

吸力内摩擦角的确定方法研究

许尚杰^{1,2}, 党发宁¹, 高闯洲¹, 党维维¹

(1.西安理工大学岩土工程研究所, 西安 710048; 2.山东省水利科学研究院, 济南 250013)

摘要: 吸力内摩擦角在非饱和土抗剪强度理论中是一个关键参数, 因受设备、测试技术以及试验方法等的限制, 对于其值的确定难度较大。详细地分析了土的基本物理力学性质、测试方法对吸力内摩擦角数值的影响, 并通过定性分析和定量计算结合, 认为干密度、含水率、内摩擦角、黏聚力与吸力内摩擦角之间存在着一定的非线性关系, 因而借用人工智能——BP神经网络的方法构建了4:9:1的网络结构模型, 实现了对吸力内摩擦角 ϕ^b 的预测和计算。通过预测结果的分析可知, 该模型模拟和预测的精度均较高, 因此, 该方法可以应用到非饱和土吸力内摩擦角值的预测之中去。

关键词: 吸力内摩擦角; BP神经网络; TRAINGDX训练函数; 抗剪强度

中图分类号: TU 441

文献标识码: A

Research on the method of determining suction internal friction angle

XU Shang-jie^{1,2}, DANG Fa-ning¹, GAO Chuang-zhou¹, DANG Wei-wei¹

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. Shandong Provincial Water Resources Research Institute, Ji'nan 250013, China)

Abstract: In shearing strength theory for unsaturated soil, the suction friction angle is a key parameter, it is difficult to determine its value, which is limited by the test of equipment, technology and method. The influence factors for ϕ^b such as the soils' basic physico-mechanical properties and the test method are analyzed detailedly. At the same time, by using qualitative analysis and quantitative calculation methods, it is considered that those factors have a certain degree of nonlinear relationship, which includes dry density, water content and internal friction angle. Based on artificial intelligence—the BP neural network, the 4:9:1 network structure is built to calculate and predict the suction internal friction angle for unsaturated soils. The validity of the model shows that the precisions of simulation and prediction are high. This model can be applied to forecast the index of the suction internal friction angle ϕ^b .

Key words: suction internal friction angle; BP neural network; TRAINGDX training function; shearing strength

1 引言

在土力学计算分析工作中, 抗剪强度(土的内摩擦角和黏聚力)是其中最重要的计算参数。能否正确地测定土的抗剪强度, 往往是设计成败和工程质量的关键所在。饱和土的抗剪强度指标的测试已形成了一套完善、独立的系统, 在现场和室内都较容易得到。但工程中所遇到的土体, 多数是以非饱和土性态存在, 虽然部分工程能够用饱和土理论近似解决, 但经典的饱和土力学原理与概念并不完全符合非饱和土的实际性状, 有的计算结果与实际差异较多, 因此, 人们逐渐把非饱和土理论应用于工

程实践, 目前, 国内外一般采用Fredlund和Morgenstern提出的非饱和土的强度理论为计算的理论基础^[1]。但理论中的关键参数吸力内摩擦角 ϕ^b 的测定成为工程应用制约的瓶颈。由于非饱和土试验仪器设备昂贵, 试验操作过程复杂费时, 特别是非饱和土中的吸力量测困难, 一般的岩土工程实验室无法通过非饱和土剪切试验方法来准确求得 ϕ^b , 因此, 试验参数的获得成为非饱和土理论应用于工程实践的制约瓶颈。为使先进的理论应用工程实践, 都在寻找简单可行的方法。Vanapalli和Fredlund(1995年)在非饱和土微观分析的基础上, 提出了用土-水特征曲线来预测非饱和土抗剪强度的经验分

析模型, 但该模型也不是一般专业技术人员所能做到, 仅见文献[2]有应用, 采用非饱和土理论解决工程实际问题时, 多数采用假定的方法^[3-6]。这样使严密理论在工程中应用的能力大打折扣, 因此, 如何快速、真实地根据土的性质获得 ϕ^b 是一个需继续解决的问题, 在现有条件下, 寻找 ϕ^b 与土的常规力学参数的关系, 利用现有的工程数据来预测 ϕ^b 是一个较好的捷径。

本文采用人工神经网络模型——基于TRAINGD训练函数的BP神经网络对非饱和土的吸力内摩擦角 ϕ^b 进行了预测和尝试。

2 影响 ϕ^b 的主要因素分析

2.1 非饱和土的抗剪强度理论

土体的抗剪强度是指土体抵抗剪切破坏的极限能力, 是土体的重要力学性质之一, 其指标对边坡稳定性的影响显著。对于饱和土来说, 利用Mohr-Coulomb破坏准则和有效应力概念可表达抗剪强度。对于非饱和土来说, 由于基质吸力的存在, 其抗剪强度变得极为复杂, 传统的公式已不再适用, 因此, 在进行边坡稳定分析时如何确定非饱和土的抗剪强度公式就显得至关重要。目前, 得到岩土界广泛认可的是Fredlund提出的双参数模型:

$$\tau' = c' + (\sigma_f - u_a)_f \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (1)$$

式中: c' 为土的有效黏聚力; $(\sigma_f - u_a)_f$ 为有效法向应力; ϕ' 为土的有效内摩擦角; $(u_a - u_w)$ 为基质吸力; ϕ^b 为吸力内摩擦角。

非饱和土的抗剪强度公式是饱和土抗剪强度公式的延伸, 由 $(\sigma_f - u_a)_f$ 和 $(u_a - u_w)$ 两个应力状态变量来描绘其抗剪强度。非饱和土的抗剪强度公式能平顺地过渡到饱和土的抗剪强度公式。当土接近饱和时, 孔隙水压力 u_w 接近孔隙气压力 u_a , 因此, 基质吸力趋于0, 式中的基质吸力项消失, 从而变为饱和土的公式。若将基质吸力看作是提高土体黏聚力的一个因素, 作为土体黏聚力的一部分, 取总的黏聚力为

$$c = c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (2)$$

将式(2)代入式(1), 有

$$\tau = c + (\sigma_f - u_a)_f \tan \phi' \quad (3)$$

2.2 ϕ^b 的试验确定方法

非饱和土的Mohr-Coulomb破坏包面, 可以表示在以剪应力 τ 为纵坐标, 以两个状态变量 $(\sigma_f - u_a)_f$ 和

$(u_a - u_w)$ 为横坐标的三维图中, 见图1所示。三维坐标的前缘面代表基质吸力为0时的饱和土的破坏包线, 该状态下孔隙气压力等于孔隙水压力, $(\sigma_f - u_a)_f$ 轴变成 $(u_a - u_w)$ 轴。假定引伸的Mohr-Coulomb破坏包面是平面, 破坏包面在剪应力轴上的截距即为有效黏聚力 c' , 与 $(\sigma_f - u_a)_f$ 轴和 $(u_a - u_w)$ 轴之间的坡角分别为 ϕ' 和 ϕ^b , 假定 ϕ' 和 ϕ^b 均为常数, 有效内摩擦角 ϕ' 表示抗剪强度随净法向应力的增加而增加的情况, ϕ^b 表示抗剪强度随基质吸力增加而增加的情况, 以此来表示净法向应力变化和基质吸力的变化对非饱和土的力学性质的不同影响情况。Fredlund等人指出, 不同地理位置土的 ϕ^b 值一般都等于或小于 ϕ' 的值, 并得到了验证。有效黏聚力 c' 、有效摩擦角 ϕ' 和 ϕ^b 变量将非饱和土的抗剪强度与应力状态变量联系起来。

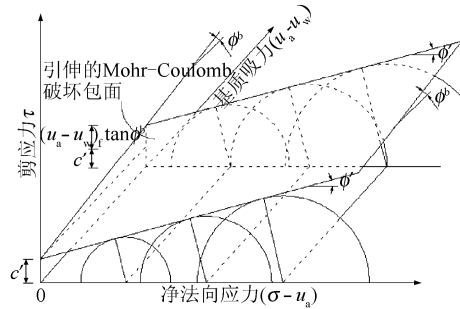


图1 非饱和土引伸的Mohr-Coulomb破坏包面

Fig.1 Prolongatus Mohr-Coulomb surface of unsaturated soil

要确定非饱和土引伸的Mohr-Coulomb抗剪强度破坏包面, 知道非饱和土的3个抗剪强度参数, 即有效黏聚力 c' 、有效内摩擦角 ϕ' 、基质吸力内摩擦角 ϕ^b , 必须确定剪切破坏时的应力状态变量, 确定剪应力 τ 与两个状态变量 $(\sigma_f - u_a)_f$ 和 $(u_a - u_w)$ 间的关系, 即得到破坏时的净法向应力和基质吸力, 主要测试方法分为直接试验和间接推测。

(1) 直接试验: 主要为室内试验, 非饱和土室内试验方法主要为三轴剪切试验和直接剪切试验。

非饱和土剪切试验在形式上与饱和试验相同, 但由于非饱和土的孔隙中既有水又有气, 致使其试验方法和技术比饱和土试验所要求更为复杂, 仪器必须能够满足量测或控制孔隙气压力和孔隙水压力的要求, 试验技术上要掌握量测孔隙水压力的轴平移技术, 试验过程中要做到孔隙水压力和孔隙气压力的控制和量测、水体积、空气体积变化量测、总体积变化量测, 这些对试验人员和设备提出了较高

的要求,一般试验室很难达到非饱和土试验的技术要求。几十年来,各国学者对于非饱和土测试方法进行了大量的研究,但始终未得到适合工程应用的测试方法的改进措施。

(2) 间接方法

吸力内摩擦角必须通过非饱和土试验来测定。但由于非饱和土试验仪器设备昂贵、实验操作过程复杂费时,特别是非饱和土中的吸力量测困难,因此,一般的岩土工程实验室无法通过非饱和土剪切试验方法来准确求得抗剪强度参数(如 ϕ^b),也正是这个原因使得非饱和土抗剪强度原理没能在工程实践中得到广泛的应用。因此 Vanapalli 和 Fredlund (1995 年)在非饱和土微观分析的基础上,提出了用土-水特征曲线来预测非饱和土抗剪强度的经验分析模型。

Vanepalli 认为,非饱和土中由基质吸力引起的抗剪强度与含水率有密切关系,而土的含水率与基质吸力的关系,可以通过土-水特征曲线来描述,所以,由基质吸力引起的抗剪强度与土-水特征曲线之间存在一定的关系。因此,他提出了用土-水特征曲线来预测基质吸力引起的抗剪强度的经验性分析公式,即

$$\bar{\tau}_f = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \tan \phi' \quad (4)$$

式中: θ_s 、 θ_r 分别为饱和及残余体积含水率。避开了吸力内摩擦角项的直接求解。

此外,国内学者对于非饱和土吸力的性质和测试方法进行了大量的研究,卢肇钧等人提出了膨胀力的观点,认为吸力($u_a - u_w$)量测比较困难,可以用膨胀力取代吸力;徐永福根据非饱和膨胀土的分形结构模型,导出非饱和膨胀土强度的幂函数形式;缪林昌等人在进行膨胀土强度特征的研究时,提出了类似摩尔-库仑理论的强度公式,以上这些公式和方法都反映了非饱和土强度变化的特性,但仍然涉及到了土体的吸力,他们提出的公式都是基于数学上的推导,并没有足够的试验数据来证明,因此,仍不能被广泛应用于岩土工程实践中。

2.3 影响 ϕ^b 的主要因素

土的强度参数受一系列因素的影响,这些因素既有空间因素,又有时间因素。空间因素包括作为土性内在影响因素的粒度、密度、湿度、结构和作为土性外在影响因素的受力特性、测试方法、扰动程度和环境条件等;时间因素包括应力-应变历史和

应变速率,上述任何一种因素的变化都会影响到土强度参数测定的数值。

但是,土的真实抗剪强度在一定的程度上是由土的本质特性决定的,而土的本质特性通常由土的物理性质来体现,非饱和土也不例外。因此,可从非饱和土的基本物理性质的角度来分析和考虑各影响因素对其抗剪强度指标的影响,在外观上抗剪强度参数直接取决于土的含水率、干密度、孔隙比、饱和度、矿物成分。同时在测试过程中,强度参数 c' 、 ϕ' 的试验结果已经体现了应力历史、应变速率、温度、取样方式、测试方法等因素对土的强度参数的影响,因此,影响 ϕ^b 的主要因素可由以下数据表现出来。

①含水率(w):基质吸力在非饱和土中是一个重要的应力变量,土的含水率与基质吸力有直接的关系,土-水特征曲线可以间接预测抗剪强度的大小,土的含水率低,饱和度低,基质吸力大,附加强度高。在剪切过程中,不同含水率的土体变形都伴随着孔隙压力的变化,影响到土体实际承受的有效应力,从而表现出不同的强度。当土接近饱和时,孔隙水压力接近孔隙气压力,基质吸力趋向于0,基质吸力项消失,从而变为饱和土。

②干密度(ρ_d):干密度直接反映土的密实程度。土体越密实,土体中的孔隙越少,土颗粒之间结合越紧密,颗粒的咬合程度就越好,这就增大了土颗粒之间的表面摩擦阻力。干密度的大小体现土的破坏类型和方式,同时干密度和含水率一起反映土的饱和程度和稠度状态。

③有效黏聚力(c'):有效黏聚力的大小直接反映土的类别和性质,土的黏粒含量高,黏聚力大,能够反映土的组成和性质,如砂土中的石英含量多,黏聚力就小,而云母含量高,黏聚力就大。

④有效内摩擦角(ϕ'):有效内摩擦角与 ϕ^b 是土的抗剪能力的不同表达,二者有直接的相关性,由土的性质和密实度决定,它的大小反映土的结构性和历史状态。

有效黏聚力和有效内摩擦角由饱和三轴剪切试验测定,不仅是土的基本性质在数值上的表现,而且包含应力历史、应变速率、取样方式、测试方法等外在因素对土的测试强度的影响。因此 c' 和 ϕ' 最能体现吸力内摩擦角的 ϕ^b 的大小。

从非饱和土的基本物理性质出发,对影响吸力内摩擦角 ϕ^b 的各因素进行分析,综合诸多因素分析认为, ϕ^b 值与含水率、干密度、有效黏聚力和有效

内摩擦角等具有一定的相关性关系,这4个参数能够反映土的物理状态和力学性能,通过它可以预测 ϕ^b 值。

上述分析仅做出 ϕ^b 值与含水率、干密度、有效黏聚力和有效内摩擦角等有一定相关性的定性判断。基于此,笔者借用统计学^[8]上的相关性分析,又从定量的角度分析 ϕ^b 值与其他值之间的依存关系。按式(5)计算:

$$r = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n \sum Y^2 - (\sum Y)^2}} \quad (5)$$

式中: r 为相关性系数; n 为样本对的个数; X 、 Y 代表两个不同的变量。

对训练样本(见表2)进行定量分析,分别求得诸个影响因素与吸力内摩擦角 ϕ^b 的相关性系数如表1。经分析认为,各个影响因素与 ϕ^b 均存在一定的相关性,且 ϕ^b 与有效内摩擦角(ϕ')相关性较明显。

表1 相关性系数
Table 1 Relative coefficients

指标	含水率	干密度	c'	ϕ'
ϕ^b	-0.57	-0.034 4	-0.042	0.668

从以上的定性分析可知,上述4个因素均对吸力内摩擦角 ϕ^b 指标有一定的影响;从定量的计算可知,各个影响因素与强度指标之间存在一定的相关性,且 ϕ^b 与有效内摩擦角和含水率相关性较明显,与其他参数不明显。由此可知,影响吸力内摩擦角 ϕ^b 的诸多因素之间不是简单的线性相关,而是存在着一种隐性的、非线性的关系。利用神经网络的高度非线性映射能力,可以较好地建立这些参数与吸力内摩擦角 ϕ^b 之间的关系。

3 BP神经网络的结构和学习原理

BP神经网络^[9](Backpropagation neural network)也称误差逆传播神经网络。BP神经网络一般由输入层、输出层和隐含层组成,各层由一个或多个神经元组成,层内各个神经元之间没有信息的反馈,相邻两层之间通过调节权值(weight)和阈值(threshold)连接。一般情况下,隐含层神经元的传递函数通常为Sigmoid型非线性函数;同时由于非线性的传递函数对数据具有压缩作用,故输入层和输出层的神经元的传递函数常选取线性函数。从本质

上讲,BP神经网络的学习过程就是通过各层的连接权值和阈值的调整和组合,以达到一种满意的巨量并行拓扑结构,这种拓扑结构能将学习样本的给定输入矢量空间隐射到给定的输出矢量空间。可以把BP网络看成是一个从输入到输出的高度非线性的隐射。现已经证明,一个3层的BP网络理论上可逼近任意的非线性映射,因此在实际应用中,一般采用3层的BP网络就可以满足需要。如图2所示的就是一个3层的BP网络结构图。

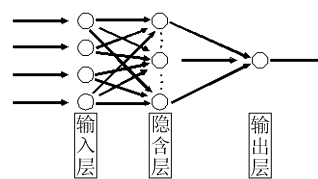


图2 3层BP网络结构图

Fig.2 Three-layer structures of BP network

BP网络由正向传播和反向传播组成,在正向传播阶段,每一层神经元的状态只影响下一层神经元的状态,若在输出层得不到期望的输出值,则进行误差的反向传播阶段。其具体的学习过程和步骤如下:

- ①选择一组训练样本,每个样本由输入信息和期望的输出结果两部分组成;
- ②从训练样本中取一组样本,把输入学习的信息输入到网络中;
- ③分别计算各神经元处理后的各层节点的输出;
- ④计算网络的实际输出与期望输出的误差,如果误差达到要求,则退出,否则继续执行第⑤步;
- ⑤从输出层反向计算到第1个隐含层,并按照某种能使误差向减小方向发展的原则,调整网络中各神经元的连接权值(Weight)和阈值(Threshold);
- ⑥对训练样本集中的每个样本重复③到⑤,直到对整个训练样本集的误差达到要求为止。

4 预测模型的建立和计算结果分析

4.1 预测模型的建立

4.1.1 输入、输出样本对的确定

应用BP网络建模进行预测,必须先确定输入和输出样本对。通过前面的分析,认为吸力内摩擦角 ϕ^b 与含水率、干密度、有效黏聚力、有效内摩擦角有关,并且各个量之间相互独立。故样本的输入设置为含水率、干密度、有效黏聚力、有效内摩擦

角,共 4 个参数;样本的输出设置为吸力内摩擦角 ϕ^b ,共 1 个参数。

本次样本来源于正式发表的文献[1-3]试验数据。从中选取有代表性的 12 组样本,将其分为两组,即 10 组训练样本和 2 组检测样本,分别见表 2 和见表 3。其中,训练样本用来建立网络结构,有 4×10 组输入, 1×10 组输出;检测样本用来判断所建网络的合理性,有 4×2 组输入, 1×2 组输出。

表 2 训练样本
Table 2 Training samples

组数	含水率 /%	干密度 /(kg/m ³)	c' / kPa	$\phi' / (^\circ)$	$\phi^b / (^\circ)$
1	0.116	19.00	0.096	0.273	0.217
2	0.222	15.80	0.373	0.085	0.162
3	0.222	14.78	0.203	0.09	0.126
4	0.222	15.80	0.155	0.085	0.226
5	0.222	14.78	0.113	0.09	0.165
6	0.29	16.00	0.237	0.025	0.161
7	0.215	15.90	0	0.35	0.16
8	0.122	18.10	0.1	0.253	0.163
9	0.2	16.70	0.1	0.385	0.22
10	0.15	15.10	0.087	0.37	0.3

表 3 检测样本
Table 3 Detection samples

组数	含水率 /%	干密度 /(kg/m ³)	c' / kPa	$\phi' / (^\circ)$	$\phi^b / (^\circ)$
11	0.143	16.2	0.143	0.424	0.318
12	0.238	15.8	0.179	0.275	0.207

注:归一化处理时将样本整体除以 100;反之,预测结果乘以 100 即为真实的预测值。

4.1.2 网络结构的确定

基于前面所述,本文也选择 3 层的 BP 网络。对于输入层和输出层的节点数目一般由所研究的问题决定,故本文采用输入层为 4 个节点,输出层为 1 个节点。对于隐含层节点数的确定没有固定的公式可用,常用的隐含层节点数确定依据如下:

$$m = \sqrt{n+l} + \alpha \quad (6)$$

$$m = \lg_2 n \quad (7)$$

$$m = \sqrt{nl} \quad (8)$$

式中: m 为隐含层节点数; n 、 l 在分别为输入层和输出层的节点数; α 在 1~10 之间的常数。

隐含层节点数本文采用“试算法”确定。由前人的研究可知^[10],采用 Levenberg-Marquardt 算法,网

络的训练速度很快,所需要的迭代次数比较少。基于此,本文先采用 LM 算法来尝试确定隐含层的神经元数目。神经元数太少,网络从样本中获取信息的能力就差,不足以概括和体现样本的规律;神经元数过多,又可能把样本中的非规律的内容,如噪声等也会牢记,从而出现所谓的“过度吻合”问题。因此,确定适当的隐含层的神经元数是本文着重考虑的问题之一。由表 4 可知,神经元数不是越多越好,而是存在着一个最佳的取值。故本文在综合考虑迭代次数和收敛精度之后选取隐含层为 9 个神经元,如表 4。

表 4 迭代次数 5 000,不同神经元数时的迭代次数及收敛精度比较

Table 4 Convergence accuracy of networks with different numbers of neurons and different iteration times while epochs=5 000

隐含层神经元数	迭代次数	收敛精度
7	6	2.18×10^{-31}
8	5	6.87×10^{-24}
9	6	1.04×10^{-31}
10	5	9.20×10^{-27}
11	5	3.38×10^{-30}
12	5	6.46×10^{-25}

本文最终确定的网络结构为 $4 \times 9 \times 1$,如图 3。

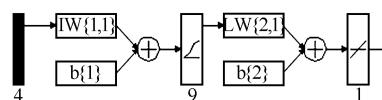


图 3 神经网络结构图

Fig.3 Structure of neural network

3.1.3 网络参数的设置

如图 3,本文的隐含层激活函数取为对数 S 型激活函数,即 logsig 函数;输出层激活函数取为线性函数,即 purelin 函数;其余参数取值为: net.trainParam.show=1; net.trainParam.epochs=5 000; net.trainParam.goal=0; net.trainParam.max_fali=5;

4.2 预测及结果分析

本文以 Matlab 为平台,采用自编的程序,基于以上的方法和思路,对吸力内摩擦角 ϕ^b 进行了预测。利用表 2 的样本训练网络,直到网络训练稳定和达到最佳的训练效果时,停止训练。以上所输的网络参数均为训练稳定时的参数。

采用训练后的函数对 11、12 组数据进行了预测,预测结果见表 5。由表知:第 11 组预测值与真

值相对误差为 4.7%，第 12 组预测值与真值相对误

参 考 文 献

表 5 ϕ^b 预测结果

Table 5 Prediction results of ϕ^b

组数	真值	预测值	相对误差/%
11	0.318	0.303	4.7
12	0.207	0.189	8.7

注：将预测结果乘以 100，即可得实际的预测值。

差为 8.7%，实测值和预测值均比较接近，说明本文考虑的影响因素是合理的，所建立的神经网络预测模型是可行的，预测的结果是接近实测的值。因此，用本文的神经网络模型进行预测，预测的值具有一定的可靠性，其精度能够满足计算的需要。

5 结 论

吸力内摩擦角在非饱和土抗剪强度理论中是一个关键参数，因受设备、测试技术以及试验方法等的限制，其值的确定难度较大。本文对非饱和土抗剪强度理论、土的抗剪强度参数的影响因素进行了定性和定量分析，认为吸力内摩擦角 ϕ^b 与含水率、干密度、有效黏聚力、有效内摩擦角具有一定的相关性，可以以上述参数为基础，对 ϕ^b 进行预测。因而借用人工智能——BP 神经网络的方法构建了 4:9:1 的网络结构模型，实现了对吸力内摩擦角 ϕ^b 的预测和计算。通过预测结果的分析可知，该模型模拟和预测的精度均较高，因此，该方法可以应用到非饱和土吸力内摩擦角值的预测之中。

- [1] 弗雷德隆德 DG, 拉哈尔佐 H. 非饱和土力学[M]. 陈仲颐译, 中国建筑工业出版社, 1997: 256—348.
- [2] 龚壁卫, 吴昌瑜. 堤防非饱和边坡稳定分析方法探讨, 长江科学院院报, 2003, 20(3): 39—41.
- [3] 吴宏伟, 陈守义, 庞宇威. 雨水入渗对非饱和土坡稳定性影响的参数研究[J]. 岩土力学, 1999, 20(1): 1—13.
- [4] 娄一青. 降雨条件下边坡渗流及稳定有限元分析[J]. 水利学报, 2007, 38(增): 346—351.
- [5] 张文杰, 陈云敏, 凌道盛. 库岸边坡渗流及稳定性分析[J]. 水利学报, 2005, 36(12): 1510—1516.
- [6] 张文杰, 詹良通, 凌道盛, 等. 水位升降对库区非饱和土质岸坡稳定性的影响[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(8): 1365—1370.
- [7] 黄茂松, 贾苍琴. 考虑非饱和和非稳定渗流的土坡稳定分析[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(2): 202—206.
- [8] 安维默. Excel 在统计中的应用[M]. 北京: 中国统计出版社, 2000: 107—115.
- [9] 尹朝庆. 人工智能方法与应用[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2007: 204—209.
- [10] 苏高利, 邓芳萍. 论基于 MATLAB 语言的 BP 神经网络的改进算法[J]. 科技通报, 2003, 19(2): 130—135.