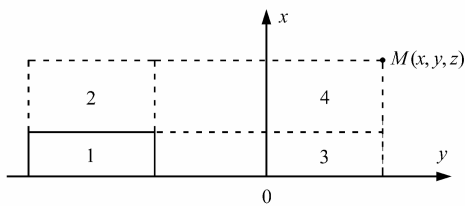
Fig.3 Effect of two adjacent reinforcement on additional stress of point M

根据 1885 年 Boussinesq 提出的用弹性理论求解在均匀的、各向同性的半无限弹性体（不考虑弹性体的体积力）表面作用集中力 P 时,在弹性体内任意点 M 处所引起的应力解,结合本文所做的一些假定,求解砂土中任意点 M 的附加应力 σ_z ^[7]。通过空间问题条件下矩形基底受均布荷载作用下任意点的附加应力,将荷载作用面化成几份,每一部分都是矩形,并使待求点处于划分矩形的共同角点下,根据等代荷载法分别计算荷载对每个矩形部分产生

的附加应力，最后利用叠加原理计算出总的附加应力，如图 4 所示。



(a) 计算图



(b) 肋块 A 矩形分布图

图 4 砂土中 M 点附加应力图

Fig.4 Additional stress diagram in sand of M point

由图 4 可知，肋块 A 上所受端承阻应力对砂土中任意点 M 附加应力 σ_z^A 为

$$\sigma_z^A = \frac{p}{2\pi} (K_{c1} - K_{c2} - K_{c3} + K_{c4}) \quad (1)$$

式中： K_{ci} 分别为土的第 i 个 ($i=1, 2, 3, 4$) 竖向应力系数。

依据 Boussinesq 解，可知 K_{ci} 分别为

$$K_{c1} = \arctan \frac{2xm_1}{z\sqrt{[m_1^2 + 4x^2 + 4z^2]}} + \frac{2xzm_1}{\sqrt{[m_1^2 + 4x^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_1^2 + 4z^2} + \frac{4}{4x^2 + m_1^2} \right] \quad (2)$$

$$K_{c2} = \arctan \frac{2(x-h)m_1}{z\sqrt{[m_1^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} + \frac{2(x-h)zm_1}{\sqrt{[m_1^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} \cdot \left[\frac{4}{m_1^2 + 4z^2} + \frac{4}{4(x-h)^2 + m_1^2} \right] \quad (3)$$

$$K_{c3} = \arctan \frac{2xm_2}{z\sqrt{[m_2^2 + 4x^2 + 4z^2]}} + \frac{2xzm_2}{\sqrt{[m_2^2 + 4x^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_2^2 + 4z^2} + \frac{4}{4x^2 + m_2^2} \right] \quad (4)$$

$$K_{c4} = \arctan \frac{2(x-h)m_2}{z\sqrt{[m_2^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} + \frac{2(x-h)zm_2}{\sqrt{[m_2^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} \cdot \left[\frac{4}{m_2^2 + 4z^2} + \frac{4}{4(x-h)^2 + m_2^2} \right] \quad (5)$$

其中， $m_1 = 2y + s + l$ ； $m_2 = 2y + s - l$ 。

将式 (2) ~ (5) 代入式 (1) 中，可得

$$\sigma_z^A = \frac{p}{2\pi} \left\{ \arctan \frac{2xm_1}{z\sqrt{[m_1^2 + 4x^2 + 4z^2]}} - \arctan \frac{2(x-h)m_1}{z\sqrt{[m_1^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} - \arctan \frac{2xm_2}{z\sqrt{[m_2^2 + 4x^2 + 4z^2]}} + \arctan \frac{2(x-h)m_2}{z\sqrt{[m_2^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} + \frac{2xzm_1}{\sqrt{[m_1^2 + 4x^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_1^2 + 4z^2} + \frac{4}{4x^2 + m_1^2} \right] - \frac{2(x-h)zm_1}{\sqrt{[m_1^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} \cdot \left[\frac{4}{m_1^2 + 4z^2} + \frac{4}{4(x-h)^2 + m_1^2} \right] - \frac{2xzm_2}{\sqrt{[m_2^2 + 4x^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_2^2 + 4z^2} + \frac{4}{4x^2 + m_2^2} \right] + \frac{2(x-h)zm_2}{\sqrt{[m_2^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} \cdot \left[\frac{4}{m_2^2 + 4z^2} + \frac{4}{4(x-h)^2 + m_2^2} \right] \right\} \quad (6)$$

将式 (6) 简化为

$$\sigma_z^A = \frac{p}{2\pi} \left\{ \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \arctan \frac{2xm_i}{z\sqrt{[m_i^2 + 4x^2 + 4z^2]}} + \sum_{i=1}^2 (-1)^i \arctan \frac{2(x-h)m_i}{z\sqrt{[m_i^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} + \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{2xzm_i}{\sqrt{[m_i^2 + 4x^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_i^2 + 4z^2} + \frac{4}{4x^2 + m_i^2} \right] + \sum_{i=1}^2 (-1)^i \frac{2(x-h)zm_i}{\sqrt{[m_i^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_i^2 + 4z^2} + \frac{4}{4(x-h)^2 + m_i^2} \right] \right\} \quad (7)$$

同样, 可得肋块 B 上所受端承阻力对砂土中任意点 M 附加应力 σ_z^B 为

$$\sigma_z^B = \frac{p}{2\pi} \left\{ \sum_{i=3}^4 (-1)^{i+1} \arctan \frac{2xm_i}{z\sqrt{[m_i^2 + 4x^2 + 4z^2]}} + \sum_{i=3}^4 (-1)^i \arctan \frac{2(x-h)m_i}{z\sqrt{[m_i^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} + \sum_{i=3}^4 (-1)^{i+1} \frac{2xzm_i}{\sqrt{[m_i^2 + 4x^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_i^2 + 4z^2} + \frac{4}{4x^2 + m_i^2} \right] + \sum_{i=3}^4 (-1)^i \frac{2(x-h)zm_i}{\sqrt{[m_i^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} \left[\frac{4}{m_i^2 + 4z^2} + \frac{4}{4(x-h)^2 + m_i^2} \right] \right\} \quad (8)$$

其中, $m_3 = s + l - 2y$; $m_4 = s - l - 2y$ 。

根据应力叠加原理, M 点沿 z 方向的总应力 σ_z^{AB} 为

$$\sigma_z^{AB} = \sigma_z^A + \sigma_z^B \quad (9)$$

将式 (7)、(8) 代入式 (9) 中, 则可得加肋土工膜附近砂土中任意点附加应力计算公式为

$$\sigma_z^{AB} = \frac{p}{\pi} \left\{ \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} \arctan \frac{xm_i}{z\sqrt{[m_i^2 + 4x^2 + 4z^2]}} + \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} \arctan \frac{(x-h)m_i}{z\sqrt{[m_i^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} + \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} \frac{4xzm_i}{\sqrt{[m_i^2 + 4x^2 + 4z^2]}} \left[\frac{1}{m_i^2 + 4z^2} + \frac{1}{m_i^2 + 4x^2} \right] + \sum_{i=1}^4 (-1)^i \frac{4(x-h)zm_i}{\sqrt{[m_i^2 + 4(x-h)^2 + 4z^2]}} \left[\frac{1}{m_i^2 + 4z^2} + \frac{1}{m_i^2 + 4(x-h)^2} \right] \right\} \quad (10)$$

从式 (10) 中可得, 砂土中任意点附加应力分布形态只与肋块长度、肋块表面距离远近等有关, 与肋块所受端承阻力无关。同时, 肋块间距与肋块长度是相关联的, 当肋块长度增加时, 肋块间距也会有相应的缩减。

2.3 附加应力分布形态

为了更清楚直观地反映砂土中任意点附加应力的分布规律, 取肋块长度 $l = 20$ mm, 两肋块之间的间距 $s = 50$ mm 的情况下, 将肋块长度、肋块高

度以及肋块间距等数据代入式 (10), 可得沿 yz 平面附加应力的分布形态, 如图 5 所示。从图中可得, 砂土中任意点附加应力等值线分布图呈现出 3 种形态: 肋块间分布为双曲线型拱, 如区域 I; 紧邻肋块后为扩肩拱型, 如区域 II; 离肋块稍远一点的地方是圆弧型拱, 如区域 III。

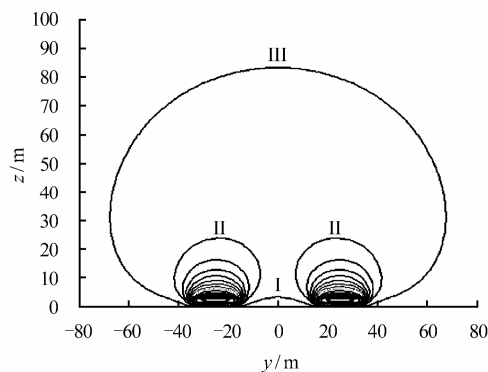


图 5 附加应力等值线分布图

Fig.5 Isoline distribution graph of additional stresses

2.4 附加应力影响因素分析

由于肋块高度相对较小, 可以假定其端部所受端承阻力为均匀分布, 且肋块高度变化对附加应力影响不大。在端承阻力对附加应力分布形态不影响的情况下, 取端承阻力 $p = 100$ kPa, 以便有一个相对数值进行比较。下面将从肋块长度和与肋块表面距离远近等这两个因素来分析其对附加应力的影响。

2.4.1 肋块长度的影响

图 6、7 分别为不同肋块长度下任意点附加应力等值线分布图和影响曲线。从图 6、7 中可知, 随着肋块长度的增加, 同一点的附加应力值也随之增加。当 $l = 50$ mm 时, 这时 $s = 0$, 也就是说块状肋块连在一起, 形成了条状肋块。这说明在相同条件下, 条形肋块比块状肋块对砂土附加应力的影响大, 条形加肋土工膜能更有效地提高界面的剪切性能。从图 6 还可看出, 肋块在水平向对砂土中附加应力的影响范围呈圆弧状, 依据肋块长度的不同, 其影响范围是不一样的, 如 $l = 30$ mm 时, 其影响范围为与肋块端部距离为 70 mm 左右的圆弧型拱。

2.4.2 与肋块表面距离的影响

保持 $l = 20$ mm 不变, 改变与肋块表面距离 x_0 的远近, 根据式 (10), 得到砂土中附加应力与该距离的关系曲线如图 8 所示。由图可知, 离肋块表面距离越远, 砂土中附加应力值越小, 当与肋块表面距离达到 12 mm 左右时, 这时砂土中附加应力几乎

为 0。这说明肋块对其上覆盖的砂土存在一定的影响范围, 该影响范围为 12 mm 左右。在该范围内, 界面处的端承阻力会在砂土体内部引起应力重分布, 这种应力分布在界面处最大, 并沿深度逐步衰减。

由以上分析可知, 光面土工膜表面加肋后, 肋块不仅会对界面附近砂土产生直接阻挡作用, 还会对界面以外一定范围内砂土体产生间接加固作用, 从而形成更大范围的半刚性加固影响区, 在这个有效影响范围内的砂土体, 由于加肋土工膜中母膜和肋块的作用, 其变形受到约束, 从而使砂土更为紧

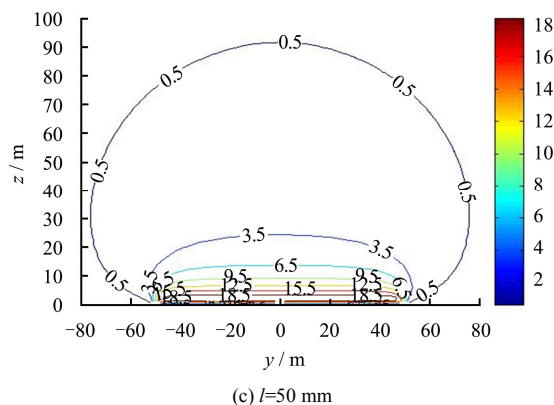
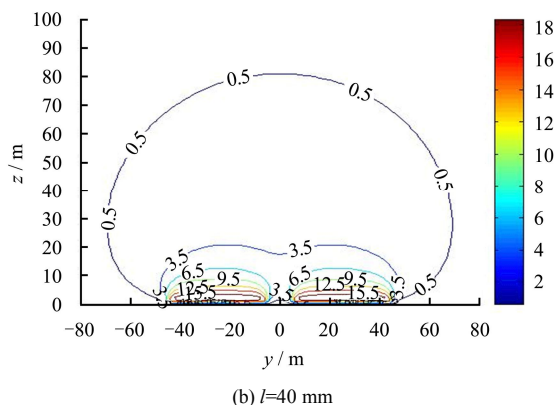
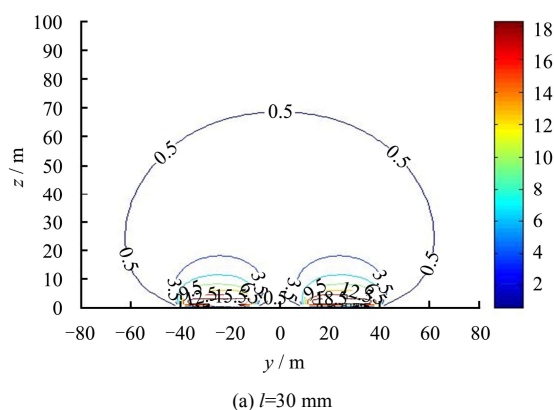


图 6 不同肋块长度下附加应力分布图(单位: kPa)

Fig.6 Isolines distribution graphs of additional stress under different reinforcement lengths (unit: kPa)

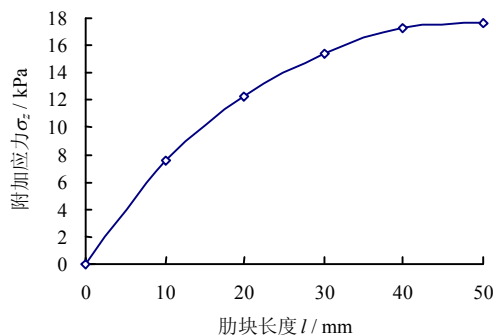


图 7 肋块长度对附加应力的影响

Fig.7 Effect of reinforcement length on the additional stress

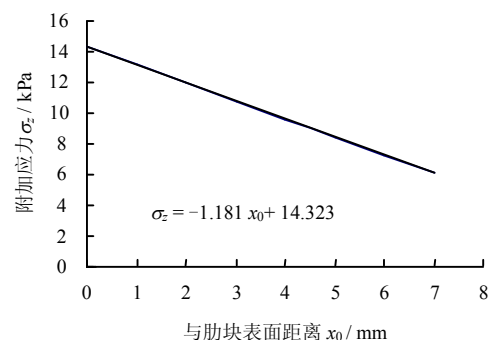


图 8 与肋块表面距离对附加应力的影响

Fig.8 Effect of distance from the reinforcement surface on the additional stress

密地结合在一起, 这在宏观上表现为一种似黏聚力, 使加肋土工膜与砂土界面强度得到了提高, 增加了衬垫系统的稳定性。

3 结 论

(1) 加肋土工膜与砂土界面中附加应力等值线以双曲线型拱、扩肩型拱和圆弧型拱这 3 种分布形态存在。

(2) 肋块对其水平向砂土存在一定的影响范围, 砂土中附加应力值随着肋块长度的增加, 同一点处的附加应力值也随之增加, 该影响范围呈圆弧状。

(3) 肋块对其上覆盖的砂土也存在一定的影响范围, 在保持肋块长度不变的情况下, 随着与肋块表面距离的增加, 砂土中附加应力也随之减小, 当与肋块表面距离达到 12 mm 左右时, 这时砂土中附加应力几乎为 0。

参 考 文 献

- [1] QIAN XUE-DE, KOERNER R M. Stability analysis for using engineered berm to increase landfill space[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2009, 135(8): 1082—1091.