

综合能源系统概率能量流的多胚解-多维全纯嵌入计算方法

李雪, 李栋, 姜涛*, 李国庆

(现代电力系统仿真控制与绿色电能新技术教育部重点实验室(东北电力大学), 吉林省 吉林市 132012)

Multi-germ and Multi-dimensional Holomorphic Embedding Method for Probabilistic Energy Flow of Integrated Energy System

LI Xue, LI Dong, JIANG Tao*, LI Guoqing

(Key Laboratory of Modern Power System Simulation and Control & Renewable Energy Technology, Ministry of Education

(Northeast Electric Power University), Jilin 132012, Jilin Province, China)

ABSTRACT: Multi-dimensional holomorphic embedding method (MDHEM) is a new method for solving the energy flow of integrated energy systems (IES). This method boasts two key advantages: freedom from initial value dependence and non-singularity of the Jacobian matrix. However, it faces notable challenges in probabilistic energy flow (PEF) calculations, particularly the requirement for high-order power series expansions and the resulting heavy computational burden. In order to address the above issues, this paper proposes a multi-germ solution and multi-dimensional holomorphic embedding method (MG-MDHEM) to calculate the PEF of IES via the semi-analytical solution characteristics of HEM. Firstly, the MDHEM-based energy flow model of IES is formulated. Then, the fluctuation range of the multidimensional stochastic inputs in IES is divided into multiple subintervals, and physical solutions of MDHEM in each subinterval are set up. In each subinterval, the low-order semi-analytical solution expressions for the variables can be recursively obtained. Further, for the stochastic samples obtained by Monte Carlo simulation, the samples are preprocessed and substituted into the low-order semi-analytical solutions of the variables in the subintervals, and the Pade approximation is used to solve the low-order semi-analytical formulations using parallel multi-dimensional difference methods to achieve the energy flow result of IES in each sample, and the probability distribution of PEF for the IES is hereby obtained using the energy flow calculation results of Monte Carlo simulation. Finally, the accuracy and effectiveness of the proposed method are proved by the energy flow calculation results of the E14-G6 and E118-G20 test systems.

基金项目: 吉林省自然科学基金项目(优秀青年基金项目)(20230101374JC)。

Natural Science Foundation of Jilin Province (Excellent Youth Fund Project)(20230101374JC).

KEY WORDS: integrated energy system; multi-germ solution and multi-dimensional holomorphic embedding method; probabilistic energy flow; parallel computation of multivariate quotient difference method; uncertainty

摘要: 多维全纯嵌入法(multi-dimensional holomorphic embedding method, MDHEM)是求解综合能源系统(integrated energy system, IES)能量流的新方法,该方法无需初值、无雅可比矩阵奇异,但在概率能量流计算时存在幂级数阶数高、计算量较大的难题。为此,该文根据全纯嵌入理论的半解析解特性,提出一种 IES 概率能量流的多胚解-多维全纯嵌入计算方法(multi-germ solution and multi-dimensional holomorphic embedding method, MG-MDHEM)。该方法首先构建 IES 能量流的 MDHEM 模型;然后,将 IES 中多维随机输入变量的波动范围划分为多个子区间,在各子区间内设置物理胚解,递推各子区间内待求变量的低阶半解析解表达式;进一步,将蒙特卡洛模拟法抽样的样本预处理后代入所属子区间待求变量的低阶半解析解中,借助多元商差并行求解各样本的能量流结果,通过对能量流计算结果的统计分析获得 IES 能量流的概率分布特征;最后,通过 E14-G6 和 E118-G20 测试系统算例验证所提方法的准确性和有效性。

关键词: 综合能源系统; 多胚解-多维全纯嵌入法; 概率能量流; 多元商差法并行计算; 不确定性

0 引言

综合能源系统(integrated energy system, IES)可有效提升能源利用效率、增强系统运行灵活性、促进新能源大规模开发利用^[1],但随着 IES 中新能源渗透率持续提升^[2],多能源系统的深度耦合也加剧了 IES 跨能源链的运行不确定性风险^[3]。概率能量流是分析、研究不确定性因素对 IES 运行安全性

的重要工具,根据概率能量流计算结果可全面评估综合能源系统运行状态、指导运行人员采取合理、可行地控制措施改善系统运行安全性^[4]。因此,研究 IES 概率能量流具有十分重要意义。

当前, IES 的概率能量流计算方法主要有模拟法^[5]、近似法^[6]和解析法^[7]。模拟法通过对具有不同概率特征的随机输入变量重复多次抽样,针对抽取的样本依次进行确定性能量流计算,根据计算结果统计待求变量的概率分布特征,主要方法为蒙特卡洛模拟(Monte-Carlo simulation, MCS)法^[8-9],该方法计算结果准确,但计算耗时较长^[10]。近似法利用输入随机变量的数字特征近似描述输出变量的统计特性,主要方法为点估计法^[11]。该方法计算效率高,但对随机变量高阶矩的估计精度有限,无法准确获得待求变量的概率分布函数^[12]。解析法根据能流方程在运行点处的线性化模型,利用随机输入变量间的关系进行卷积计算求解待求变量的概率分布,主要方法有半不变量法^[13-14]。该方法计算效率高,但随机输入变量波动范围大时计算误差较大^[15]。上述方法在计算过程中均涉及到确定性能量流求解,通常采用牛顿拉夫逊(Newton-Raphson, NR)法进行数值迭代计算,但 NR 法对初值敏感,若初值选取不当,可能会导致计算耗时增加,甚至无法收敛^[16]。特别是采用 MCS 进行概率能量流计算时,抽样场景繁多,初值选取问题更加突出。

为解决 NR 法在能量流计算中的不足,文献[17]基于复分析理论,提出一种采用递归思想求解非线性方程组的全纯嵌入计算方法。相比 NR 法,该方法无需给定初值,无雅可比矩阵奇异现象^[18]。基于该理论,文献[19]提出一套完整的全纯嵌入潮流计算方法(holomorphic embedding load flow method, HELM),实现了电力系统潮流的准确求解;文献[20]在文献[19]基础上,进一步提出物理胚芽解的概念,赋予嵌入变量的物理意义,提出具有多个嵌入变量的多维全纯嵌入法(multi-dimensional HEM, MDHEM),该方法根据待求变量的半解析解特性^[21],仅通过调整半解析解中嵌入变量 s 的值,即可快速实现对不同风电出力 and 负荷场景的潮流计算。文献[22]将 MDHEM 应用于天然气系统多场景能流快速计算。MDHEM 避免了 HELM 在采用 MCS 法求解概率能量流时需反复进行幂级数表达式计算的问题,但其半解析解仍需较高阶的幂级数系数以保证计算精度,高阶幂级数递推求解以及帕德近似的计算量均

较大,计算耗时长。

针对上述问题,本文根据全纯嵌入计算的半解析解特性,提出一种基于多胚解-多维全纯嵌入(multi-germ solution and multi-dimensional holomorphic embedding method, MG-MDHEM)的 IES 概率能量流计算方法。该方法首先构建 IES 能量流的 MDHEM 模型;然后,针对 IES 中多维随机输入变量波动范围,分区间设置多个物理胚解,并递推出各子区间内待求变量的半解析解;进一步,结合 MCS 抽样样本,将样本预处理后代入到对应子区间待求变量半解析解中,借助多元商差并行求解其能流解,进而针对计算结果统计分析 IES 能量流概率分布特征;最后,通过 E14-G6 和 E118-G20 测试系统对所提方法准确性和有效性进行分析、验证。

1 综合能源系统稳态能量流模型构建及求解

本节简要介绍 IES 能量流的多维全纯嵌入模型及模型求解方法。

1.1 综合能源系统能量流的 MDHEM 模型

本文 IES 由电力系统和天然气系统构成,因此,该 IES 的 MDHEM 模型包括电力系统潮流 MDHEM 模型、天然气系统能量流 MDHEM 模型以及耦合元件模型,各系统及耦合元件详细模型如下:

1) 电力系统潮流的 MDHEM 模型。参考文献[23],电力系统潮流 MDHEM 模型为

$$\begin{cases} U_h = U_{\text{slack}}, h \in \text{slack} \\ \sum_{k=1}^N Y_{ek} U_k(s_1, \dots, s_D) = \frac{P_{e0} - j[Q_{e0} + Q_e(s_1, \dots, s_D)]}{U_e^*(s_1^*, \dots, s_D^*)}, e \in \text{PV} \\ U_e(s_1, s_2, \dots, s_D) * U_e^*(s_1^*, s_2^*, \dots, s_D^*) = |U_e^{\text{sp}}|^2, e \in \text{PV} \\ \sum_{k=1}^N Y_{ak} U_k(s_1, \dots, s_D) = \frac{(1 + s_{x(a)}) S_{a0}^*}{U_a^*(s_1^*, \dots, s_D^*)}, a \in \text{PQ} \\ W_t(s_1, s_2, \dots, s_D) = \frac{1}{U_t(s_1, s_2, \dots, s_D)}, t \notin \text{slack} \end{cases} \quad (1)$$

式中: h 为平衡节点; e 为 PV 节点; a 为 PQ 节点; t 为非平衡节点; U_h 为平衡节点电压; U_{slack} 为平衡节点电压相量; N 为电力系统节点数; P_{e0} 和 Q_{e0} 分别为节点 e 注入的有功和无功功率; $U_e(s_1, \dots, s_D)$ 和 $Q_e(s_1, \dots, s_D)$ 为节点 e 关于复变量 s 的多维全纯函数; U_{sp} 为 PV 节点电压幅值; Y_{ak} 为连接节点 a 与 k 的支路导纳; S_{a0} 为节点 a 的注入功率; “*” 为共轭运算符; D 为多维全纯函数维数; s_D 为第 D 维嵌入变量; $s_{x(a)}$ 为控制节点 a 功率缩放的嵌入变量;

$W(s_1, \dots, s_D)$ 为节点电压多维全纯函数的倒数。

2) 天然气系统能量流 MDHEM 模型。参考文献[22], 天然气系统 MDHEM 模型为

$$\begin{cases} \Pi_i(s_1, s_2, \dots, s_D) = \Pi_i^{kn}, i=1 \\ \sum_{b=1}^B A_{ib} F_b(s_1, \dots, s_D) = (1 + s_{x(i)}) F_i^L - F_i^S, i=2, \dots, I \\ (C_b)^2 | \Pi_i^2(s_1, s_2, \dots, s_D) - \Pi_j^2(s_1, s_2, \dots, s_D) | = \\ \quad F_b(s_1, s_2, \dots, s_D) E_b^P(s_1, s_2, \dots, s_D) \\ [E_b^P(s_1, s_2, \dots, s_D)]^2 = [F_b(s_1, s_2, \dots, s_D)]^2, \\ \quad E_b^P(s_1, s_2, \dots, s_D) \geq 0. \\ \Pi_{l,i}(s_1, \dots, s_D) / \Pi_{l,j}(s_1, \dots, s_D) = K_l, \quad l=1, \dots, L \end{cases} \quad (2)$$

式中: I 为节点数; B 为管道数; L 为压缩机数; Π_i^{kn} 为平衡节点 1 的压力; $\Pi_i(s_1, \dots, s_D)$ 和 $F_b(s_1, \dots, s_D)$ 分别为节点 i 气压和管道 b 流量的多维全纯函数; A 为节点-支路关联矩阵; $s_{x(i)}$ 为控制节点 i 负荷缩放的嵌入变量; F_i^L 和 F_i^S 分别为节点 i 的气负荷和气源注入量; C_b 为管道摩擦系数; $E_b^P(s_1, \dots, s_D)$ 为 $F_b(s_1, \dots, s_D)$ 的绝对值; K_l 为压缩机变比; l_i 和 l_j 分别为压缩机 l 所在管道首末节点编号。

3) 耦合元件模型。在 IES 中常见耦合元件有燃气轮机、电驱动压缩机等。

参考文献[24], 燃气轮机输入天然气量与输出电功率之间关系为

$$F_{g,i} = \alpha + \beta P_{G,i} + \gamma P_{G,i}^2 \quad (3)$$

式中: α 、 β 、 γ 为燃气轮机的耗热系数, 由不同燃气轮机的特征决定; $F_{g,i}$ 为燃气轮机消耗的天然气流量; $P_{G,i}$ 为燃气轮机输出的电功率。

参考文献[13], 电驱动压缩机模型为

$$P_{\text{com}} = (0.7479 \times 10^{-5}) T F_{ij} \left[\left(\frac{\Pi_i}{\Pi_j} \right)^\delta - 1 \right] \quad (4)$$

式中: F_{ij} 为通过压缩机的天然气流量; T 和 δ 为压缩机参数; P_{com} 为压缩机所需的有功功率。

1.2 综合能源系统稳态能量流模型求解

针对式(1)~(4)中 IES 能流模型中待求节点电压 V_k 、节点压力 Π_i 及管道流量 F_b , 通常可采用统一求解法^[25-26]或顺序求解法^[27]进行求解。本文采用顺序求解法求解上述 MDHEM 模型, 各待求变量均可描述为如下多维全纯函数展开的半解析解形式:

$$\begin{aligned} x_k(s_1, \dots, s_D) &= x_k[0, 0, \dots, 0] + x_k[1, 0, \dots, 0]s_1 + \\ &x_k[0, 1, \dots, 0]s_2 + \dots + x_k[n_1, n_2, \dots, n_D]s_1^{n_1} s_2^{n_2} \dots s_D^{n_D} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $x_k(s_1, \dots, s_D)$ 为第 k 个待求变量 x_k 的多维全纯函数; $x_k[0, \dots, 0]$ 为 x_k 的物理胚解; $x_k[n_1, n_2, \dots, n_D]$ 为 x_k 半解析解的高阶幂级数系数; n_1, n_2, \dots, n_D 为幂级数系数的阶数索引, 假设多元幂级数阶数为 M , 则 $M = n_1 + n_2 + \dots + n_D$ 。

为获得式(5)中待求变量 x_k 的解, 首先需计算式(5)中物理胚解 $x_k[0, \dots, 0]$, $x_k[0, \dots, 0]$ 为具有物理意义的 IES 能量流解, 可通过传统方法快速求得; 然后, 再根据 $x_k[0, \dots, 0]$ 由低阶向高阶逐次递推高阶幂级数 $x_k[n_1, n_2, \dots, n_D]$; 最后, 借助帕德近似求解半解析解 $x_k(s_1, \dots, s_D)$ 的实际值。因此, 求解 IES 的 MDHEM 模型主要包括 IES 各子系统物理胚解计算、待求变量半解析解的高阶幂级数系数递推求解以及半解析解的帕德近似计算 3 个环节。

1) 各子系统物理胚解计算。

理论上, IES 任意状态下的解都可以定义为物理胚解。本文参考文献[28-30], 采用 HELM 求解电力系统物理胚解 $U_k[0, \dots, 0]$; 参考文献[31]采用 NR 法求解天然气系统物理胚解 $\Pi_i[0, \dots, 0]$ 和 $F_b[0, \dots, 0]$ 。

2) 各待求变量半解析解高阶幂级数系数求解。

全纯嵌入的半解析解求解方法通过不断增加式(5)中幂级数阶数 M 逼近系统真实解, 幂级数阶数越高逼近误差越小。电力系统中各待求变量半解析解的高阶幂级数系数 $U_k[n_1, n_2, \dots, n_D]$ 递推表达式见附录 A, 天然气系统中各待求量半解析解的高阶幂级数系数 $\Pi_i[n_1, n_2, \dots, n_D]$ 和 $F_b[n_1, n_2, \dots, n_D]$ 递推表达式见附录 B。由于递推表达式可描述为 $\mathbf{AX}=\mathbf{B}$ 形式, 因此可通过递推求解该线性方程组求解出半解析解的各阶幂级数系数。需要注意: \mathbf{X} 和 \mathbf{B} 列数 N_{col} 将随着幂级数阶数变化而变化, 其值为

$$N_{\text{col}} = \frac{\prod_{i=M+1}^{M+D-1} i}{(D-1)!} = \frac{(M+D-1)!}{M!(D-1)!} \quad (6)$$

3) 半解析解的帕德近似计算。

获得各待求变量关于嵌入变量 s 的半解析解后, 可通过改变 s 值快速计算不同工况下能量流解。但根据式(5)求解待求变量时收敛半径较小, 需要较高阶的幂级数才能满足精度要求, 而阶数越高截断误差越大, 有可能导致计算结果不收敛。因此, 通常需借助多元帕德近似来扩大多元幂级数的收敛半径, 为此本文采用多元商差法^[32]计算各待求量半解析解的帕德近似值, 具体计算公式见附录 C。

2 基于多胚解-多维全纯嵌入法的综合能源系统概率能量流计算

传统 MDHEM 在物理胚解 $x_k[0, \dots, 0]$ 基础上, 递推出式(5)所示一组待求变量的半解析解 $x_k(s_1, \dots, s_D)$, 其他计算场景仅需代入不同嵌入变量值即可快速求解出能量流, 计算过程见图 1。由于半解析解均有收敛范围, 通常半解析解表达式的阶数越高其收敛范围则越大^[20], 但更高阶数会增加计算复杂度和累计计算误差, 特别是在 MCS 抽样场景中显著加重帕德近似的计算耗时。

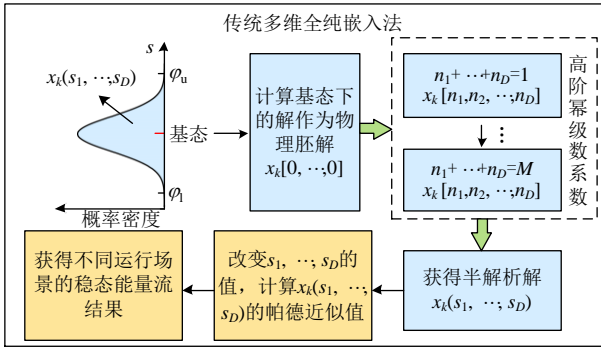


图 1 传统 MDHEM 计算流程

Fig. 1 Flowchart of traditional MDHEM

针对传统 MDHEM 在 MCS 抽样场景计算中耗时久的难题, 本文提出一种适用于 IES 概率能量流计算的多胚解-多维全纯嵌入方法。该方法根据全纯嵌入计算的半解析解特性, 首先将随机输入变量波动范围划分为多个子区间, 在各子区间内设置式(5)的胚解 $x_{kg}[0, \dots, 0]$; 然后, 将各子区间物理胚解依次代入附录 A 或 B 的幂级数系数递推式中求出各子区间内待求变量的半解析解表达式; 进而, 根据 MCS 抽样样本所属子空间, 在各子空间内计算该样本对应全纯嵌入能量流; 最后, 统计 IES 的能量流概率分布特征, 总体计算流程如图 2 所示。

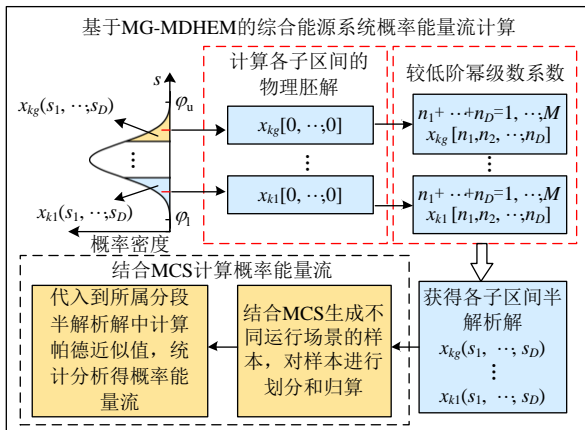


图 2 MG-MDHEM 计算流程

Fig. 2 Flowchart of MG-MDHEM

图 3 以服从正态分布随机输入变量为例, 对比了 MDHEM 与 MG-MDHEM 在计算随机输入变量波动区间 $[\varphi_l, \varphi_u]$ 内多个样本点的示意图。传统 MDHEM 所计算出的待求变量半解析解 $x_k(s_1, \dots, s_D)$ 是定义在整个 $[\varphi_l, \varphi_u]$ 内的, 当 MCS 抽样样本远离 $[\varphi_l, \varphi_u]$ 内的物理胚解 $x_k[0, \dots, 0]$ 时, 为满足计算精度要求, 式(5)的待求变量半解析解 $x_k(s_1, \dots, s_D)$ 的幂级数阶数将急剧增大, 导致能量流计算效率降低; 而 MG-MDHEM 根据全纯嵌入计算方法的半解析解特性, 通过将随机输入变量波动区间 $[\varphi_l, \varphi_u]$ 划分为多个子区间, 在各子区间内设置物理胚解 $x_{kg}[0, \dots, 0]$, 当采用 MCS 在 $[\varphi_l, \varphi_u]$ 内抽样的样本落到某一子区间内时, 由于该样本距离该子区间的物理胚解 $x_{kg}[0, \dots, 0]$ 很近, 因此各待求变量半解析解 $x_{kg}(s_1, \dots, s_D)$ 仅需较低阶数即可满足计算精度要求, 有效提高了全纯嵌入能量流的计算效率。

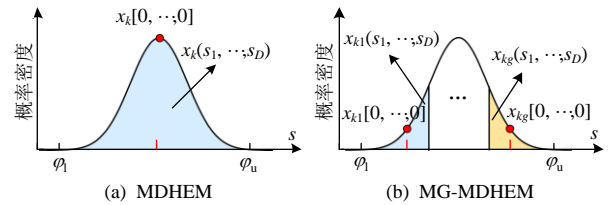


图 3 MDHEM 与 MG-MDHEM 计算原理对比

Fig. 3 Calculation sketch comparison between MDHEM and MG-MDHEM

2.1 负荷与风电出力随机性概率模型构建

本文所研究的 IES 输入随机性因素包括电负荷和气负荷的随机性以及风电场出力的随机性。

1) 负荷随机性。电力系统和天然气系统的负荷预测误差均可由正态分布进行描述^[13]。

2) 风电场出力随机性。参考文献[33-35], 风电场有功出力可近似表示为

$$P_w = \begin{cases} 0, & v \leq v_{ci} \\ k_1 v + k_2, & v_{ci} \leq v \leq v_r \\ P_r, & v_r \leq v \leq v_{co} \\ 0, & v_{co} \leq v \end{cases} \quad (7)$$

式中: P_w 为风电场有功出力; P_r 为风电场预测出力; v 为风速; v_{ci} 、 v_r 及 v_{co} 分别为风力发电机的切入风速、额定风速及切出风速; $k_1 = P_r / (v_r - v_{ci})$; $k_2 = -k_1 v_{ci}$ 。

2.2 自适应多胚解的 MG-MDHEM

为实现对随机输入变量波动范围的子区间合理划分和全纯嵌入胚解数量合理选择, 本节提出一种自适应多胚解的 MG-MDHEM, 以自适应计算各子区间内物理胚解并递推各子区间内待求变量的

半解析解表达式。该方法首先确定分区间设置多胚解的随机输入变量和各待求变量半解析解阶数；然后，根据基态下物理胚解递推出待求变量半解析解的收敛范围，以此作为设置子区间长度的参考；最后，根据子区间长度计算子区间数量及波动范围分区的上下限，进而实现对所选随机输入变量的波动范围的子区间划分，将各子区间中点作为初始点，将该初始点处的解作为胚解，递推出各子区间内待求变量的半解析解。

1) 多胚解的随机输入变量选择。由于新能源出力波动性对电力系统潮流分布和天然气系统能流分布影响大，本文在电网侧选择将风电出力波动范围划分为多个子区间，在各个子区间设置多胚解，而在气网侧选择将天然气负荷波动范围划分为多个子区间，在各个子区间设置多胚解。

2) 待求变量半解析解阶数设置。MG-MDHEM需将随机输入变量波动范围划分为多个子区间，在各子区间内设置胚解，各子区间长度与半解析解阶数相关。若半解析解阶数较高，则收敛范围相对较大，子区间长度可更长，所需子区间数量和胚解数量将更少，但由式(6)可知，此时递推方程中未知数个数 N_{col} 将随阶数大幅增长，加重多能流计算复杂度。若半解析解阶数设置较低，则其收敛范围相对较小，各子区间长度较短，需划分子区间数量更多，但计算复杂度低。综合考虑子区间数量和计算复杂度，本文将待求变量的半解析解阶数设定为2阶。

图4以风电出力为例来说明如何对随机输入变量波动范围进行分区及各子区间内物理胚解设置。图4中风电出力预测误差服从形状参数为10.7，尺度参数为3.97的威布尔分布，假设基态下风电场有功出力 P_{w0} 为其预测值的50%。每个子区间长度均假设为 P_{w0} 的40%，将各子区间的中点设置为各子区间 MG-MDHEM 的初始点，初始点处解即为各子区间待求变量半解析解的物理胚解。进而在各子区间内均可计算出待求变量关于嵌入变量 s 的半解析解， s 表示风电功率以 P_{w0} 为基准的波动百分比。

表1以IEEE14节点测试系统为例，在节点7接入额定容量为200MW的风电场，风电场参数见文献[8]，风电出力预测值为80MW，根据图4设置的多物理胚解递推出的节点电压的二阶半解析解收敛区间。

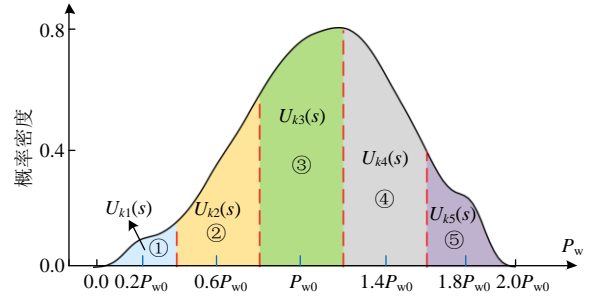


图4 风电出力波动比例分区及多胚解设置示意图

Fig. 4 Schematic diagram of wind power output fluctuation proportion segmentation and multi-germ solution setting

表1 IEEE-14 测试系统不同初始点递推的二阶半解析解收敛区间

Table 1 Convergence intervals of second order semi analytical solutions recursively derived from different initial points in IEEE-14 test system

区间编号	初始点	$[s_{i,l}, s_{i,u}]/\%$	$[s_{i0,l}, s_{i0,u}]/\%$	$\psi_i/\%$
1	$0.2P_{w0}$	$[-223.35, 261.35]$	$[-124.6, -27.7]$	96.9
2	$0.6P_{w0}$	$[-74.67, 87.82]$	$[-84.8, 12.7]$	97.5
3	P_{w0}	$[-50.56, 52.63]$	$[-50.56, 52.63]$	103.2
4	$1.4P_{w0}$	$[-34.85, 37.83]$	$[-8.8, 92.9]$	101.7
5	$1.8P_{w0}$	$[-22.34, 35.20]$	$[39.8, 143.4]$	103.6

表中： ψ_i 为收敛范围内风电出力变化量相对于基态风电出力百分比形式的区间长度，表示归算后收敛上下限之间的差值。

由表1可知：将各区间上下限归算至基态后，相邻子区间二阶半解析解收敛范围有较大重叠，会导致物理胚解数增多、计算效率降低；归算后的收敛区间长度大致相同，近似等于基态下二阶半解析解的收敛区间长度，因此可参考基态下二阶半解析解的收敛区间长度划分子区间。不同半解析解收敛区间归算公式为

$$\begin{cases} s_{i0,l} = \frac{(1 + s_{i,l})\mu_i}{\mu_0} - 1, & i \in 1, 2, \dots, G \\ s_{i0,u} = \frac{(1 + s_{i,u})\mu_i}{\mu_0} - 1, & i \in 1, 2, \dots, G \end{cases} \quad (8)$$

式中： μ_i 为第 i 个初始点以 P_{w0} 为基准归一化后的值； μ_0 为归一化后基态初始点的值，即 $\mu_0=1$ ； $s_{i,l}$ 和 $s_{i,u}$ 分别为第 i 个子区间电压的二阶半解析解中嵌入变量的收敛下限和上限； $s_{i0,l}$ 和 $s_{i0,u}$ 分别为将 $s_{i,l}$ 和 $s_{i,u}$ 归算到基态值下的收敛下限和上限。

根据上述结论，本文提出一种自适应多胚解计算方法，首先自适应搜索基态下待求变量二阶半解析解的收敛区间，将该收敛区间作为设置子区间长度的参考；然后，在划分完子区间的基础上，将各

子区间中点设置为初始点，将该初始点处的解设置为各子区间内待求变量的物理胚解，进而在各子区间内根据附录 A 和 B 递推出一组如式(5)所示的待求变量二阶半解析解表达式，以解决多胚解设置不合理导致收敛范围重叠的问题。

在搜索待求变量的二阶半解析解收敛范围时，为快速搜索出二阶半解析解收敛范围上下限，本文通过式(9)的变步长策略更新嵌入变量值，将更新后的嵌入变量值代入式(5)的二阶半解析解表达式中，计算该表达式的帕德近似值并判断收敛性，以加快搜索各待求变量二阶半解析解的收敛范围。

$$\Delta s = s_0 \times e^{\frac{0.9E - \tau}{E} \lambda} \quad (9)$$

式中： s_0 为步长基准值，为常数，本文设为 0.005； τ 为 PV 节点有功、PQ 节点有功和无功的不平衡量最大值，在气网中则为节点压力和管道流量的不平衡量最大值； E 为最大不平衡量 τ 的容许误差； λ 为放大系数，数值越大步长变化越大，本文设为 3。

在搜索出待求变量半解析解的收敛范围上下限后，为保证分区后的收敛精度，可将上下限中绝对值较小的值向下取整并乘 2ξ 作为子区间长度 s_b

$$s_b = 2\xi \lfloor \min[|s_{\max}|, |s_{\min}|] \rfloor \quad (10)$$

式中： $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整； s_{\max} 和 s_{\min} 分别为基态下待求变量半解析解收敛范围的上限和下限； ξ 为基态下风电出力或气网负荷节点负荷值。

计算出子区间长度后，进一步可根据式(11)计算子区间数量 G 和对波动范围分区的总上下限 φ_u 和 φ_l 。在 $[\varphi_l, \varphi_u]$ 内按照长度 s_b 均匀分区，即可实现对随机输入变量波动范围的子区间合理划分。

$$\begin{cases} G = \lceil \Phi \xi / s_b \rceil \\ \varphi_l = \xi - G s_b / 2 \\ \varphi_u = \xi + G s_b / 2 \end{cases} \quad (11)$$

式中 Φ 为所选随机输入变量较基态的波动范围的百分比值。若选择对负荷波动范围分区，本文假设正态分布的标准差为 10% 的期望值，近似认为负荷在期望值的 $\pm 30\%$ 内波动，则 Φ 为 60%；若选择对风电出力波动范围分区，假设基态下风电出力为预测值的 50%，风电功率在基态出力的 $\pm 100\%$ 内波动，则 Φ 为 200%； $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整。

综上，所提基于自适应多胚解的 MG-MDHEM 计算流程如图 5 所示，具体步骤如下：

步骤 1：读取系统数据，设置最大不平衡量 τ

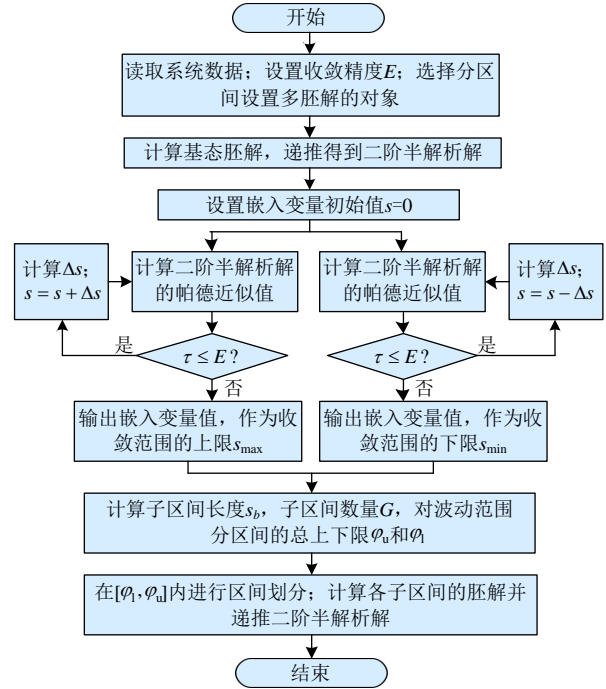


图 5 基于自适应多胚解的 MG-MDHEM 计算流程图

Fig. 5 Flowchart of proposed MG-MDHEM method

的收敛精度 E 。电力系统侧对风电出力的波动范围分区设置多胚解，天然气系统侧对负荷的波动范围分区设置多胚解；计算基态下的物理胚解，并递推其前二阶幂级数，得基态下二阶半解析解。设置嵌入变量的初始值 $s=0$ ，作为搜索上下限起点。

步骤 2：将嵌入变量 s 代入到式(5)的二阶半解析解中求其帕德近似值。

步骤 3：判断搜索的上限或下限是否满足收敛条件。若满足，则利用式(9)计算 Δs ，并向上或向下更新嵌入变量值，返回步骤 2；若不满足，则输出嵌入变量值 s 作为收敛范围的上限 s_{\max} 或下限 s_{\min} ，进入步骤 4。

步骤 4：根据式(10)计算子区间长度 s_b ，根据式(11)计算子区间数量 G 和波动区间上下限 φ_u 和 φ_l 。

步骤 5：对波动范围 $[\varphi_l, \varphi_u]$ 划分区间，将分区后各子区间的中点作为初始点，将初始点处的解作为各子区间的物理胚解；再以各子区间物理胚解递推求解各子区间内待求变量的半解析解表达式。

2.3 基于 MG-MDHEM 的概率能量流计算方法

根据 2.1 节所述的随机变量概率分布生成 η 组输入随机变量样本，将这些样本分配到所属的子区间内，归算后代入到各子区间的待求量二阶半解析解表达式中，再利用多元商差法即可快速求出 η 次 IES 确定性能量流。对 η 次能量流计算结果进行统计

分析即可得到 IES 能量流的概率分布特征。

对 MCS 抽样的随机输入变量样本首先根据式(12)将其划分到所属子区间内：

$$H_g = \begin{cases} (\varepsilon_{gi} = \varepsilon_i | \varepsilon_i \leq \varphi_1 + s_b), g = 1 \\ \{\varepsilon_{gi} = \varepsilon_i | \varphi_1 + (g-1)s_b \leq \varepsilon_i \leq \varphi_1 + gs_b\}, \\ g = 2, \dots, G-1; \\ \{\varepsilon_{gi} = \varepsilon_i | \varepsilon_i \geq \varphi_u - s_b\}, g = G \end{cases} \quad (12)$$

式中： g 为子区间编号； i 为样本编号； ε_i 为随机样本 i 的值； ε_{gi} 为将 ε_i 划分到子区间 g 中的值； H_g 为划分到子区间 g 的样本组成的集合。

将样本划分到所属子区间后，再根据式(13)对样本值 ε_{gi} 进行归算，归算后将其代入各子区间待求量半解析解表达式中计算该样本对应的能量流。

$$s_{gi} = \frac{\varepsilon_{gi}}{\varepsilon_{g0}} - 1, \quad g \in 1, 2, \dots, G \quad (13)$$

式中 ε_{g0} 为区间 g 初始点处风电出力或气负荷量。

图 6 为所提 MG-MDHEM 求解 IES 概率能量流的示意图，具体流程如图 7 所示，详细步骤如下：

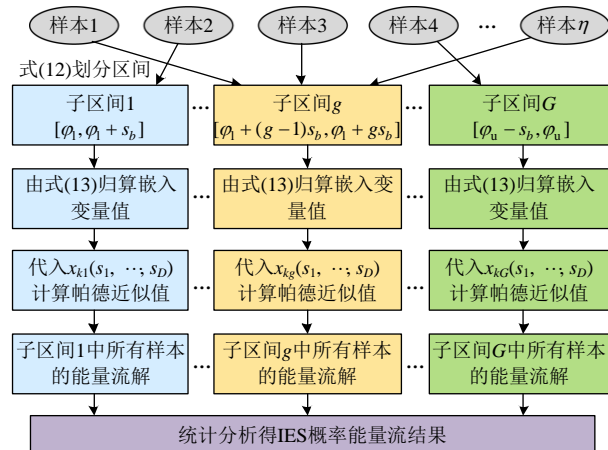


图 6 MCS 与 MG-MDHEM 结合计算 IES 概率能量流示意图

Fig. 6 Schematic diagram of combining MCS with MG-MDHEM to calculate probabilistic energy flow of IES

步骤 1：读取综合能源系统网络参数，设置多能流顺序求解的收敛精度 E ；根据所提基于自适应多胚解的 MG-MDHEM 计算出电力系统各子区间节点电压的二阶半解析解。

步骤 2：计算基态时燃气轮机的耗气量，更新天然气系统的负荷。使用基于自适应多胚解的 MG-MDHEM 计算出气网系统各子区间节点气压和管道流量的二阶半解析解。

步骤 3：根据 2.1 节所构建的负荷及风电出力随机性概率模型生成 η 组随机输入样本，根据式(12)

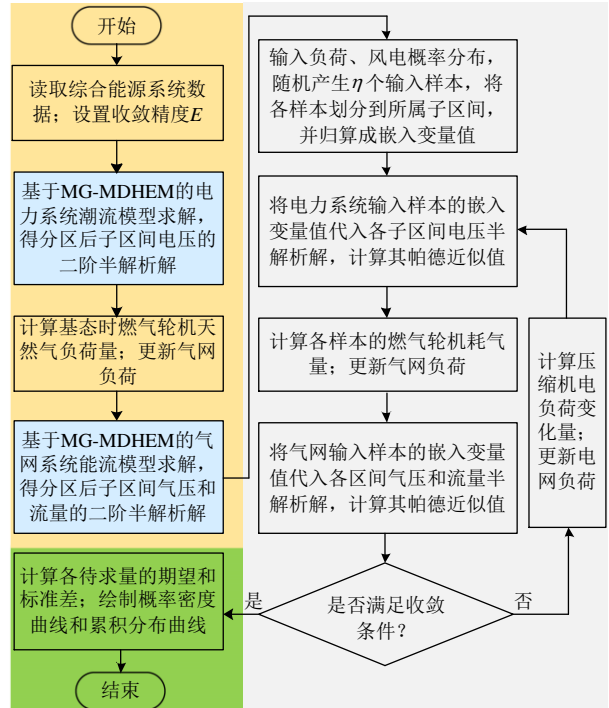


图 7 基于 MG-MDHEM 的 IES 概率能量流计算流程图
Fig. 7 Flowchart of probabilistic energy flow calculation of IES using MG-MDHEM

将样本划分到所属子区间内，通过式(13)将样本值归算为嵌入变量值。

步骤 4：采用顺序求解法先计算电力系统潮流，得到各样本燃气轮机耗气量，更新气网负荷后再计算天然气系统能量流。各子系统能量流计算方法为：将嵌入变量值代入到各子区间待求量半解析解中，并利用多元商差法计算多场景下帕德近似值。

步骤 5：判断顺序求解的误差是否满足所设置的精度要求，若不满足，则计算电驱动压缩机所需的电负荷量，更新电力系统负荷，返回步骤 4 进行下一次顺序求解；若满足，则进入步骤 6。

步骤 6：输出计算结果，计算各待求量期望和标准差，统计分析各待求变量的概率密度曲线和累积分布曲线，输出 IES 概率能量流计算结果。

3 多胚解-多维全纯嵌入法的并行计算

采用 MG-MDHEM 计算 IES 的概率能量流时，需将大量 MCS 抽样样本代入到半解析解中采用多元商差法计算其帕德近似值，该部分在整个计算过程中耗时最多。现有多元商差法需依次计算各节点商差表和帕德近似值，因而在系统规模大或样本场景多时计算耗时较长。为此，本文提出一种多元商差法的并行计算方法，通过对商差表矩阵向量化处理以实现多元商差法的并行计算，使其可同时计算

多场景的商差表及帕德近似值，以提高计算效率。

商差表中元素与幂级数系数和嵌入变量值有关，但同一待求变量在不同运行场景下的商差表相互独立，因此可将商差表的数值计算形式整理为矩阵形式的计算，实现并行求解。图 8 为商差表的向量化示意图，将二维商差表扩充一个维度，以第三维来索引场景数。以充分利用矩阵运算同步计算多场景商差表，商差表的多场景并行计算公式如下。

$$\left\{ \begin{aligned} & \mathbf{Z}_{qd}[d_0^{(m)}, :] = 0, \quad m = 0, 1, \dots \\ & \mathbf{Z}_{qd}[q_1^{(m)}, :] = \frac{\sum_{n_1 + \dots + n_D = m+1} \mathbf{c}[n_1, \dots, n_D] s_1^{n_1} \dots s_D^{n_D}}{\sum_{n_1 + \dots + n_D = m} \mathbf{c}[n_1, \dots, n_D] s_1^{n_1} \dots s_D^{n_D}}, \\ & \quad m = 0, \dots, M-1 \\ & \mathbf{Z}_{qd}[d_f^{(m)}, :] = \mathbf{Z}_{qd}[q_f^{(m+1)}, :] + \mathbf{Z}_{qd}[d_{f-1}^{(m+1)}, :] - \\ & \quad \mathbf{Z}_{qd}[q_f^{(m)}, :], \quad f = 1, 2, \dots; m = 0, 1, \dots \\ & \mathbf{Z}_{qd}[q_{f+1}^{(m)}, :] = \mathbf{Z}_{qd}[q_f^{(m+1)}, :] * \mathbf{Z}_{qd}[d_f^{(m+1)}, :] / \\ & \quad \mathbf{Z}_{qd}[d_f^{(m)}, :], \quad f = 1, 2, \dots; m = 0, 1, \dots \end{aligned} \right. \quad (14)$$

式中： \mathbf{Z}_{qd} 为三维商差表； $[q(m) \ 1, :]$ 为商差表中二维矩阵 $q(m) \ 1$ 的索引； \mathbf{c} 为单个待求变量的幂级数系数矩阵； s_D 为多场景中第 D 维嵌入变量值组成的向量。

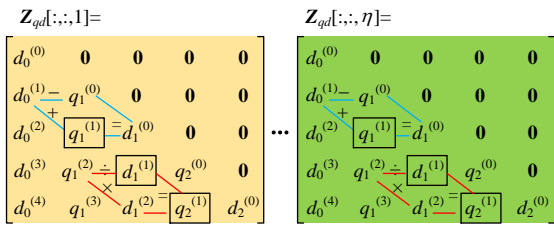


图 8 商差表矩阵向量化示意

Fig. 8 Matrix vectorization of quotient difference table

由式(14)计算出三维商差表后，可将多元商差法的帕德近似由数值计算转化为矩阵计算，实现多元商差法的多场景并行计算，其并行计算表达式为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{c}[0, \dots, 0] + \{\mathbf{c}[1, 0, \dots, 0]s_1 + \dots + \mathbf{c}[0, 0, \dots, 1]s_D\} / \left\{ 1 + \frac{-\mathbf{Z}_{qd}[q_1^{(1)}, :]}{1 + (-\mathbf{Z}_{qd}[d_1^{(1)}, :]) / [1 + (-\mathbf{Z}_{qd}[q_2^{(1)}, :]) / (1 + \dots)]} \right\} \quad (15)$$

式中 \mathbf{x}_k 为节点电压 $V_k(s_1, \dots, s_D)$ 、节点气压 $\Pi_k(s_1, \dots, s_D)$ 、管道流量 $F_k(s_1, \dots, s_D)$ 帕德近似值组成的向量。

图 9 为多元商差法的多场景并行计算示意图。首先，将待求变量 x_k 半解析解的各阶幂级数系数和多场景下各维度的嵌入变量值均存储为矩阵形式；然后，将传统的多元商差表 \mathbf{Z} 矩阵向量化为 \mathbf{Z}_{qd} ，

向量化后的第三维用来索引场景数 η ；最后，采用式(14)并行计算商差表 \mathbf{Z}_{qd} 中的各元素，根据式(15)并行计算多场景的帕德近似值，得到待求变量 x_k 在多个运行场景下的解向量。

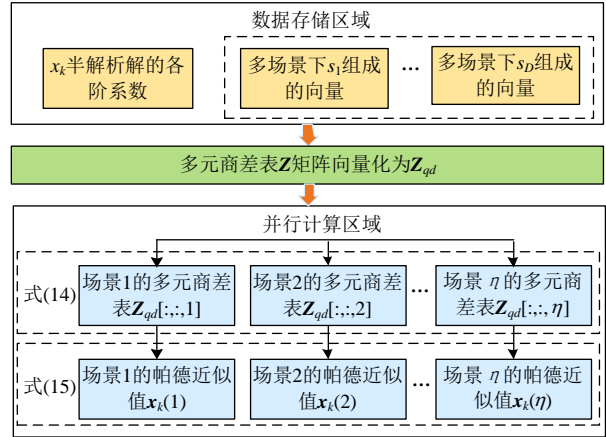


图 9 多元商差法的多场景并行计算示意图

Fig. 9 Parallel computation of multivariate quotient difference method in multiple scenarios

4 算例分析

本节通过 E14-G6 和 E118-G20 电-气综合能源测试系统来验证所提方法的准确性和高效性。算例分析验证的硬件配置为 Intel Core i5-9300H 处理器、16 GB 内存，软件为 Matlab2019a。为验证所提方法计算精度，本节以基于 NR 法的 MCS 计算结果为基准，抽样次数为 10 000 次，收敛阈值为 10^{-4} 。

4.1 E14-G6 综合能源测试系统

本节以修改的 IEEE14 节点电力系统与 6 节点天然气系统组成的 E14-G6 综合能源测试系统为例分析验证所提方法的准确性，E14-G6 测试系统结构如图 10 所示。图中，电力系统总负荷为 259 MW，节点 7 接入一个额定容量为 200 MW 的风电场，风电出力预测值为 80 MW，系统风电渗透率约为 30%，预测误差服从形状参数为 10.7，尺度参数为

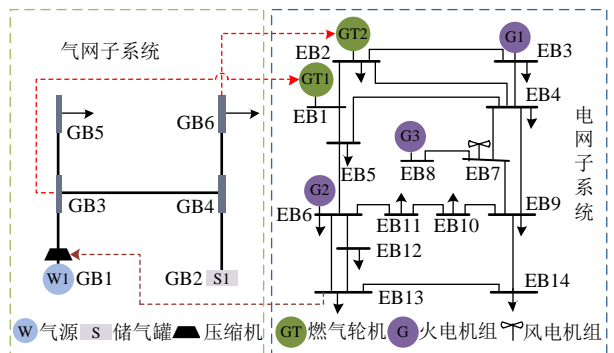


图 10 E14-G6 测试系统

Fig. 10 E14-G6 test system

3.97 的威布尔分布, 假设风电场的基态有功出力为 40 MW, 风电场参数见文献[8]。假设电力系统和天然气系统的负荷预测误差分别满足期望为初始值, 标准差为 10%期望值的正态分布。天然气系统压缩机为电驱动压缩机, 天然气系统和燃气机组参数见文献[36]。

4.1.1 算法准确性验证

在 IEEE14 节点测试系统中令 s_1 表示 PQ 节点 4、5、9、10、11、12 和 14 整体的负荷变化量, s_2 表示风机节点 7 的有功出力变化量, s_3 表示与压缩机相连 PQ 节点 13 的负荷变化量。首先选择对节点 7 风电场有功出力的波动范围分区设置多胚解, 采用 HELM 求解基态下电力系统的物理胚解 $U_k[0,0,0]$, 将 $U_k[0,0,0]$ 代入到附录 A 的递推式中求解电压 U_k 的二阶半解析解; 令 s_1 和 s_3 恒为 0, s_2 的初始值为 0, 然后采用式(9)更新 s_2 , 快速搜索得到该半解析解中 s_2 的收敛范围为 $[-50.56\%, 52.63\%]$; 进而根据式(10)和(11), 计算得到子区间长度 s_b 为 40 MW, 子区间数量 G 为 2, 分区的总上下限为 0~80 MW。即对风电出力在 0~80 MW 范围内按照子区间长度 40 MW 均匀分区, 即可实现对风电出力波动范围的子区间划分, 分区结果如图 11(a) 所示。

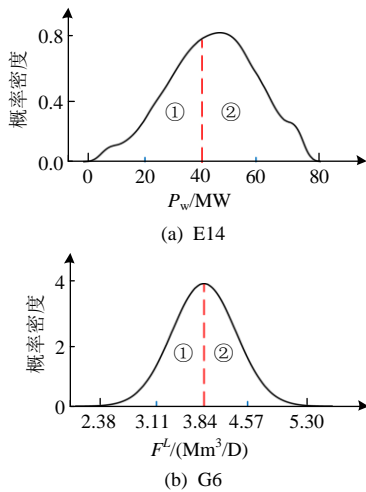


图 11 E14-G6 随机输入变量波动范围分区示意图

Fig. 11 Schematic diagram of interval separation of stochastic variable in E14-G6

根据图 11(a)的区间划分结果, 将各子区间中点的解设置为子区间待求变量的物理胚解, 然后根据附录 A 即可递推出节点电压在各子区间内的二阶半解析解, 每个节点电压都可求得 2 个半解析解; 天然气系统计算流程与电力系统相同, 计算所得分区结果如图 11(b)所示。部分待求变量半解析解表达

式的幂级数系数见附录 B。

进一步, 根据 2.1 节随机生成 10 000 组气负荷、电负荷及风电出力样本, 首先将各样本通过式(12)将其划分到图 11 所示各子区间内, 对于电力系统, 分别有 3 957 组和 6 043 组样本落在子区间①和②; 对于天然气系统, 分别有 4 907 组和 5 093 组样本落在子区间①和②。然后根据式(13)对落到各子区间内的样本进行归算。针对归算后的各样本, 采用顺序求解法, 先计算电力系统潮流, 得到各样本的燃气轮机耗气量, 更新气网负荷后再计算天然气系统能量流。各子系统的潮流或能量流计算方法为: 将随机输入样本划分归算后的嵌入变量值代入到待求变量的各子区间半解析解中, 采用并行多元高差计算其帕德近似值。

考虑到电驱动压缩机对系统的影响, 因此在第 1 次顺序求解后计算压缩机耗电量, 更新所有样本的电力系统负荷进行下一次顺序求解。所有 10 000 组样本可同时计算, 最多经过 3 次顺序求解后所有样本中压缩机所在管道流量的最大不平衡量为 $1.09 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{h}$, 小于收敛条件 10^{-4} , 表明该测试系统的能量流计算结果收敛。根据收敛后的各样本能量流计算结果, 统计系统能量流的概率分布特征。

图 12 给出采用 MCS、传统 MDHEM 和 MG-MDHEM 计算的节点 4 电压幅值和支路 4-5 有功功率的概率密度分布和累积概率分布, 由图 12 可知, 所提 MG-MDHEM 计算的节点 4 电压幅值和支路 4-5 有功功率的概率分布和累积概率分布曲线与 MDHEM 和 MCS 计算结果近似重合, 验证了所提 MG-MDHEM 计算综合能源系统中节点电压和支

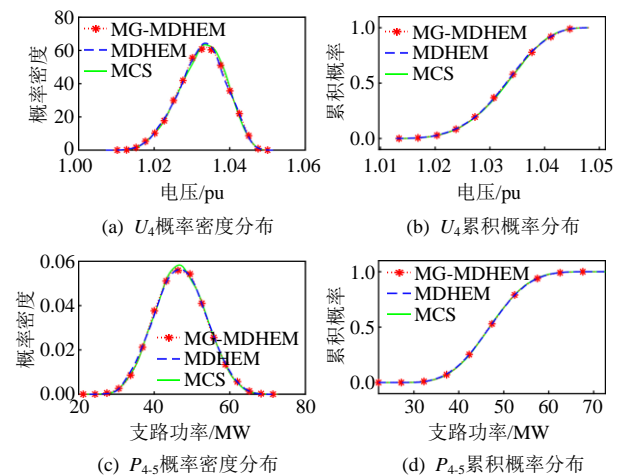


图 12 E14-G6 测试系统 U_4 和 $P_{4.5}$ 概率分布

Fig. 12 Probabilistic distribution of U_4 and $P_{4.5}$ in E14-G6 test system

路潮流的概率分布的准确性。

图 13 进一步给出采用 MCS、传统 MDHEM 和 MG-MDHEM 计算的天然气子系统中节点 3 的气压和管道 3-4 流量的概率分布结果，由图 13 可知，所提 MG-MDHEM 计算的节点 3 的气压和管道 3-4 流量的概率分布和累积概率分布曲线与 MDHEM 和 MCS 计算结果近似重合，验证了所提 MG-MDHEM 可准确计算综合能源系统中节点气压和管道流量的概率分布。

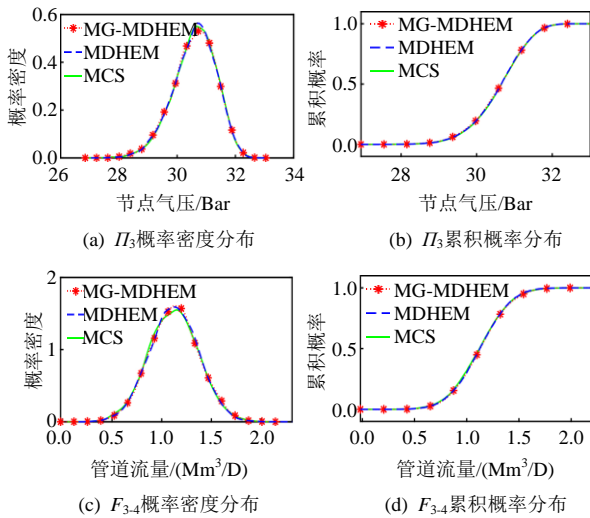


图 13 E14-G6 测试系统 Π_3 和 F_{3-4} 概率分布

Fig. 13 Probabilistic distribution of Π_3 and F_{3-4} in E14-G6 test system

4.1.2 误差分析

本节进一步借助相对误差和根均值(average root mean square, ARMS)^[37]评估所提 MG-MDHEM 方法的计算精度。

图 14 以 MCS 计算结果为基准，对比给出了采用 MG-MDHEM 和 MDHEM 计算的 E14-G6 系统部分待求变量的期望。由图 14 可知，所提 MG-MDHEM 计算得到的系统各节点电压幅值、支路有功、节点气压以及管道流量的期望与 MCS 和 MDHEM 计算结果近乎一致，验证了所提 MG-MDHEM 可准确计算各待求变量的期望。

表 2 进一步以 MCS 计算结果为基准，对比了采用 MG-MDHEM 和 MDHEM 计算的各待求变量期望和标准差的相对误差。由表 2 可知，所提 MG-MDHEM 计算的各待求变量期望与标准差的最大相对误差分别为 0.041% 和 0.876%；MDHEM 计算的各待求变量期望和标准差的最大相对误差为 0.083% 和 2.17%，验证了所提 MG-MDHEM 可准确计算各节点待求变量的期望和方差，且相对

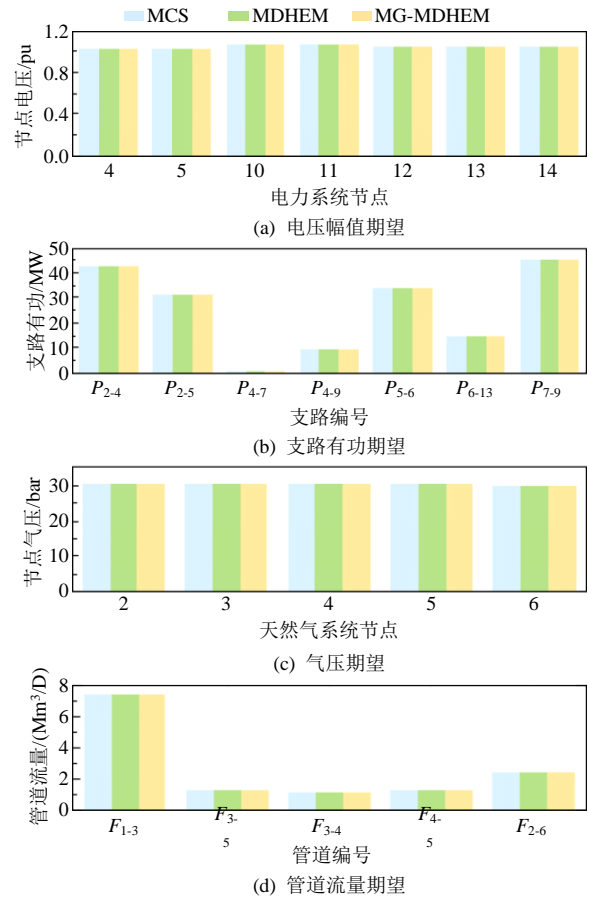


图 14 不同方法计算的

E14-G6 测试系统待求变量期望对比

Fig. 14 Mean comparison of variable in E14-G6 test system calculated by different methods

表 2 E14-G6 测试系统节点电压幅值和节点压力期望、标准差的相对误差

Table 2 Relative error comparison of mean and standard deviation of voltage magnitude and pressure in E14-G6 test system

待求变量	期望相对误差/%		标准差相对误差/%	
	MDHEM	MG-MDHEM	MDHEM	MG-MDHEM
U_4 /pu	0.005	0.013	0.877	0.869
U_5 /pu	0.004	0.010	0.933	0.841
U_{10} /pu	0.010	0.022	1.033	0.802
U_{11} /pu	0.006	0.012	1.240	0.750
U_{12} /pu	0.002	0.003	2.170	0.654
U_{13} /pu	0.001	0.005	1.657	0.876
U_{14} /pu	0.009	0.018	1.185	0.722
Π_2 /Bar	0.066	0.041	0.358	0.349
Π_3 /Bar	0.059	0.040	0.160	0.502
Π_4 /Bar	0.067	0.041	0.356	0.350
Π_5 /Bar	0.062	0.040	0.223	0.479
Π_6 /Bar	0.083	0.041	0.610	0.147

MDHEM 具有更高的计算精度。

表 3 进一步采用 ARMS 指标结果评估 MDHEM

和 MG-MDHEM 累积概率分布曲线与 MCS 累积概率分布曲线的重合程度, 由表 3 可知, 所提 MG-MDHEM 计算的各待求变量 ARMS 值最大为 0.000 044; MDHEM 计算的各待求变量 ARMS 值最大为 0.000 091, 验证了所提 MG-MDHEM 计算综合能源系统概率能量流精度更高。

表 3 E14-G6 测试系统电压和压力的根均值计算结果
Table 3 ARMSs of voltage magnitude and pressure in E14-G6 test systems

待求变量	MDHEM	MG-MDHEM
U_4	0.000 044	0.000 043
U_5	0.000 047	0.000 044
U_{10}	0.000 050	0.000 040
U_{11}	0.000 052	0.000 038
U_{12}	0.000 091	0.000 035
U_{13}	0.000 058	0.000 044
U_{14}	0.000 048	0.000 040
Π_2	0.000 030	0.000 031
Π_3	0.000 025	0.000 036
Π_4	0.000 030	0.000 030
Π_5	0.000 028	0.000 032
Π_6	0.000 035	0.000 025

4.1.3 高比例新能源接入时算法准确性验证

为验证所提 MG-MDHEM 在高渗透率新能源接入下求解综合能源系统概率能量流的准确性, 假将 E14-G6 综合能源测试系统中风电出力预测值为 120 MW, 即系统风电渗透率由 30% 升至 47%。

图 15 对比了高比例风电接入场景下所提 MG-MDHEM 与 MDHEM、MCS 计算的 E14-G6 综合能源测试系统各变量的概率密度分布。由图 15 可知, 所提 MG-MDHEM 计算的节点 4 电压幅值、支路 4-5 有功功率、节点 3 气压和管道 3-4 流量的概率密度曲线与 MCS 和 MDHEM 的计算结果近似重合, 验证了所提 MG-MDHEM 在高渗透率风电场景下求解综合能源系统潮流概率分布的准确性。

图 16 以 MCS 计算结果为基准, 对比了采用 MG-MDHEM 和 MDHEM 计算的高渗透率风电接入场景下 E14-G6 系统部分待求变量的期望。由图 16 可知, 所提 MG-MDHEM 求解的系统各节点电压幅值、支路有功、节点气压以及管道流量的期望与 MCS 和 MDHEM 计算结果一致, 验证了所提 MG-MDHEM 可准确计算各待求变量的期望。

表 4 和 5 以 MCS 计算结果为基准, 对比采用 MG-MDHEM 和 MDHEM 计算的各待求变量期望和标准差的相对误差以及 ARMS。由表 4 和 5 可知,

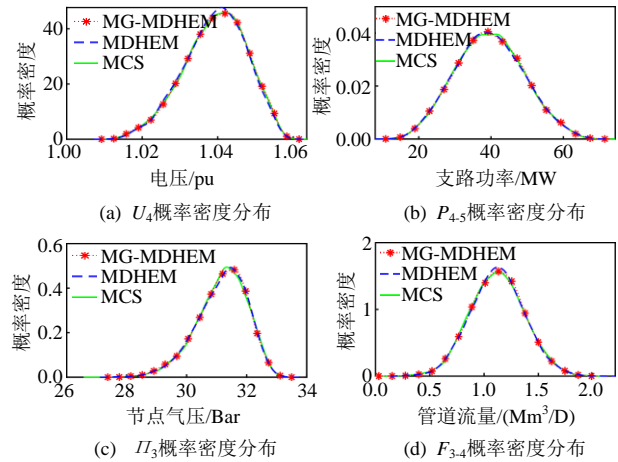


图 15 风电渗透率为 47% 时 E14-G6 测试系统 U_4 、 P_{4-5} 、 Π_3 和 F_{3-4} 概率分布

Fig. 15 Probabilistic distribution of U_4 , P_{4-5} , Π_3 and F_{3-4} in E14-G6 test system with 47% penetration of wind power

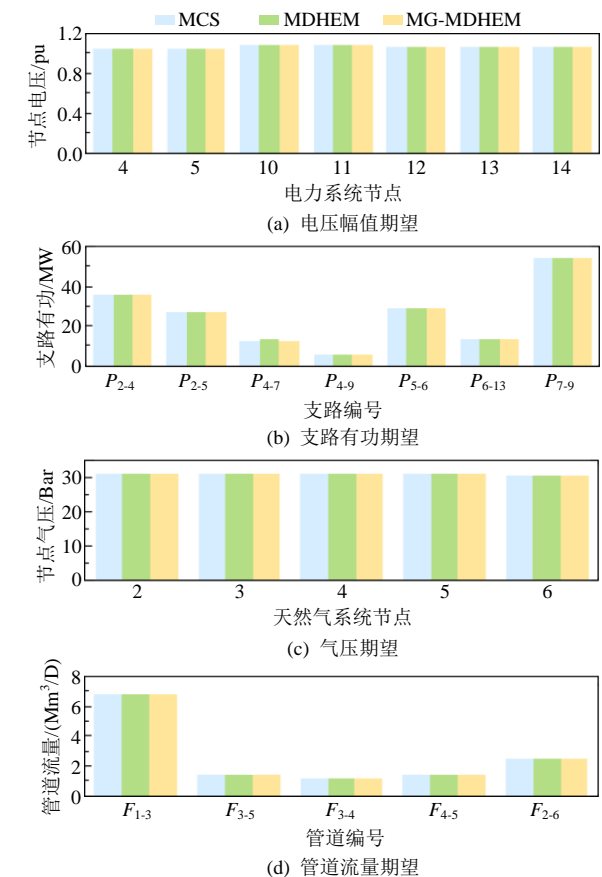


图 16 47% 风电渗透率时 E14-G6 测试系统参数期望对比
Fig. 16 Mean comparison of variable in E14-G6 test system with 47% penetration of wind power

所提 MG-MDHEM 计算的各待求变量期望与标准差的最大相对误差分别为 0.011% 和 0.742%, ARMS 值最大为 0.000 051; MDHEM 计算的各待求变量期望和标准差的最大相对误差为 0.048% 和 1.462%, ARMS 值最大为 0.000 072。上述结果进一步验证了所提 MG-MDHEM 可准确求解高渗透率风电下综

合能源系统的概率能量流。

表 4 47%风电渗透率时 E14-G6 测试系统节点电压和节点气压期望与标准差的相对误差

Table 4 Relative error comparison of mean and standard deviation of voltage magnitude and pressure in E14-G6 test system with 47% penetration of wind power

待求变量	期望相对误差/%		标准差相对误差/%	
	MDHEM	MG-MDHEM	MDHEM	MG-MDHEM
U_4 /pu	0.015	0.003	0.538	0.097
U_5 /pu	0.011	0.002	0.502	0.015
U_{10} /pu	0.024	0.005	0.539	0.133
U_{11} /pu	0.012	0.003	0.566	0.512
U_{12} /pu	0.002	0.001	1.462	0.294
U_{13} /pu	0.002	0.001	1.058	0.742
U_{14} /pu	0.016	0.003	0.427	0.208
Π_2 /Bar	0.044	0.011	0.510	0.285
Π_3 /Bar	0.043	0.009	0.552	0.114
Π_4 /Bar	0.044	0.011	0.509	0.280
Π_5 /Bar	0.043	0.009	0.468	0.118
Π_6 /Bar	0.048	0.005	1.028	0.422

表 5 47%风电渗透率时 E14-G6 测试系统节点电压和节点气压根均值计算结果

Table 5 ARMSs of voltage magnitude and pressure in E14-G6 test system with 47% penetration of wind power power in the E14-G6 integrated energy system

待求变量	MDHEM	MG-MDHEM
U_4	0.000 045	0.000 018
U_5	0.000 043	0.000 016
U_{10}	0.000 045	0.000 020
U_{11}	0.000 048	0.000 044
U_{12}	0.000 072	0.000 028
U_{13}	0.000 058	0.000 051
U_{14}	0.000 037	0.000 026
Π_2	0.000 045	0.000 030
Π_3	0.000 047	0.000 024
Π_4	0.000 042	0.000 028
Π_5	0.000 040	0.000 019
Π_6	0.000 057	0.000 039

图 17 进一步对比了风电出力预测值分别为 80 和 120 MW 时 U_4 、 $P_{4.5}$ 、 Π_3 和 $F_{1.3}$ 的概率密度分布结果，由图 17 可知，当风电渗透率升高时，电力系统的节点电压幅值和支路有功功率的波动范围增大，电力系统运行将面临更大的不确定性；同时，天然气系统中燃气轮机因需频繁调整出力以平衡高渗透率风电引起的电力系统功率大幅波动，将导致天然气系统节点气压和管道流量波动范围增大，天然气系统也将面临更大的不确定性。

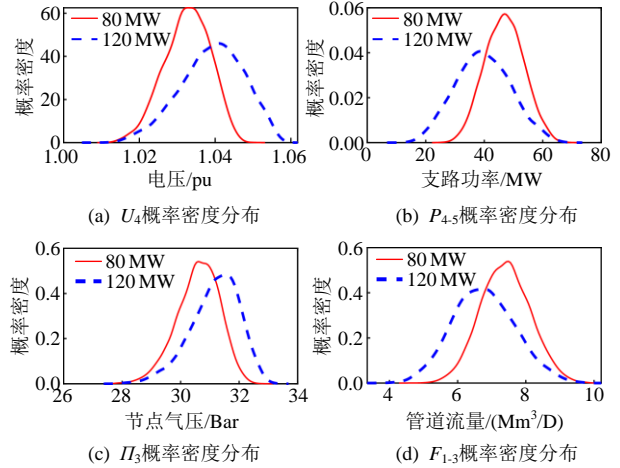


图 17 不同风电渗透率下 E14-G6 测试系统 U_4 、 $P_{4.5}$ 、 Π_3 和 $F_{1.3}$ 概率分布

Fig. 17 Probabilistic distribution comparison for V_4 、 $P_{4.5}$ 、 Π_3 and $F_{1.3}$ after integrating different proportions of wind

4.2 E118-G20 综合能源测试系统

本节以修改的 E118-G20 测试系统为例，验证所提方法在较大规模系统中应用的可行性。该测试系统中负荷为 4 242 MW，在节点 63 和 64 各接入容量为 800 MW 的风电场，各风电场出力预测值为 500 MW，系统风电渗透率约为 25%，预测误差服从形状参数为 10.7、尺度参数为 3.97 的威布尔分布，风电场参数见文献[8]；将节点 10、12、26、54、69、100 接入的火电机组更换为燃气机组，消耗的天然气由天然气网络中 6 个不同节点供给，如图 18 所示，天然气系统和燃气机组参数见文献[38]。

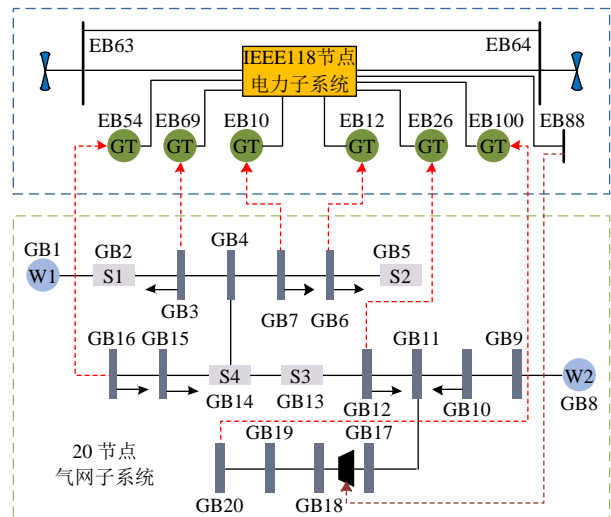


图 18 E118-G20 测试系统

Fig. 18 E118-G20 test system

假设电力系统和天然气系统的节点负荷分别满足期望为初始值，标准差为期望值 10% 的正态分布。E118-G20 测试系统对随机输入变量波动范围分

区及多胚解设置情况如图 19 所示。选择电力系统节点 88、支路 38-65 和天然气网节点 5、管道 14-15 作为研究对象，采用 MG-MDHEM、MDHEM 和 MCS 计算出的系统概率分布如图 20 所示。

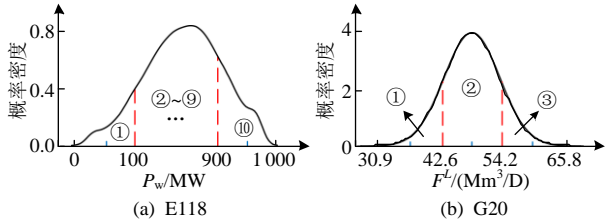


图 19 E118-G20 随机输入变量波动范围分区示意图
Fig. 19 Schematic diagram of interval separation of stochastic variable in E118-G20

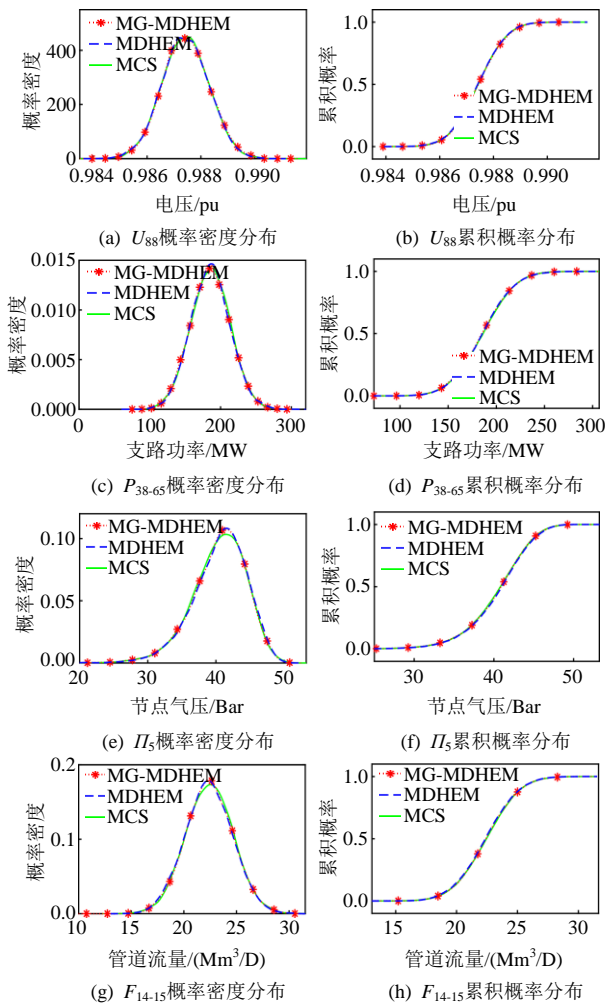


图 20 E118-G20 测试系统 U_{88} 、 P_{38-65} 、 II_5 和 F_{14-15} 概率分布
Fig. 20 Probabilistic distribution of U_{88} , P_{38-65} , II_5 and F_{14-15} in E118-G20 test system

由图 20 可知，所提 MG-MDHEM 计算的 V_{88} 、 P_{38-65} 、 II_5 和 F_{14-15} 概率密度分布与 MCS、MDHEM 计算结果近似重合，验证了所提 MG-MDHEM 可准确计算较大规模综合能源系统潮流的概率分布。

图 21 以 MCS 计算结果为基准，对比给出了采用 MG-MDHEM 和 MDHEM 计算的 E118-G20 系统部分待求变量的期望。由图 21 可知，所提 MG-MDHEM 计算得到的系统各节点电压幅值、支路有功、节点气压以及管道流量的期望与 MCS 和 MDHEM 计算结果近乎一致，验证了所提 MG-MDHEM 可准确计算各待求变量的期望。

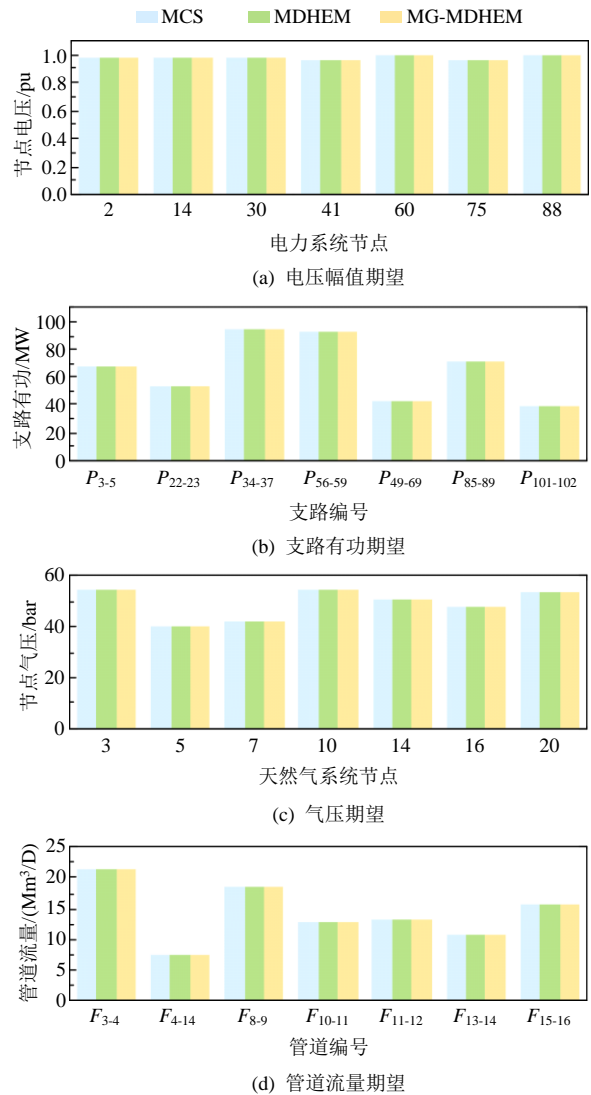


图 21 不同方法计算的 E118-G20 测试系统待求变量期望
Fig. 21 Mean comparison of variable in E118-G20 test system calculated by different methods

表 6 和 7 以 MCS 计算结果为基准，详细对比了采用 MG-MDHEM 和 MDHEM 计算的各项待求变量期望和标准差的相对误差以及 ARMS。由表 6 和 7 可知，所提 MG-MDHEM 计算的各项待求变量期望与标准差的最大相对误差分别为 0.214% 和 0.998%，ARMS 值最大为 0.000 048；MDHEM 计算的各项待求变量期望和标准差的最大相对误差为 0.196% 和 0.847%，ARMS 值最大为 0.000 044，进

表 6 E118-G20 测试系统待求变量期望和标准差的相对误差

Table 6 Relative error comparison of mean and standard deviation of voltage magnitude and pressure in E118-G20 test system

待求变量	期望相对误差/%		标准差相对误差/%	
	MDHEM	MG-MDHEM	MDHEM	MG-MDHEM
U_2/pu	0.002	0.002	0.176	0.881
U_{14}/pu	0.001	0.001	0.101	0.998
U_{30}/pu	0.001	0.001	0.643	0.952
U_{41}/pu	0.002	0.002	0.133	0.858
U_{60}/pu	0.001	0.001	0.128	0.874
U_{75}/pu	0.003	0.003	0.156	0.864
U_{88}/pu	0.001	0.001	0.670	0.881
Π_3/Bar	0.002	0.003	0.847	0.421
Π_5/Bar	0.196	0.214	0.584	0.504
Π_7/Bar	0.162	0.179	0.619	0.586
Π_{10}/Bar	0.016	0.018	0.752	0.525
Π_{14}/Bar	0.052	0.056	0.693	0.493
Π_{16}/Bar	0.088	0.096	0.678	0.520
Π_{20}/Bar	0.135	0.143	0.612	0.576

表 7 E118-G20 测试系统待求变量的根均值计算结果

Table 7 ARMSs of voltage magnitude and pressure in E118-G20 test system

待求变量	MDHEM	MG-MDHEM
U_2	0.000 016	0.000 044
U_{14}	0.000 015	0.000 048
U_{30}	0.000 035	0.000 045
U_{41}	0.000 020	0.000 043
U_{60}	0.000 019	0.000 043
U_{75}	0.000 017	0.000 042
U_{88}	0.000 038	0.000 044
Π_3	0.000 044	0.000 028
Π_5	0.000 035	0.000 030
Π_7	0.000 036	0.000 038
Π_{10}	0.000 040	0.000 032
Π_{14}	0.000 038	0.000 029
Π_{16}	0.000 037	0.000 032
Π_{20}	0.000 031	0.000 037

一步验证了所提 MG-MDHEM 可准确求解大规模综合能源系统的概率能量流。

4.3 计算效率分析

本节进一步对比了 MG-MDHEM 串行和并行以及传统 MDHEM 的计算效率。

4.3.1 MG-MDHEM 串、并行计算效率对比

在计算 IES 概率能流时，需多次调用多元商差法求解不同场景下各待求变量半解析解的帕德近似值，进而作为稳态能量流解。

表 8 对比了在 E14-G6、E118-G20 综合能源测试系统中分别采用 MG-MDHEM 的串行和并行方法计算概率能量流时帕德近似的耗时，由表 8 可知，所提 MG-MDHEM 并行计算方法可有效提高概率能量流计算效率，在 E14-G6 测试系统中 MG-MDHEM 并行计算效率相对 MG-MDHEM 串行计算效率提升约 5.9 倍，在 E118-G20 测试系统中 MG-MDHEM 并行计算效率相对串行计算效率提升约 9.8 倍，系统规模越大提升效果越明显，验证了所提 MG-MDHEM 并行计算方法在求解综合能源系统概率能量流时具有较高的计算效率。

表 8 MG-MDHEM 串并行计算概率能量流中帕德近似耗时

Table 8 Pad é approximation time comparison of serial and parallel MG-MDHEM for solving probabilistic energy flow

计算方法	E14-G6	E118-G20
MG-MDHEM 串行/s	2.42	18.66
MG-MDHEM 并行/s	0.41	1.90

4.3.2 MG-MDHEM 与 MDHEM 计算效率对比

表 9 对比了 MDHEM 与 MG-MDHEM 在计算 E14-G6 和 E118-G20 综合能源测试系统的概率能流时半解析解所需的幂级数阶数。由表 9 可知，为获得较好收敛效果，MDHEM 的半解析解阶数均大于二阶，会导致幂级数求解和多场景帕德近似部分计算量较大；而 MG-MDHEM 通过自适应分区设置多胚解，各子区间的半解析解仅为二阶幂级数即可保证收敛，有效减少了计算量。

表 9 MDHEM 和 MG-MDHEM 所需计算阶数对比

Table 9 Computational order comparison of between MDHEM and MG-MDHEM

算例系统	MDHEM		MG-MDHEM	
	电网	气网	电网	气网
E14-G6	3 阶	4 阶	2 段(每段 2 阶)	2 段(每段 2 阶)
E118-G20	5 阶	6 阶	10 段(每段 2 阶)	3 段(每段 2 阶)

表 10 进一步对比了采用不同方法计算 IES 概率能量流的计算耗时，由表 10 可知，所提 MG-MDHEM 无论采用串行计算还是并行计算，耗时均比 MDHEM 少，且远小于 MCS 计算耗时；在 E14-G6 测试系统中 MG-MDHEM 并行计算效率相对 MDHEM 并行计算效率提升约 1.9 倍，在 E118-G20 测试系统中 MG-MDHEM 并行计算效率相对 MDHEM 并行计算效率提升约 6.8 倍，验证了所提方法在求解 IES 潮流概率分布时具有较高计算效率。

表 10 不同方法计算 IES 概率能量流的时间对比
Table 10 Computational time comparison of different methods for solving probabilistic energy flow

计算方法	E14-G6	E118-G20
传统 MCS 法/s	79.58	94.91
MDHEM 串行/s	5.09	87.57
MDHEM 并行/s	1.26	17.29
MG-MDHEM 串行/s	2.83	19.27
MG-MDHEM 并行/s	0.68	2.53

5 结论

本文提出一种求解综合能源系统概率能量流的多胚解-多维全纯嵌入计算方法,通过 E14-G6 和 E118-G20 测试系统对所提方法进行分析、验证,结论如下:

1) 所提 MG-MDHEM 充分借助全纯嵌入计算方法的半解析解特性,通过将随机输入变量的大范围波动区间划分为多个子区间,在各子区间内设置物理胚解递推求解待求变量的半解析解,降低了待求变量的半解析解阶数,在保证计算精度同时提高了综合能源系统概率能量流的求解效率。

2) 相对 MCS 计算结果,所提 MG-MDHEM 计算的综合能源系统各待求变量期望和标准差的相对误差均小于 1%、待求变量累积概率分布曲线 ARMS 值均小于 0.000 051,验证了所提方法可实现综合能源系统概率能量流的高精度求解。

3) 相对 MG-MDHEM 串行计算方法、MDHEM 串行计算方法和 MDHEM 并行计算方法,所提 MG-MDHEM 并行计算方法可实现多场景能量流的同步求解,显著减少了综合能源系统概率能量流的计算耗时,提升了概率能量流的计算效率。

参考文献

[1] 余晓丹, 徐宪东, 陈硕翼, 等. 综合能源系统与能源互联网综述[J]. 电工技术学报, 2016, 31(1): 1-13.
YU Xiaodan, XU Xiandong, CHEN Shuoyi, et al. A brief review to integrated energy system and energy internet [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(1): 1-13(in Chinese).

[2] 李晖, 刘栋, 姚丹阳. 面向碳达峰碳中和目标的我国电力系统发展研判[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(18): 6245-6258.
LI Hui, LIU Dong, YAO Danyang. Analysis and reflection on the development of power system towards the goal of carbon emission peak and carbon neutrality [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(18): 6245-6258(in

Chinese).

- [3] 王伟亮, 王丹, 贾宏杰, 等. 能源互联网背景下的典型区域综合能源系统稳态分析研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(12): 3292-3305.
WANG Weiliang, WANG Dan, JIA Hongjie, et al. Review of steady-state analysis of typical regional integrated energy system under the background of energy internet [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(12): 3292-3305(in Chinese).
- [4] 胡泉, 尚策, 程浩忠, 等. 综合能源系统能流计算方法述评与展望[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(18): 179-191.
HU Xiao, SHANG Ce, CHENG Haozhong, et al. Review and prospect of calculation method for energy flow in integrated energy system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(18): 179-191(in Chinese).
- [5] CHEN Sheng, WEI Zhinong, SUN Guoqiang, et al. Multi-linear probabilistic energy flow analysis of integrated electrical and natural-gas systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(3): 1970-1979.
- [6] 韩佳, 苗世洪, 李超, 等. 计及相关性的电-气-热综合能源系统概率最优能量流[J]. 电工技术学报, 2019, 34(5): 1055-1067.
HAN Ji, MIAO Shihong, LI Chao, et al. Probabilistic optimal energy flow of electricity-gas-heat integrated energy system considering correlation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(5): 1055-1067(in Chinese).
- [7] HU Yuan, LIAN Haoran, BIE Zhaohong, et al. Unified probabilistic gas and power flow[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2017, 5(3): 400-411.
- [8] 陈胜, 卫志农, 孙国强, 等. 电-气混联综合能源系统概率能量流分析[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(24): 6331-6340.
CHEN Sheng, WEI Zhinong, SUN Guoqiang, et al. Probabilistic energy flow analysis in integrated electricity and natural-gas energy systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(24): 6331-6340(in Chinese).
- [9] 邓威, 李欣然, 徐振华, 等. 考虑风速相关性的概率潮流计算及影响分析[J]. 电网技术, 2012, 36(4): 45-50.
DENG Wei, LI Xinran, XU Zhenhua, et al. Calculation of probabilistic load flow considering wind speed correlation and analysis on influence of wind speed correlation[J]. Power System Technology, 2012, 36(4): 45-50(in Chinese).
- [10] 刘宇, 高山, 杨胜春, 等. 电力系统概率潮流算法综述[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(23): 127-135.
LIU Yu, GAO Shan, YANG Shengchun, et

- al. Review on algorithms for probabilistic load flow in power system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(23): 127-135(in Chinese).
- [11] 张博文, 孙永辉, 张世达. 基于 SOCP 的综合能源系统日前调度概率最优能量流[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(6): 25-33.
ZHANG Bowen, SUN Yonghui, ZHANG Shida. Second-order cone programming based probabilistic optimal energy flow of day-ahead dispatch for integrated energy system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(6): 25-33(in Chinese).
- [12] 曾博, 胡强, 刘裕, 等. 考虑需求响应复杂不确定性的电-气互联系统动态概率能流计算[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(4): 1161-1171.
ZENG Bo, HU Qiang, LIU Yu, et al. Dynamic probabilistic energy flow calculation for interconnected electricity-gas system considering complex uncertainties of demand response[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(4): 1161-1171(in Chinese).
- [13] 张儒峰, 姜涛, 李国庆, 等. 基于最大熵原理的电-气综合能源系统概率能量流分析[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(15): 4430-4440.
ZHANG Rufeng, JIANG Tao, LI Guoqing, et al. Maximum entropy based probabilistic energy flow calculation for integrated electricity and natural gas systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(15): 4430-4440(in Chinese).
- [14] 廖星星, 吴奕, 卫志农, 等. 基于 GMM 及多点线性半不变量法的电-热互联综合能源系统概率潮流分析[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(8): 55-62.
LIAO Xingxing, WU Yi, WEI Zhinong, et al. Probabilistic power flow analysis of integrated electricity-heat energy system based on GMM and multi-point linear cumulant method[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8): 55-62(in Chinese).
- [15] 石东源, 蔡德福, 陈金富, 等. 计及输入变量相关性的半不变量法概率潮流计算[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(28): 104-113.
SHI Dongyuan, CAI Defu, CHEN Jinfu, et al. Probabilistic load flow calculation based on cumulant method considering correlation between input variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(28): 104-113(in Chinese).
- [16] 李雪, 李博, 姜涛, 等. 主动配电网潮流的全纯嵌入计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(11): 4210-4226.
LI Xue, LI Bo, JIANG Tao, et al. A holomorphic embedding power flow algorithm for active distribution network[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(11): 4210-4226(in Chinese).
- [17] TRIAS A. The holomorphic embedding load flow method[C]//IEEE Power and Energy Society General Meeting. San Diego: IEEE, 2012: 1-8.
- [18] 姜涛, 张勇, 李雪, 等. 电力系统交直流潮流的全纯嵌入计算[J]. 电工技术学报, 2021, 36(21): 4429-4443, 4481.
JIANG Tao, ZHANG Yong, LI Xue, et al. A holomorphic embedded method for solving power flow in hybrid AC-DC power system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(21): 4429-4443, 4481(in Chinese).
- [19] RAO S, FENG Yang, TYLAVSKY D J, et al. The holomorphic embedding method applied to the power-flow problem[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 3816-3828.
- [20] LIU Chengxi, WANG Bin, XU Xin, et al. A multi-dimensional holomorphic embedding method to solve AC power flows[J]. IEEE Access, 2017, 5: 25270-25285.
- [21] XU Xin, YAO Rui, SUN Kai, et al. A semi-analytical solution approach for solving constant-coefficient first-order partial differential equations[J]. IEEE Control Systems Letters, 2022, 6: 704-709.
- [22] SUN Yuge, DING Tao, SHAHIDEHPOUR M. A multi-variable analytical method for energy flow calculation in natural gas systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(2): 1767-1770.
- [23] LIU Chengxi, WANG Bin, HU Fengkai, et al. Online voltage stability assessment for load areas based on the holomorphic embedding method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 3720-3734.
- [24] 靳康萌, 张沛, 邓晓洋, 等. 基于 K-means 聚类技术改进的多线性蒙特卡洛概率能流算法[J]. 电网技术, 2019, 43(1): 65-73.
JIN Kangmeng, ZHANG Pei, DENG Xiaoyang, et al. Improved multi-linear monte carlo probabilistic energy flow calculation method based on K-means clustering technique[J]. Power System Technology, 2019, 43(1): 65-73(in Chinese).
- [25] SHABANPOUR-HAGHIGHI A, SEIFI A R. An integrated steady-state operation assessment of electrical, natural gas, and district heating networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 3636-3647.
- [26] 彭石, 谢宁, 王承民, 等. 基于 CHP 物理特性等值建模的气-电-热混合能流统一分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2025, 45(7): 2579-2593.
PENG Shi, XIE Ning, WANG Chengmin, et al. Unified analysis method of gas-electricity-heat hybrid energy flow based on physical characteristic equivalence modelling of CHP[J]. Proceedings of the CSEE, 2025,

- 45(7): 2579-2593(in Chinese).
- [27] 徐宪东, 贾宏杰, 靳小龙, 等. 区域综合能源系统电/气/热混合潮流算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(14): 3634-3642.
- XU Xiandong, JIA Hongjie, JIN Xiaolong, et al. Study on hybrid heat-gas-power flow algorithm for integrated community energy system[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(14): 3634-3642(in Chinese).
- [28] 李雪, 高翔, 姜涛, 等. 电力系统全纯嵌入潮流的并行计算[J]. 电工技术学报, 2024, 39(18): 5839-5854.
- LI Xue, GAO Xiang, JIANG Tao, et al. Parallel computing method of power system holomorphic embedded power flow[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(18): 5839-5854(in Chinese).
- [29] 李雪, 付云跃, 姜涛, 等. 基于多项式混沌展开的交直流系统全纯嵌入概率潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2024, 48(18): 177-188.
- LI Xue, FU Yunyue, JIANG Tao, et al. Holomorphic embedding probabilistic power flow calculation method for AC/DC system based on polynomial chaos expansion[J]. Automation of Electric Power Systems, 2024, 48(18): 177-188(in Chinese).
- [30] 姜涛, 张道远, 李雪, 等. 基于自适应幂级数初始点的电力系统全纯嵌入潮流并行计算[J]. 电力自动化设备, 2023, 43(10): 208-216.
- JIANG Tao, ZHANG Daoyuan, LI Xue, et al. Adaptive power series initial points based holomorphic embedding load flow parallel calculation for power system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2023, 43(10): 208-216(in Chinese).
- [31] 张通. 综合能源系统运行状态分析与仿真计算方法研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2021.
- ZHANG Tong. State analysis and simulation method of integrated energy systems[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2021(in Chinese).
- [32] LIU Chengxi, LAI Qiupin. Power flow analytical solutions and multi-dimensional voltage stability boundaries based on multivariate quotient-difference method[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2024, 10(3): 1168-1178.
- [33] 隋冰彦, 侯恺, 贾宏杰, 等. 基于最大熵原理的含风电和电动汽车电力系统概率潮流[J]. 电网技术, 2016, 40(12): 3696-3705.
- SUI Bingyan, HOU Kai, JIA Hongjie, et al. Maximum entropy based probabilistic load flow for power system with wind power and electric vehicles[J]. Power System Technology, 2016, 40(12): 3696-3705(in Chinese).
- [34] 姜涛, 陈顺, 王长江, 等. 基于最大熵原理的新能源多场站短路比概率评估[J]. 中国电机工程学报, 2025, 45(23): 9266-9279.
- JIANG Tao, CHEN Shun, WANG Changjiang, et al. Probabilistic short circuit ratio calculation of multiple renewable energy stations in power systems using maximum entropy principle[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(23): 9266-9279(in Chinese).
- [35] 姜涛, 李春晖, 张儒峰, 等. 基于多项式混沌展开的电力系统概率可用输电能力评估[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(2): 489-503.
- JIANG Tao, LI Chunhui, ZHANG Rufeng, et al. Probabilistic available transfer capacity evaluation of power systems using polynomial chaos expansion [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(2): 489-503(in Chinese).
- [36] 徐晶, 徐科, 王世举, 等. 基于分立求解的电气耦合综合能源系统多能流联合计算方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2022, 34(1): 114-120.
- XU Jing, XU Ke, WANG Shiju, et al. Multi-energy flow calculation method for integrated electricity-gas system based on discrete solution[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2022, 34(1): 114-120(in Chinese).
- [37] 黎晨阳, 张沈习, 程浩忠, 等. 计及相关性的电-气互联区域综合能源系统概率多能流计算[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(21): 42-49.
- LI Chenyang, ZHANG Shenxi, CHENG Haozhong, et al. Correlation-based probabilistic multi-energy flow calculation of regional integrated energy system with combined electricity and natural gas[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(21): 42-49(in Chinese).
- [38] WEI Zhinong, CHEN Sheng, SUN Guoqiang, et al. Probabilistic available transfer capability calculation considering static security constraints and uncertainties of electricity-gas integrated energy systems[J]. Applied Energy, 2016, 167: 305-316.

附录A 电力子系统 MDHEM 高阶幂级数的递推表达式

$$\begin{cases}
 U_h[n_1, \dots, n_D] = 0, h \in \text{slack} \\
 \sum_{k=1}^N Y_{ak} U_k[n_1, \dots, n_D] - S_{a0}^* W_a^*[n_1, \dots, n_D] = \\
 S_{a0}^* W_a^*[n_1, \dots, n_{x(a)} - 1, \dots, n_D], a \in PQ \\
 \sum_{k=1}^N Y_{ek} U_k[n_1, \dots, n_D] - P_{e0} W_e^*[n_1, \dots, n_D] + \\
 jQ_e[n_1, \dots, n_D] W_{e0}^* + jQ_{e0} W_e^*[n_1, \dots, n_D] = \\
 -j \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (Q_e W_e^*)[k_1, k_2, \dots, k_D], e \in PV \\
 U_{e0} * U_e^*[n_1, \dots, n_D] + U_e[n_1, \dots, n_D] U_{e0}^* = \\
 - \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (U_e U_e^*)[k_1, k_2, \dots, k_D], e \in PV \\
 U_{t0} * W_t^*[n_1, \dots, n_D] + U_t[n_1, \dots, n_D] W_{t0}^* = \\
 - \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (U_t W_t^*)[k_1, k_2, \dots, k_D], t \notin \text{slack}
 \end{cases} \quad (A1)$$

式中: 下标带 0 的变量均通过物理胚解计算求得; Conv 表

示多维离散卷积，卷积公式如式(A2)所示：

$$\text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_d-1} (AB)[k_1, k_2, \dots, k_D] = \sum_{t_1=1}^{n_1-1} \sum_{t_2=1}^{n_2-1} \dots \sum_{t_D=1}^{n_D-1} A[t_1, \dots, t_D] B[n_1-t_1, \dots, n_D-t_D] \quad (A2)$$

附录 B 天然气子系统 MDHEM 高阶幂级数的递推表达式

$$\begin{cases} \Pi_i[n_1, \dots, n_D] = 0, \quad i = 1 \\ \sum_{b=1}^B A_{ib} F_b[n_1, \dots, n_D] = \begin{cases} F_i^L, & n_{x=k} = 1 \quad i \in I_k \\ n_{x \neq k} = 0, & k = 1, 2, \dots, D \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ 2E_{b0}^p E_b^p[n_1, \dots, n_D] - 2F_{b0} F_b[n_1, \dots, n_D] = \\ \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (F_b F_b)[k_1, \dots, k_D] - \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (E_b^p E_b^p)[k_1, \dots, k_D] \\ C_b^2 (2\Pi_{i0} \Pi_i[n_1, \dots, n_D] - 2\Pi_{j0} \Pi_j[n_1, \dots, n_D]) - \\ (F_{b0} E_b^p[n_1, \dots, n_D] + F_b[n_1, \dots, n_D] E_{b0}^p) = \\ \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (F_b E_b^p)[k_1, \dots, k_D] - C_b^2 \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (\Pi_i \Pi_j)[k_1, \dots, k_D] + \\ C_b^2 \text{Conv}_{k_j=1, d=1-D}^{k_j=n_j-1} (\Pi_j \Pi_j)[k_1, \dots, k_D] \end{cases} \quad (B1)$$

式中： Π_{i0} 、 F_{b0} 、 E_{b0}^p 为各变量的物理胚解， I_k 表示气负荷的分组编号。

附录 C 多元商差法

商差表 Z 可写成矩阵的形式：

$$Z = \begin{bmatrix} d_0^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ d_0^{(1)} & q_1^{(0)} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ d_0^{(2)} & q_1^{(1)} & d_1^{(0)} & 0 & 0 & \dots \\ d_0^{(3)} & q_1^{(2)} & d_1^{(1)} & q_2^{(0)} & 0 & \dots \\ d_0^{(4)} & q_1^{(3)} & d_1^{(2)} & q_2^{(1)} & d_2^{(0)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (C1)$$

商差表中元素的计算如式(C2)所示：

$$\begin{cases} d_0^{(m)} = 0, \quad m = 0, 1, \dots \\ q_1^{(m)} = \frac{\sum_{n_1+\dots+n_D=m+1} c[n_1, \dots, n_D] s_1^{n_1} s_2^{n_2} \dots s_D^{n_D}}{\sum_{n_1+\dots+n_D=m} c[n_1, \dots, n_D] s_1^{n_1} s_2^{n_2} \dots s_D^{n_D}}, \quad m = 0, 1, \dots \\ d_f^{(m)} = q_f^{(m+1)} + d_{f-1}^{(m+1)} - q_f^{(m)}, \quad f = 1, 2, \dots; m = 0, 1, \dots \\ q_{f+1}^{(m)} = q_f^{(m+1)} d_f^{(m+1)} / d_f^{(m)}, \quad f = 1, 2, \dots; m = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (C2)$$

式中： d_f 和 q_f 分别为差项和商项，交替出现在商差表中； $c[n_1, \dots, n_D]$ 为多元幂级数系数； m 为商差表中某一列差项或商项序号的索引； f 为商差表中某一行差项或商项的序号索引。

根据式(C2)计算出商差表后，即可通过式(C3)得到多元幂级数的对角帕德近似值。

$$x_k(s_1, s_2, \dots, s_D) = c[0, 0, \dots, 0] + \frac{c[1, 0, \dots, 0]s_1 + \dots + c[0, 0, \dots, 1]s_D}{1 - q_1^{(1)} / \{1 - d_1^{(1)} [1 - q_2^{(1)} / (1 + \dots)]\}} \quad (C3)$$

附录 D 部分待求变量半解析解的幂级数系数

表 D1 U_4 的二阶半解析解幂级数系数汇总

Table D1 Summary of power series coefficients of the second order semi analytical solution of U_4

幂级数系数索引	子区间 1	子区间 2
$U_4[0,0,0]$	1.011 3-j0.165 5	1.029 2-j0.131 8
$U_4[1,0,0]$	-0.040 1-j0.105 2	-0.033 9-j0.105 6
$U_4[0,1,0]$	0.009 7+j0.016 7	0.024 7+j0.052 9
$U_4[0,0,1]$	-0.003 8-j0.011 3	-0.003 2-j0.011 5
$U_4[2,0,0]$	-0.009 0+j0.000 2	-0.008 4+j0.000 0
$U_4[1,1,0]$	0.003 2-j0.000 3	0.008 9-j0.000 5
$U_4[1,0,1]$	-0.002 0+j0.000 1	-0.001 9+j0.000 0
$U_4[0,2,0]$	-0.000 4+j0.000 1	-0.003 1+j0.000 5
$U_4[0,1,1]$	0.000 3-j0.000 1	0.000 9-j0.000 2
$U_4[0,0,2]$	-0.000 2-j0.000 1	-0.000 2-j0.000 1

表 D2 Π_3 的二阶半解析解幂级数系数汇总

Table D2 Power series coefficients of the second order semi analytical solution of Π_3

幂级数系数索引	子区间 1	子区间 2
$\Pi_3[0,0]$	31.208	29.416
$\Pi_3[1,0]$	-2.766	-6.428
$\Pi_3[0,1]$	-4.500	-5.800
$\Pi_3[2,0]$	-0.759	-3.242
$\Pi_3[1,1]$	-2.461	-4.478
$\Pi_3[0,2]$	-1.994	-2.343



李雪

在线出版日期：2025-03-11。

收稿日期：2024-10-08。

作者简介：

李雪(1986)，女，博士，教授，博士生导师，主要研究方向为电力系统安全性与稳定性、电力系统高性能计算、电力市场，xli@neepu.edu.cn;

李栋(1998)，男，硕士研究生，研究方向为综合能源系统高性能计算，914389234@aliyun.com;

*通信作者：姜涛(1983)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为电力系统安全性与稳定性、可再生能源集成、综合能源系统，electricpowersys@163.com;

李国庆(1963)，男，博士，教授，博士生导师，主要研究方向为电力系统安全性与稳定性分析、柔性直流输电、输变电设备状态监测，lgq@neepu.edu.cn。

(责任编辑 邱丽萍)