

岩体裂隙受内压力的弹塑性分析

王 成, 林 胜

(重庆交通大学 土木建筑学院, 重庆 400074)

摘 要: 岩体裂隙内常充满具有压力的水或软弱填充物, 裂隙受内压荷载扩展破坏是岩土工程关心的问题。将该问题等效为裂隙面受一对 I 型拉力作用的弹塑性断裂力学问题, 采用裂隙线附近分析方法, 从平衡方程和岩桥材料的破坏准则出发求解裂隙线附近的塑性应力场, 将该应力场与弹性应力场在其弹塑性边界上进行匹配, 得出裂隙内的压力大小与裂隙扩展长度之间的关系, 以及岩桥断裂时的最大承载力。

关 键 词: I 型断裂; 裂隙线附近; 弹塑性分析; 莫尔-库仑准则

中图分类号: TU 443 **文献标识码:** A

Elastoplastic analysis of rock-mass fissures under internal pressure

WANG Cheng, LIN Sheng

(School of Civil Engineering and Architecture, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The water or soft matter is often filled in the fissures of rock masses. The fracture of a rock-mass fissure under the internal pressure is an important problem in the geotechnical engineering. It is simplified as the plane stress problem of a fissure loaded by I mode with a pair of internal point forces in the finite rock mass. The plastic stress fields in the zone near fissure line are solved using the near fissure line method on the basis of the failure criterion of rock bridge material and differential equilibrium equations. By matching the plastic stress fields with the reasonable elastic stress fields at the elastoplastic boundary, relationship between the internal pressures and cracked region lengths on the fissure line is obtained. The bearing capacity of rock bridges is also given.

Key words: I mode fracture; near fissure line; elastic-plastic analysis; Mohr-Coulomb criterion

1 引 言

滑坡、地基及地下建筑等工程中岩体裂隙非常发育, 地表附近岩层中节理裂隙尤为突出, 在风化、地下水以及工程建筑荷载等的作用下节理裂隙受到内压、剪切而损伤断裂破坏, 因此, 裂隙的破坏机制及其力学特性受到关注。

目前国内外已开展了有关岩石压剪断裂的初步研究, 并在压剪断裂判据等方面取得了进展, 而在岩体裂隙内压致裂的机制方面的研究尚不多见, 并且有关这方面的报道也很少。有研究者将断裂力学理论用于研究岩体内的裂纹扩展, 尤其是平面问题的线弹性断裂力学, 但至今仍未找到精确的计算理论和方法描述岩体裂隙的扩展规律。文献[1]将有限

大小岩体内的节理受到内压力作用的情形等效为在裂隙面受一对集中拉力作用的 I 型平面应力问题, 用平衡微分方程和岩桥材料的破坏准则组成求解这一问题的基本方程, 用裂隙线附近分析方法^[1~8]将该偏微分方程组化为常微分方程组求解, 但塑性区应力场的求解做了较多假设, 使方程的求解存在很大的近似。因此, 本文利用文献[2]关于塑性区应力场的通解及匹配方程的一般形式, 重新对岩体裂隙受到内压力作用 I 型断裂问题进行求解, 从而得到平衡微分方程和屈服方程的更为精确的解答, 进一步研究裂隙内压致裂的破坏机制。

2 平衡微分方程和岩桥破坏准则

考虑有限大小单位厚岩体内的一条节理受到内

$$\tau_{xy} = -\frac{Pa}{\pi(a+r)^2\sqrt{r(2a+r)}} \frac{a^2}{2a+r} \{\theta + F_3(r)\theta^3\} \quad (15)$$

式中:

$$F_1(r) = -\frac{r}{(2a+r)} + \frac{(a-r)r}{2(a+r)^2} + \frac{a^2}{(2a+r)(a+r)} \cdot \left(\frac{2r}{a+r} + 3\frac{a+r}{2a+r} \right) - \frac{a^2 + ar + r^2}{2(2a+r)^2} \quad (16)$$

$$F_2(r) = \frac{(a-r)r}{2(a+r)^2} - \frac{a^2 + ar + r^2}{2(2a+r)^2} - \frac{r}{(2a+r)} - \frac{a^2}{(2a+r)(a+r)} \left(\frac{2r}{a+r} + 3\frac{a+r}{2a+r} \right) \quad (17)$$

$$F_3(r) = \frac{(a-2r)r}{(a+r)^2} - \frac{3}{2} \frac{3a^2 + 5ar + 3r^2}{(2a+r)^2} - \frac{6r}{(2a+r)} \quad (18)$$

对于有限大小岩体内裂隙线附近的弹性应力场, 不妨设为下列形式:

$$\sigma_x = \frac{Qa}{\pi(a+r)\sqrt{r(2a+r)}} [1 + F_1(r)\theta^2] - \frac{Q}{b} \quad (19)$$

$$\sigma_y = \frac{Qa}{\pi(a+r)\sqrt{r(2a+r)}} [1 + F_2(r)\theta^2] + \frac{Q}{b} \quad (20)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{Qa}{\pi(a+r)^2\sqrt{r(2a+r)}} \frac{a^2}{2a+r} \{\theta + F_3(r)\theta^3\} \quad (21)$$

式中 Q 为与岩体裂隙所受外荷载、岩体大小程度、裂隙初始长度、岩桥材料性质以及裂隙扩展情况等有关的因子, 由裂隙面边界条件确定。为此将有限大小岩体从裂隙面沿两端裂隙线截分为两部分, 考虑任意一部分的平衡有

$$2 \int_0^{r_0} (\sigma_y^b)_{y=0} dx + 2 \int_{r_0}^{b-a} (\sigma_y^e)_{\theta=0} dr = P \quad (22)$$

将式 (10) 的塑性应力场和式 (17) 的弹性应力场代入 (19) 式可得

$$Q = \frac{\pi}{2} \frac{P - \frac{4cr_0 \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}}{\cos^{-1} \frac{a}{b} - \cos^{-1} \frac{a}{a+r_0} + \frac{\pi}{b}(b-a-r_0)} \quad (23)$$

其中 r_0 是裂隙线上的塑性区长度。将式 (23) 代入式 (19) ~ (21) 即得有限大小岩体受内压问题的弹性应力场。

5 裂隙线附近弹性应力场与塑性应力场的匹配结果

如图 1 所示, 岩体裂隙在受内压致裂过程中, 当内压荷载较小时, 节理尖端附近由于应力集中而已经开始断裂扩展, 随着荷载的增加, 断裂区域长度 r_0 逐渐增长。在岩体裂隙扩展整体断裂之前, 裂隙线附近断裂区与弹性区之间一定存在一个边界。为了得到裂隙线上的断裂区长度 r_0 与内压荷载 P 之间的关系, 必须将弹性区应力场和塑性区应力场在它们之间的边界上进行匹配, 为此, 定义这一弹塑性边界为^[1~5]

$$r = r_p(\theta) = r_0 + r_2\theta^2 \quad (24)$$

式中已忽略了 θ 的高次方项, 由此可得该边界上任意一点的单位法向量 $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$ 为

$$n_x = 1 - \frac{1}{2} B_1 \theta^2 \quad (25)$$

$$n_y = B_1 \theta + B_3 \theta^3 \quad (26)$$

式中 $B_1 = 1 - 2r_2/r_0$, B_3 不是独立未知量。

在裂隙线附近的弹性区与塑性区的边界上, 沿着法向和切向的应力分别为

$$\sigma_n = \sigma_x n_x^2 + \sigma_y n_y^2 + 2\tau_{xy} n_x n_y \quad (27)$$

$$\sigma_t = (n_x^2 - n_y^2)\tau_{xy} + (\sigma_y - \sigma_x)n_x n_y \quad (28)$$

将弹性区应力场 (19) ~ (21) 式及 (25)、式 (26) 代入式 (27) 和式 (28) 可得弹性与塑性区边界上靠弹性区一侧的应力分量 σ_n^e 和 σ_t^e ; 将塑性区应力场式 (9) ~ (11) 及式 (25)、式 (26) 代入 (27) 和式 (28) 可得该边界上靠塑性区一侧的应力分量 σ_n^p 和 σ_t^p 。根据匹配条件, 即在弹性区与塑性区边界上应力必须连续 ($\sigma_n^e = \sigma_n^p$, $\sigma_t^e = \sigma_t^p$), 比较等式两端 θ 的同次幂的系数得一组方程:

$$\frac{Qa}{\pi(a+r_0)\sqrt{r_0(2a+r_0)}} + \frac{Q}{b} = \frac{A}{r_0+L} + \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (29)$$

$$\frac{Qa}{\pi(a+r_0)\sqrt{r_0(2a+r_0)}} - \frac{Q}{b} = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (30)$$

$$\frac{Qa}{\pi(a+r_0)^2\sqrt{r_0(2a+r_0)}} \frac{r_0}{2a+r_0} = \frac{A}{(r_0+L)^2} -$$

$$\left(\frac{r_0}{a+r_0} + \frac{a+r_0}{2a+r_0} \right) \frac{r_2}{r_0} - \frac{r_0}{(2a+r_0)} + \frac{(a-r_0)r_0}{2(a+r_0)^2} +$$

$$\begin{aligned}
& \frac{a^2}{(2a+r_0)(a+r_0)} \left(\frac{2r_0}{a+r_0} + 3 \frac{a+r_0}{2a+r_0} \right) - \frac{a^2 + ar_0 + r_0^2}{2(2a+r_0)^2} = \\
& \frac{Cr_0^2}{2k(r_0+L)^3} + \frac{Dr_0^2}{2k(r_0+L)^4} - \frac{Ar_0}{4k(r_0+L)^2} \left(\frac{r_2}{r_0} - \frac{1}{2} \right) - \\
& \left(\frac{r_0}{a+r_0} + \frac{a+r_0}{2a+r_0} \right) \frac{r_2}{r_0} + \frac{(a-r)r_0}{2(a+r_0)^2} - \frac{a^2 + ar_0 + r_0^2}{2(2a+r_0)^2} - \\
& \frac{r_0}{(2a+r_0)} - \frac{a^2}{(2a+r_0)(a+r_0)} \left(\frac{2r_0}{a+r_0} + 3 \frac{a+r_0}{2a+r_0} \right) = \\
& \frac{Ar_0^2}{2k(r_0+L)^3} - \frac{2k}{(a+r_0)} \left\{ -\frac{a^2}{2a+r_0} \left(\frac{r_0}{a+r_0} + \frac{a+r_0}{2a+r_0} \right) \frac{r_2}{r_0} - \right. \\
& \quad \left. \frac{a^2 r_0}{(2a+r_0)^2} \frac{r_2}{r_0} + \frac{a^2}{2a+r_0} \left[\frac{(a-2r_0)r_0}{(a+r_0)^2} - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \frac{3}{2} \frac{3a^2 + 5ar_0 + 3r_0^2}{(2a+r_0)^2} - \frac{6r_0}{(2a+r_0)} \right] \right\} = \frac{Cr_0^3}{(r_0+L)^4} + \frac{4}{3} \frac{Dr_0^3}{(r_0+L)^5} - \\
& \quad \frac{2Ar_0^2}{(r_0+L)^3} \left(\frac{r_2}{r_0} - \frac{1}{2} \right) + \frac{Ar_0}{(r_0+L)^2} \left(\frac{r_2}{r_0} - \frac{1}{6} \right) \quad (31)
\end{aligned}$$

为简化上述表达式, 引入无量纲变量 $\lambda = b/a$, $\xi = r_0/a$, $\eta = P/(2af_i)$, $f_i = c \cos \varphi / (1 + \sin \varphi)$ 由式 (29) ~ (31) 共计 6 个方程, 可确定 A 、 C 、 D 、 L 、 r_0 和 r_2 这 6 个未知量。

由式 (30) 可确定裂隙线上的相对塑性区长度 $\xi (=r_0/a)$, 利用式 (23) 可表示成下列形式:

$$\eta = 2\xi + \frac{\pi\lambda(1+\xi)\sqrt{\xi(2+\xi)}f_0}{\lambda - \pi(1+\xi)\sqrt{\xi(2+\xi)}} \quad (32)$$

其中 $f_0 = \cos^{-1} \frac{1}{\lambda} - \cos^{-1} \frac{1}{1+\xi} + \frac{\pi(\lambda-\xi-1)}{\lambda}$ 。利用式

(32)、(29) 和 (31) 可分别得到 L 和 A 的无量纲表达式为

$$\frac{L}{a} = \frac{2+\xi}{\xi} \frac{2\pi(1+\xi)^2 \sqrt{\xi(2+\xi)}}{\lambda} - \xi \quad (33)$$

$$\frac{A}{2af_i} = \left(\xi + \frac{L}{a} \right) \left[\frac{\eta_1}{\pi(1+\xi)\sqrt{\xi(2+\xi)}} + \frac{\eta_1}{\lambda} - 1 \right] \quad (34)$$

其中, $\eta_1 = \frac{\pi\eta - 2\xi}{2f_0}$ 。

通过式 (31) 可解出 C 、 D 和 r_2 即为所求, 由于表达式过于冗长, 这里没有列出。

式 (32) 即为无量纲内压荷载与无量纲裂隙线上塑性区长度之间的关系, 如图 2 所示。这一关系表明, 随着内压荷载的增加, 裂隙线上塑性区逐渐增大, 当内压荷载趋近于下列值

$$P_{\max} = \frac{4c(b-a)\cos\varphi}{1+\sin\varphi} \quad (35)$$

时即裂隙扩展整体断裂, 此时 $\xi = \lambda - 1$, 这一点正好满足裂隙线上的应力与内压荷载的静力平衡条件。

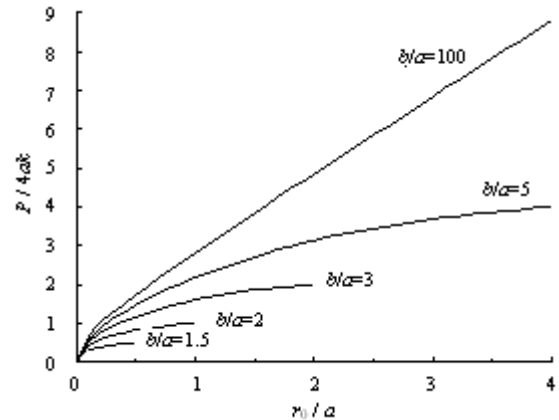


图 2 内压荷载与裂隙线上塑性区长度之间的关系
Fig.2 Relationship between internal forces and fracture region lengths on the joint line

6 结 论

(1) 本文对有限大小岩体内的裂隙受到内压荷载作用的问题, 视为 I 型平面应力裂纹在中心受一对集中力作用的问题。运用裂隙线附近分析方法, 将反映岩桥材料强度特性的 Mohr-Coulomb 破坏准则和静力平衡方程共同组成求解的基本方程组, 分析裂隙线附近的弹性应力、塑性应力及其二者在边界上的匹配关系, 得出了裂隙线上塑性扩展长度与外荷载之间的比文献[1]更为精确的解析关系 (32) 式。

(2) 结合图 1 和图 2 可以看出, 当岩桥距离 $2(b-a)$ 较小或裂隙受内压扩展初期, 非线性特征明显。

(3) 式 (35) 表达了含裂隙的岩体不同大小所对应的最大承载力, 在此基础上可进一步研究或估计地基岩体承载力及隧道围岩稳定性等。

(4) 本文是通过静力平衡方程和岩桥材料的破坏条件出发求得结果的, 属弹塑性断裂力学的解析分析方法, 在目前对岩桥材料的断裂破坏机制还没

有弄得十分清楚的今天, 本文的分析可作为一种有意义的理论探索。

参 考 文 献

- [1] 王成, 邓安福. 岩体节理内压致裂解析研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(5): 640—643.
WANG Cheng, DENG An-fu. Analytical study on fracture of jointed rock mass under internal pressures[J]. **Chinese Journal of Mechanics and Engineering**, 2002, 21(5): 640—643.
- [2] 易志坚, 严波. I 型平面应力裂纹弹塑性场在裂纹线附近匹配方程的一般形式[J]. 应用数学和力学, 2001, 22(10): 1 058—1 065.
YI Zhi-jian, YAN Bo. General form of matching equation of elastoplastic field near crack line for mode I crack under plane stress condition [J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2001, 22(10): 1 058—1 066.
- [3] 王成, 张录坤. 有限宽板裂纹在裂纹面受两对反平面集中力时裂纹线场的弹塑性分析[J]. 应用数学和力学, 1998, 19(6): 513—520.
WANG Cheng, ZHANG Lu-kun. Near crack line elastoplastic analysis for a finite plate loaded by two pairs of anti-plane point forces[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 1998, 19(6): 523—519.
- [4] 王成, 张建辉, 邓安福. 共线张开型节理受压剪荷载的弹塑性分析[J]. 重庆建筑大学学报, 1998, 17(4): 58—63.
WANG Cheng, ZHANG Jian-hui, DENG Anfu. Elastoplastic analysis of co-linear joints loaded by shearing-compressive stresses[J]. **Journal of Chongqing Jianzhu University**, 1998, 20(4): 58—63.
- [5] 王成, 吴承平. 偏心裂纹板在裂纹面受两对反平面集中力的弹塑性解析解[J]. 应用数学和力学, 2003, 24(7): 691—698.
WANG Cheng, WU Cheng-ping. Elastoplastic analytical solutions for an eccentric crack loaded by two pairs of anti-plane point forces[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2003, 24(7): 691—698.
- [6] 王成, 邓安福. 岩体断续节理受压剪荷载的弹塑性分析[J]. 重庆建筑大学学报, 1997, 16(2): 31—35.
WANG Cheng, DENG An-fu. Elastoplastic analysis of discrete joint in rock-mass loaded by compress-shear[J]. **Journal of Chongqing Jianzhu University**, 1997, 19(2): 31—35.
- [7] Wang Cheng, Deng An fu. Damage Mechanics Analysis of Fissures in Rock-mass Loaded by Shear[A]. **Proc. 9th Int. Conf. of IACMAG**[J]. Netherlands: A.A. Balkema Publishers, Dec.1997: 725—728
- [8] Wang Cheng, Li Xiao-hong, Deng An-fu. Study of shear strength on collinear multi-cracked plate[A]. **International Symposium on Strength Theories-Applications and Developments & Prospects for 21st Century**[J]. Beijing and New York: Science Press 1998: 841—846.