

节点边际电价机制的经济学性质归纳与局限性分析

王怡, 杨知方*

(输变电装备技术全国重点实验室(重庆大学), 重庆市 沙坪坝区 400044)

Economic Properties and Limitations Analysis of Locational Marginal Pricing Mechanism

WANG Yi, YANG Zhifang*

(State Key Laboratory of Power Transmission Equipment Technology (Chongqing University),

Shapingba District, Chongqing 400044, China)

ABSTRACT: The locational marginal pricing (LMP) scheme is a commonly used pricing scheme in domestic and international electricity spot markets. Existing research has discussed certain economic properties of LMP under specific market-clearing models. However, current studies lack a thorough analysis of the conditions under which LMP ensures properties including interpretability, competitive equilibrium, cost recovery, and revenue adequacy. The limitations of LMP require systematic demonstration. When LMP fails to guarantee properties in actual market clearing problems, it may lead to significant lost opportunity costs or cost recovery shortfalls, which is detrimental to the stability of market operations. Therefore, this paper comprehensively analyzes the economic properties and limitations of LMP. Firstly, it summarizes the economic properties an ideal pricing scheme should satisfy, delineating the property requirements. Then, based on a market clearing problem that considers multiple types of market participants, including thermal and hydroelectric units, this paper derives the price formulation, systematically organizes the conditions under which LMP guarantees these properties and proves them. It clarifies the mechanism by which LMP can satisfy economic properties under specific market-clearing models or the reasons for potential property impairments. Finally, this paper constructs simple and illustrative cases that demonstrate the impairments of the economic properties of LMP under actual market clearing conditions, such as the optimality limitation of the dispatch solutions, the non-convexity of thermal units, the upstream and downstream coupling of hydroelectric units, and restrictions on planned electricity, thereby substantiating the

limitations of the LMP scheme in practical applications.

KEY WORDS: locational marginal price; electricity spot market; competitive equilibrium; cost recovery; revenue adequacy

摘要: 节点边际电价机制是国内外电力现货市场常用的定价机制。已有研究对特定市场出清模型下节点边际电价的部分经济学性质展开讨论。然而, 当前研究尚未能全面剖析节点边际电价机制保证可解释性、竞争均衡性、成本回收性、收入充足性等经济学性质的成立条件, 电价机制的局限性有待系统论证。事实上, 当实际市场出清问题中节点边际电价机制无法保证重要性质成立时, 可能会导致较大的机会成本损失或成本回收缺额, 不利于电力市场运营的稳定性。为此, 该文深入剖析节点边际电价机制的经济学性质及其局限性。首先, 归纳整理定价机制应当满足的理想经济学性质, 解析表征定价机制的经济学性质要求; 然后, 基于考虑火电、水电等多类型市场主体的市场出清问题, 推导节点边际电价的计算表达式, 系统梳理并证明节点边际电价, 保证各经济学性质的成立条件, 明确节点边际电价能在特定市场出清模型满足各性质的机理或性质受损的原因; 最后, 构造简单易懂的示意性案例, 清晰展示调度计划最优性受限、火电机组非凸运行约束、水电机组上/下游耦合、计划电限制等实际市场出清条件下节点边际电价的经济学性质受损问题, 论证节点边际电价机制在实际应用中的局限性。

关键词: 节点边际电价; 电力现货市场; 竞争均衡; 成本回收; 收入充足

0 引言

电力市场建设是我国新一轮电力体制改革的重点任务。电力现货市场作为电力市场体系的核心环节, 是促进电力系统向清洁低碳、安全高效转型的关键^[1]。价格是电力现货市场中协调供需双方行为、引导资源优化配置的重要工具^[2-3]。合理的定价机制不仅是电力现货市场建设的核心, 也是保证

基金项目: 国家自然科学基金项目(面上项目)(52177072); 中国科协青年人才托举工程项目(2023QNRC001)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (General Program) (52177072); Young Elite Scientists Sponsorship Program by CAST (2023QNRC001).

竞争性市场环境下电力系统安全稳定运行的重要基础^[4-5]。

学术界与工业界基于经济学理论与实际市场运营经验已提出多种关于定价机制的性质要求。例如，哈佛大学的电力市场专家 William W. Hogan 指出“价格支撑调度指令”是定价机制设计的关键目标之一^[6-7]，即市场运营机构发布价格信号与调度指令给市场主体，在该价格信号下，系统调度指令恰好是市场主体追求个体利益最大化的最优自调度决策，该性质也被称为支撑竞争均衡(support a competitive equilibrium)^[8]，或无嫉妒性(Envy-freeness)^[9]，或遵从性激励相容(dispatch followed incentive compatibility)^[10]；机制设计理论提出市场效率(market efficiency)、成本回收(cost recovery)、收入充足(revenue adequacy)、激励相容(incentive compatibility)等性质要求^[11]；美国独立系统运营机构 ISO-NE(Independent System Operator-New England)的电力市场机制设计专家 Tongxin Zheng 等指出定价机制的性质要求或评价准则包括高效(efficiency)、透明(transparency)、简洁(simplicity)^[12]。

目前，节点边际电价(locational marginal price, LMP)是广东、山西等国内现货市场试点地区与 PJM(pennsylvania-jersey-maryland interconnection)、MISO(midcontinent independent system operator)、CAISO(california independent system operator)、ISO-NE 等国外电力市场广泛采用的定价机制^[13-14]。LMP 被定义为满足节点新增单位负荷需求的系统边际成本增量，由经济调度问题的对偶解(或影子价格)基于电价表达式计算获得^[15-16]。

现有文献对于 LMP 的研究主要集中在 LMP 机制在具体市场出清模型的拓展应用与 LMP 机制的性质分析。前者构建考虑电力系统不同运行特性的市场出清模型，然后基于 LMP 的初始定义，拓展其价格表达式；后者主要在给定市场出清模型下分析 LMP 在特定经济学性质上的表现或价格信号的物理意义与影响因素。

在拓展应用方面，考虑到电力系统运行遵从复杂的物理规律，为提供更准确的价格信号反映电力系统的供需特性，支撑电力资源的合理有效分配，部分研究基于 LMP 的初始定义与更接近系统实际运行特征的市场出清模型推导相应的边际电价^[17]。例如，文献[18-19]研究考虑无功的 LMP，基于交流潮流优化(alternating current optimal

power flow, ACOPF)模型推导电价；文献[20]研究考虑网损的 LMP，基于考虑网损的直流潮流优化(direct current optimal power flow, DCOPF)模型推导价格信号，所得电价由能量分量、阻塞分量和网损分量 3 部分构成；文献[21]基于线性化潮流模型，研究电价网损分量的精度提升方法；文献[22]基于考虑安全风险的市场出清模型推导电价，拓展新的电价分量，即风险分量，以反映系统的边际风险成本；文献[23]基于机会约束经济调度模型推导新能源不确定性价格分量，以分摊平抑新能源不确定性需要的费用。

在性质分析方面，由于电力市场出清流程通常涉及多个市场出清问题(包括机组组合、经济调度等)的序贯求解，前一个市场出清问题的解会影响后一个市场出清问题的参数，而 LMP 由经济调度问题的对偶解构成，本质上受到经济调度问题最优性条件的严格限制，因此，LMP 在经济学性质上的表现与市场出清流程中所涉及问题的特性紧密相关，部分研究在特定市场出清模型假设下分析 LMP 的性质。例如，文献[24]在市场出清模型为凸问题的假设下证明 LMP 的激励相容性(在本文中称为竞争均衡性)；文献[24-25]指出在考虑火电机组非凸特性的情况下，LMP 机制无法支撑最优调度方案，市场主体存在偏离调度指令的动机；文献[26]分析机组最大最小出力约束、爬坡约束对 LMP 及系统电能价格分量、阻塞分量的影响；文献[27]基于机组可行域的简化假设，对比分析边际电价机制与所提价值公平分配机制的经济学性质。

综上，现有研究在特定市场出清问题下，展示了 LMP 机制的可拓展性，证明了其在部分经济学性质上的表现。然而，当前研究未能全面梳理使用 LMP 机制保证可解释性、竞争均衡性、成本回收性、收入充足性等各个经济学性质的成立条件，即对于市场出清模型参数、市场出清决策方法、市场主体成本函数、市场主体可行域等方面的要求。实际电力现货市场通常面临复杂的市场主体特性与市场运行条件，如火电的非凸特性、水电的上下游耦合性、计划电限制、新能源消纳限制、调度决策最优性受限等。若在市场出清问题中计及上述复杂的市场主体特性与市场运行条件，使用 LMP 机制可能无法保证某些经济学性质，不仅会导致市场主体存在偏离调度指令的动机，还可能导致市场主体难以回收运行成本，损伤市场主体参与市场的积极性，

不利于电力市场建设的进一步推进。

因此,有必要系统梳理定价机制所需满足的经济学性质,并剖析 LMP 机制的局限性,从而,一方面,在面向实际市场出清问题时,从理论上明确在该问题下使用 LMP 机制是否能保证所需性质及其对应原因,以此作为定价、补偿等机制设计的重要参考;另一方面,在需要根据政策规定或运营原则(如保证清洁能源消纳、限制碳排放、保障系统运行稳定性等)修订当前市场出清模型时,明确修订行为对节点边际电价经济学性质可能造成的影响,以调整修订行为为尽可能避免该影响或辅助设计相应的补偿机制。

为此,本文主要开展以下两方面工作:

1) 归纳定价机制应当满足的理想经济学性质,解析表征定价机制可解释性、竞争均衡性、成本回收性、收入充足性等性质要求;然后,构建考虑火电、水电等多类型市场主体的一般形式市场出清问题,推导分析节点边际电价的计算表达式,系统梳理节点边际电价保证各经济学性质的成立条件,并给出严格证明,明确节点边际电价能在特定市场出清模型满足经济学性质的机理与在复杂市场运行条件下经济学性质受损的原因;

2) 构造简单易懂的示意性案例,在保证清洁能源消纳、调度计划最优性受限、火电机组非凸运行约束、水电机组上下游耦合特性、计划电限制等实际市场出清条件下清晰展示节点边际电价机制的经济学性质受损问题,论证节点边际电价机制在实际应用中的局限性,可为电力市场定价机制研究提供有益参考。

1 定价机制经济学性质梳理及解析表征

学术界与工业界基于经济学理论与市场运营经验提出多种理想定价机制需满足的经济学性质^[28]。由于不同文献所关注的经济学性质有所区别,且同一经济学性质的命名可能不同,为避免混淆、便于理解,本节综合现有文献研究与我国实践需求,梳理和解析定价机制所需满足的几个重要经济学性质。一般为保证市场的公平性与透明性,激励市场主体按照市场预期目标合理行动,定价机制需要满足以下4个重要性质:可解释性、竞争均衡性、成本回收性和收入充足性^[29]。

1.1 可解释性

为维护市场公平,减少信息不对称,帮助建立

市场信任,降低市场操纵风险,定价机制需保证可解释性。在本文中,可解释性综合现有文献中对价格信号非歧视性、透明性、简洁性的要求^[7,12]。可解释性被定义为市场主体提供(或购买)服务的收入(或支出)等于服务价格与服务量的乘积,并且服务价格满足同质同价原则。

满足可解释性的市场主体收入表达式为

$$R_{x,t} = \lambda_{x,t} u_{x,t}, \forall x, \forall t \quad (1)$$

式中: x 为市场主体(包括机组和用户)的索引; t 为时段数的索引; $u_{x,t}$ 为市场主体 x 在时段 t 提供服务的量; $\lambda_{x,t}$ 为市场主体 x 在时段 t 提供或购买服务的价格;对于机组侧, $R_{x,t}$ 为机组 x 在时段 t 提供服务的收入;对于用户侧, $-R_{x,t}$ 为用户 x 在时段 t 购买服务的支出。

同质同价原则是指市场主体提供或购买单位服务的价格基于该服务所占用或贡献的系统稀缺资源量与系统稀缺资源价格而定。其中,“同质”是指市场主体提供或购买单位服务对系统稀缺资源(如系统源荷平衡资源、线路容量资源等)的占用或贡献情况相同。具体而言,当不同市场主体提供或购买同质服务(占用或贡献相同系统稀缺资源的服务)时,对应的服务价格一致;当不同市场主体提供或购买不同质服务(占用或贡献不同系统稀缺资源的服务)时,对应的服务价格差异应由提供或购买单位服务对系统稀缺资源的占用或贡献差异决定。

为便于理解同质同价原则的物理内涵,以线路容量资源为例,具体分析如下:电力现货市场出清通常需考虑输电网络的物理传输特性,不同节点市场主体(包括机组和用户)提供或购买单位电力服务(对应于节点功率的注入和流出)对线路潮流的影响不同(对应于功率转移分布因子矩阵的不同元素)。进而,当线路发生阻塞时(意味着线路容量资源稀缺),不同节点市场主体提供或购买单位电力服务对稀缺线路容量资源的占用或贡献情况不同,此时,不同节点市场主体的电价应当反映该差异。例如,对于同一节点的市场主体,其提供或购买单位电力服务对稀缺线路容量资源的占用或贡献情况相同,在不考虑其他资源占用差异的情况下被视为“同质”服务,对应服务价格一致;对于不同节点的市场主体,其提供或购买单位电力服务对稀缺线路容量资源的占用或贡献情况不同,被视为“异质”服务,对应服务价格不同,且价格差异由提供或购买单位服务对稀缺线路容量资源的占用或贡献差异

以及稀缺线路容量资源的价格决定。上述价格信号具备统一且可公开的形成规则，不同市场主体的价格差异也是透明且可追溯的，即源于稀缺线路容量资源的价格与市场主体对稀缺线路容量资源的占用情况，而非市场主体申报的某种无法公开的私有信息，故满足可解释性。

因此，满足可解释性的服务价格表达式为

$$\lambda_{x,t} = \sum_v a_{v,t}^x \sigma_{v,t}, \forall x, \forall t \quad (2)$$

式中： v 为系统稀缺资源的索引； $\sigma_{v,t}$ 为系统稀缺资源 v 的价格； $a_{v,t}^x$ 为市场主体 x 在时段 t 提供单位服务对系统稀缺资源 v 的占用量。

1.2 竞争均衡性

市场运营机构以社会福利最大化或系统总运行成本最小化为目标制定系统调度指令，然后下发调度指令和价格信号给各市场主体。为减少市场主体追求自身利益的行为与市场运营机构最大化系统整体效益的目标之间的冲突，支撑电力资源的高效配置，定价机制需保证竞争均衡性。竞争均衡性是指在价格信号下，市场运营机构下发的调度指令是各市场主体实现自身利益最大化的最优自调度决策，即市场主体遵从调度指令无机会成本损失，市场主体无偏离调度指令的动机。在现有文献中，该性质也被称为支撑竞争均衡^[8]，或无嫉妒性^[9]，或遵从性激励相容^[10]。根据所考虑自调度问题的不同，竞争均衡性可进一步分为全局竞争均衡性和局部竞争均衡性。前者是指价格信号下，系统调度指令是市场主体在全部可行空间的最优自调度决策；后者是指价格信号下，系统调度指令是市场主体在可行空间被限制后(如部分调度决策被固定)的最优自调度决策。

对于市场主体 x ，以最大化市场主体净利润为目标，考虑全部可行空间的自调度问题(记为 M_x)如式(3)、(4)所示。

$$\max_{u_x} \sum_t [\lambda_{x,t} u_{x,t} - c_{x,t}(u_{x,t})] \quad (3)$$

$$\text{s.t. } u_x \in \Omega_x \quad (4)$$

式中： $c_{x,t}(\cdot)$ 为市场主体 x 提供服务 $u_{x,t}$ 的成本函数； Ω_x 为市场主体 x 自调度的可行域。对于供给侧， $\sum_t \lambda_{x,t} u_{x,t}$ 表示其提供服务的收入， $\sum_t c_{x,t}(u_{x,t})$ 表示其运行成本；对于需求侧， $-\sum_t \lambda_{x,t} u_{x,t}$ 表示其购买服务的支出， $-\sum_t c_{x,t}(u_{x,t})$ 表示其购买服务的效用或价值。

对于市场主体 x ，其可行空间被限制后的自调度问题(记为 M_x^Δ)如式(5)、(6)所示。

$$\max_{u_x} \sum_t [\lambda_{x,t} u_{x,t} - c_{x,t}^\Delta(u_{x,t})] \quad (5)$$

$$\text{s.t. } u_x \in \Omega_x^\Delta \quad (6)$$

式中： $c_{x,t}^\Delta(\cdot)$ 为可行空间限制后市场主体 x 提供服务 $u_{x,t}$ 的成本函数； Ω_x^Δ 为可行空间限制后市场主体 x 自调度的可行域。例如，在火电机组的启停状态固定后，机组自调度问题中的成本函数可忽略启停、空载成本，机组自调度可行域为启停状态固定后的出力调整空间。

以 u° 表示系统下发给市场主体的调度指令，价格 λ 满足全局竞争均衡性，则对于任意市场主体 x ，在价格信号 λ_x 下， u_x° 为 M_x 的最优解；价格满足局部竞争均衡性，则对于任意市场主体 x ，在价格信号 λ_x 下， u_x° 为 M_x^Δ 的最优解。

1.3 成本回收性

为维持现有市场主体参与市场的积极性，并吸引更多主体加入市场竞争，进而提高市场效率，定价机制需保证成本回收性。本文中，成本回收性是指各市场主体在给定的价格信号下遵从调度指令的净收入(或利润)非负。对于供给侧，成本回收性意味着其提供服务的收入可覆盖其运行成本；对于需求侧，成本回收性意味着其购买服务的支出不超过其购买服务的效用或价值。该性质在现有文献中也称为非掠夺性(non-confiscation)或个体理性(individual rationality)^[27]。

价格满足成本回收性可解析表达为

$$R_x^N = \sum_t [\lambda_{x,t} u_{x,t} - c_{x,t}(u_{x,t})] \geq 0, \forall x \quad (7)$$

式中 R_x^N 为市场主体 x 的净收入。

1.4 收入充足性

为保证市场运营机构的利益，维护市场运营的稳定性，避免不公平的成本分摊，定价机制需保证收入充足性。本文中，收入充足性是指价格信号下，市场运营机构从市场主体收取的总费用可以覆盖其对市场主体支出的总费用。收支平衡(budget balance)则是收入充足性的一种特殊状态，意味着市场运营机构从市场主体收取的总费用等于其对市场主体支付的总费用。

本文对收入充足性的讨论分为两个维度：1) 当不考虑金融衍生产品，仅考虑市场运营机构在现货电能量市场的收支时，收入充足性意味着市场盈余(market surplus)非负^[9]；2) 当考虑金融衍生产品

时,收入充足性还意味着产品收入缺额(product revenue shortfall)为零^[30]。目前国内电力市场仅涉及第1个维度的收入充足性;之所以讨论第2维度,是考虑到未来若在电力市场体系中引入金融产品,可能会涉及相关问题。此外,需注意的是,并非所有金融衍生产品都需要在收入充足性中考虑,只有当该产品本身是基于分配市场盈余的目标而设立,且该产品的价格与现货市场价格紧密相关时才需要纳入考虑。例如,金融输电权产品,设立该产品是为了提供规避现货市场价格风险的工具并合理分摊市场的阻塞盈余。对于现货市场的市场运营机构,该产品的价格由现货市场的价格信号(如稀缺线路容量资源的价格)决定,对应产品费用是市场运营机构需要支付给金融产品持有者的费用,因此会影响市场运营机构的收支情况。当市场运营机构在现货市场的市场盈余不足以覆盖其需支付给金融产品持有者的费用时,市场运营机构存在收入缺额,故对应产品的收支需要在收入充足性中统筹考虑。

当不考虑金融衍生产品时,收入充足性体现为市场盈余非负,可解析表达如下:

$$S^M = \sum_x \sum_t -R_{x,t} \geq 0 \quad (8)$$

式中 S^M 为市场盈余。

当考虑金融衍生产品时,收入充足性还意味着产品收入缺额为零,可解析表达如下:

$$F^M = \max\{0, S^E - S^M\} = 0 \quad (9)$$

式中: F^M 为产品收入缺额; S^E 为市场运营机构需要支付给金融产品持有者的总费用。

2 节点边际电价机制保证经济学性质的成立条件分析

考虑到LMP由市场出清问题的对偶乘子构成,其在经济学性质上的表现与市场出清问题的特性紧密相关,为不失一般性,本节首先介绍基于LMP机制的市场出清流程,构建考虑火电、水电等多类型市场主体的一般形式市场出清模型,推导LMP的计算表达式;然后,基于最优化理论与对偶理论全面剖析使用LMP机制保证可解释性、竞争均衡性、成本回收性、收入充足性等各个经济学性质的成立条件。

2.1 基于节点边际电价机制的市场出清流程

在电力现货市场中,通常以集中手段进行市场出清。以日前市场为例,基于LMP的市场出清流

程可总结为“求解机组组合问题—求解经济调度问题—计算节点边际电价”。

需说明的是,市场主体参与市场时申报的成本或效用函数以及运行约束(或可行域)的具体形式由市场规则决定。考虑到当前国内电力现货市场需求侧(或用户侧)参与市场的模式通常为报量不报价或不报量不报价,本文所采用的市场出清模型在目标函数中未直接考虑用户的效用或价值函数,不过该市场出清模型仍然能够覆盖用户报量报价参与市场的情况,只需将具备负荷调整空间的用户视作特殊的机组即可。同理,根据目前电力市场实际运营经验与相关学术研究,新能源机组、虚拟电厂、负荷聚合商等市场主体参与市场的报价函数与运行约束也可整理成下述形式,本文为了便于理解与叙述,将其统称为机组。此外,由于LMP机制主要适用于电能量市场,为便于理解,本文以电能量市场为例展开分析,但本文所采用分析方法与所得结论也可拓展至考虑能量、备用等多种服务耦合,基于边际定价原理设计定价机制的市场。

2.1.1 机组组合问题

基于市场主体申报的成本函数(启停成本、空载成本、微增成本或燃料成本等)和市场主体运行约束(最大最小出力约束、爬坡约束等),市场运营机构考虑系统运行约束(系统功率平衡约束、网络传输约束等)构建机组组合模型,进而,求解该模型获得机组的启停决策。

发电侧报量报价,用户侧报量不报价的电能量市场一般形式机组组合模型可整理如下。

1) 目标函数。

机组组合模型的优化目标为最小化系统总运行成本,目标函数如式(10)所示。

$$\min_{p,y,z} \sum_i \sum_t c_{i,t}^p p_{i,t} + \sum_i (s_i^y)^T y_i + \sum_i (s_i^z)^T z_i \quad (10)$$

式中: i 为机组索引; t 为时段索引; $p_{i,t}$ 为机组 i 在时段 t 的出力变量; y_i 为机组 i 的整数变量向量,包括机组 i 各时段的启停状态变量、启动指令变量、停机指令变量以及线性化处理时引入的整数变量等; z_i 为机组 i 除出力变量 $p_{i,t}$ 外的连续变量向量,包括机组 i 各时段的水库库容、水库水位、出库流量、入库流量、线性化处理以及分段报价时引入的变量等; $c_{i,t}^p$ 为机组 i 在时段 t 出力的边际成本系数; s_i^y 、 s_i^z 分别为 y_i 、 z_i 的成本系数向量。在本模型中,机组提供电能量服务, y_i 和 z_i 可视为辅助变量,用

以辅助刻画机组 i 的出力可行域与成本函数。

2) 系统运行约束。

系统运行约束是与电力系统运行特性相关，耦合服务供需双方(多个机组出力变量与负荷需求)的约束，如系统功率平衡约束、网络传输约束等，其一般形式如式(11)所示。

$$\sum_i \mathbf{A}_{i,t}^{\text{pUC}} p_{i,t} - \sum_n \mathbf{A}_{n,t}^{\text{dUC}} d_{n,t} \geq \mathbf{e}_t^{\text{UC}}, \forall t \quad (11)$$

式中： n 为用户索引； $d_{n,t}$ 为用户 n 在时段 t 的负荷需求； $\mathbf{A}_{i,t}^{\text{pUC}}$ 和 $\mathbf{A}_{n,t}^{\text{dUC}}$ 分别为机组组合模型中 $p_{i,t}$ 和 $-d_{n,t}$ 的系统约束系数向量； \mathbf{e}_t^{UC} 为 t 时段系统约束中除市场主体相关分量(如机组出力相关分量 $\mathbf{A}_{i,t}^{\text{pUC}} p_{i,t}$ 、负荷需求相关分量 $\mathbf{A}_{n,t}^{\text{dUC}} d_{n,t}$)外的常数向量。

3) 市场主体运行约束。

市场主体运行约束是只与市场主体自身运行特性有关的约束。考虑到火电、水电等多种类型机组的复杂运行特性，市场主体运行约束可分为2类。第1类约束仅与单个机组的出力变量有关，例如，机组最大/最小出力约束、机组爬坡约束、机组的最大最小启停时间约束等，如式(12)、(13)所示。

$$\sum_t \mathbf{B}_{i,t}^{\text{pUC}} p_{i,t} + \mathbf{B}_i^{\text{yUC}} y_i + \mathbf{B}_i^{\text{zUC}} z_i \geq \mathbf{k}_i^{\text{UC}}, \forall i \quad (12)$$

$$y_i \in \{0,1\}, \forall i \quad (13)$$

式中： $\mathbf{B}_{i,t}^{\text{pUC}}$ 为机组组合模型中 $p_{i,t}$ 在第1类市场主体运行约束的系数向量； $\mathbf{B}_i^{\text{yUC}}$ 和 $\mathbf{B}_i^{\text{zUC}}$ 为机组组合模型中 y_i 和 z_i 在第1类市场主体运行约束的系数矩阵； \mathbf{k}_i^{UC} 为约束的常数向量。

第2类约束涉及多个机组辅助变量的耦合，例如，梯级水电站的水量平衡约束，如式(14)所示。

$$\sum_i (\mathbf{H}_i^{\text{yUC}} y_i + \mathbf{H}_i^{\text{zUC}} z_i) \geq \mathbf{m}^{\text{UC}} \quad (14)$$

式中： $\mathbf{H}_i^{\text{yUC}}$ 和 $\mathbf{H}_i^{\text{zUC}}$ 为机组组合模型中 y_i 和 z_i 在第2类市场主体运行约束的系数矩阵； \mathbf{m}^{UC} 为约束的常数向量。

综上，式(10)–(14)构成一般形式的电能量市场机组组合模型。电能量市场机组组合模型通常为混合整数线性规划模型。本文以上标“*”表示求解上述机组组合模型得到的解。

2.1.2 经济调度问题或定价辅助问题

根据机组组合问题求解得到的结果重构市场主体运行约束(如固定其中的整数变量)，市场运营机构考虑系统运行约束，构建线性规划形式的经济

调度模型，进而，求解该模型获得调度指令，并基于该模型的对偶解计算LMP。

需说明的是，实际市场出清流程可能在求解经济调度模型得到机组调度指令后，额外构造与经济调度模型形式相近的“定价辅助模型”，基于定价辅助模型的对偶解计算LMP^[28]。在这种情况下，本文的经济调度模型表示定价辅助模型。总体而言，用于计算LMP的市场出清模型一般形式可整理如下。

1) 目标函数。

经济调度的优化目标也是最小化系统总运行成本，在整数变量固定后，目标函数如式(15)所示。

$$\min_{p,z} \sum_i \sum_t c_{i,t}^p p_{i,t} + \sum_i (\mathbf{s}_i^z)^T z_i \quad (15)$$

2) 系统运行约束。

考虑到不同市场的出清流程细节不同，实际市场中经济调度模型的系统运行约束与机组组合模型中的系统运行约束可能有所区别，例如，在经济调度模型中考虑更多安全校核约束，故将其系统运行约束整理如下。

$$\sum_i \mathbf{A}_{i,t}^{\text{pED}} p_{i,t} - \sum_n \mathbf{A}_{n,t}^{\text{dED}} d_{n,t} \geq \mathbf{e}_t^{\text{ED}}, [\boldsymbol{\sigma}_t^A], \forall t \quad (16)$$

式中： $\mathbf{A}_{i,t}^{\text{pED}}$ 和 $\mathbf{A}_{n,t}^{\text{dED}}$ 分别为经济调度模型中 $p_{i,t}$ 和 $-d_{n,t}$ 的系统约束系数向量； \mathbf{e}_t^{ED} 为经济调度模型中 t 时段系统约束中除市场主体相关分量(如机组出力与负荷需求相关分量)外的常数向量； $-\mathbf{e}_t^{\text{ED}}$ 为系统资源的限值； $\boldsymbol{\sigma}_t^A$ 为 t 时段系统运行约束的对偶乘子向量，其物理意义为系统资源的影子价格。

3) 市场主体运行约束。

$$\sum_t \mathbf{B}_{i,t}^{\text{pED}} p_{i,t} + \mathbf{B}_i^{\text{zED}} z_i \geq \mathbf{k}_i^{\text{ED}}, [\boldsymbol{\beta}_i^B], \forall i \quad (17)$$

$$\sum_i \mathbf{H}_i^{\text{zED}} z_i \geq \mathbf{m}^{\text{ED}}, [\boldsymbol{\gamma}^H] \quad (18)$$

式中： $\mathbf{B}_{i,t}^{\text{pED}}$ 为经济调度模型中 $p_{i,t}$ 在第1类市场主体运行约束的系数向量； $\mathbf{B}_i^{\text{zED}}$ 和 $\mathbf{H}_i^{\text{zED}}$ 分别为经济调度模型中 z_i 在第1类和第2类市场主体运行约束的系数矩阵； \mathbf{k}_i^{ED} 和 \mathbf{m}^{ED} 为对应约束的常数向量； $\boldsymbol{\beta}_i^B$ 和 $\boldsymbol{\gamma}^H$ 为约束的对偶乘子向量。

综上，式(15)–(18)构成一般形式的电能量市场经济调度模型或定价辅助模型。后文为便于叙述，将上述用于获得LMP的市场出清问题称为“经济调度问题”，本文以上标“**”表示上述问题原问题和对偶问题的最优解。

2.2 节点边际电价的计算表达式分析

基于经济调度问题的对偶解与 LMP 机制的价格定义及表达式可计算 LMP。在现有文献中, LMP 有 2 种常见的表达式, 如下所示。

1) 第 1 种电价表达式: 用户负荷的 LMP 被定义为经济调度问题的拉格朗日函数对负荷的偏导^[26]。

经济调度问题的拉格朗日函数为

$$L^{\text{ED}} = \sum_i \sum_t c_{i,t}^p p_{i,t} + \sum_i (s_i^z)^T z_i - \sum_t (\sigma_t^A)^T (\sum_i A_{i,t}^{\text{pED}} p_{i,t} - \sum_n A_{n,t}^{\text{dED}} d_{n,t} - e_t^{\text{ED}}) - \sum_i (\beta_i^B)^T (\sum_t B_{i,t}^{\text{pED}} p_{i,t} + B_i^{\text{zED}} z_i - k_i^{\text{ED}}) - (\gamma^H)^T (\sum_i H_i^{\text{zED}} z_i - m^{\text{ED}}) \quad (19)$$

式中 L^{ED} 为经济调度问题的拉格朗日函数。

用户 n 在时段 t 的 LMP 为

$$\lambda_{n,t}^{\text{dED}} = \frac{\partial L^{\text{ED**}}}{\partial d_{n,t}} = (\sigma_t^{A**})^T A_{n,t}^{\text{dED}} \quad (20)$$

式(20)源于节点边际电价最初的定义式。在式(20)定义下, 电价的物理意义是在满足所有运行约束的情况下, 用户 n 在时段 t 新增单位负荷需求引起的系统总运行成本的增量。

2) 第 2 种电价表达式: 机组的 LMP 被定义为系统资源影子价格向量与机组出力变量系统运行约束系数向量的乘积^[24]。

机组 i 在时段 t 的 LMP 为

$$\lambda_{i,t}^{\text{pED}} = (\sigma_t^{A**})^T A_{i,t}^{\text{pED}} \quad (21)$$

第 2 种电价表达式(21)可视为基于 LMP 定义式进一步推导的结果, 该推导成立的条件是, 在现货市场中, 同一节点的市场主体提供单位电能服务对系统的贡献相同, 在模型中体现为同一节点负节点负荷需求与节点机组出力的系统约束系数向量一致, 若不满足该条件, 基于第 2 种电价表达式(21)得到的结果并非 LMP, 相应地, 基于该表达式的性质证明也不适用于 LMP, 具体证明见附录 A。

2.3 保证电价可解释性的成立条件

定义 1 定义条件 1 为, 在经济调度模型中, 同一节点所有市场主体提供电能服务(包括机组出力 $p_{i,t}$ 和负的用户需求 $-d_{n,t}$)的系统运行约束系数向量相同, 即对位于同一节点的任意机组 i 与用户 n , 有 $A_{i,t}^{\text{pED}} = A_{n,t}^{\text{dED}}$ 。

定义 2 定义条件 2 为, 运营机构下发的系统

调度指令是求解经济调度问题得到的最优解。

定理 1 若市场出清模型系统参数满足条件 1, 市场出清决策方法满足条件 2, 节点边际电价机制能保证可解释性。

具体证明如下所示。

首先, LMP 机制下, 机组提供电能服务的收入表达式为

$$R_i^p = \sum_t \lambda_{i,t}^{\text{pED}} p_{i,t}, \forall i \quad (22)$$

其次, 基于 2.2 小节的分析与附录 A 的证明可知, 当市场出清模型系统参数满足条件 1 时(同一节点的市场主体提供单位电能服务对系统的贡献相同时), 机组提供电能服务的 LMP 满足式(21)。

进一步, 由于经济调度问题是线性规划问题, 基于最优化理论可知, 经济调度问题的最优解 p^{**} 、 z^{**} 与对偶最优解 σ^{A**} 、 β^{B**} 、 γ^{H**} 满足其 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 最优性条件。经济调度问题的 KKT 条件如下所示。

1) 原可行性条件: 式(16)–(18)。

2) 驻点条件。

$$c_{i,t}^p - (\sigma_t^A)^T A_{i,t}^{\text{pED}} - (\beta_i^B)^T B_{i,t}^{\text{pED}} = 0, \forall i, \forall t \quad (23)$$

$$s_{i,t}^z - (\beta_i^B)^T B_{i,t}^{\text{zED}} - (\gamma^H)^T H_{i,t}^{\text{zED}} = 0, \forall i, \forall l \quad (24)$$

式中: l 为向量 s_i^z 中元素的索引; $s_{i,t}^z$ 为向量 s_i^z 的第 l 个元素; $B_{i,t}^{\text{zED}}$ 为矩阵 B_i^{zED} 的第 l 列向量; $H_{i,t}^{\text{zED}}$ 为矩阵 H_i^{zED} 的第 l 列向量。

3) 对偶可行性条件。

$$\sigma_t^A, \beta_i^B, \gamma^H \geq 0, \forall i, \forall t \quad (25)$$

4) 互补松弛条件。

$$(\sigma_t^A)^T (\sum_i A_{i,t}^{\text{pED}} p_{i,t} - \sum_n A_{n,t}^{\text{dED}} d_{n,t} - e_t^{\text{ED}}) = 0, \forall t \quad (26)$$

$$(\beta_i^B)^T (\sum_t B_{i,t}^{\text{pED}} p_{i,t} + B_i^{\text{zED}} z_i - k_i^{\text{ED}}) = 0, \forall i \quad (27)$$

$$(\gamma^H)^T (\sum_i H_i^{\text{zED}} z_i - m^{\text{ED}}) = 0 \quad (28)$$

互补松弛条件保证了只有当原问题最优解下约束达界时, 约束对应的对偶解才能具有大于零的值。对于线性规划问题, 约束达界通常意味着约束对应的资源是稀缺资源, 否则, 资源为过剩资源, 即互补松弛条件保证了只有原问题最优解下的稀缺资源能具有大于零的价格, 过剩资源价格为零。因此, 当市场出清决策方法满足条件 2 时, 调度指令与构成电价的系统约束对偶乘子 σ_t^{A**} 满足互补松弛条件, 保证了只有稀缺资源构成电价分

量,过剩资源不影响价格信号。又由于 $A_{i,t}^{\text{PED}}$ 描述了机组 i 在时段 t 供应单位电能服务所贡献的系统资源量,因此,电价表达式(21)保证了当不同机组提供单位服务占用或贡献相同量的系统稀缺资源时,其电价相同;当不同机组提供单位服务占用或贡献不同量的系统稀缺资源时,其电价差异由稀缺资源量差异与稀缺资源价格的乘积决定,用户侧同理,价格满足同质同价原则,定理 1 得证。

总体而言,在条件 1 与 2 均得到满足的情况下,LMP 以系统稀缺资源的影子价格为媒介将所有市场主体的服务价格关联起来,以统一规则决定所有市场主体的服务价格,反映了市场主体所提供对系统稀缺资源的占用或贡献价值,LMP 满足可解释性。反之,若市场出清模型系统参数不满足条件 1,则机组侧的 LMP 不满足式(21),此时可能出现未占用的系统稀缺资源参与定价的现象,节点电价的可解释性存疑;若市场出清决策方法不满足条件 2,则可能出现系统非稀缺资源参与定价的现象,进而引发歧视性定价的质疑。虽然目前实际电力市场常用的市场出清模型满足条件 1,但若为保证清洁能源消纳、限制碳排放、保障系统运行稳定性,新增系统运行约束,可能会破坏条件 1。因此,为保证 LMP 的可解释性,应尽可能避免构建破坏条件 1 的系统运行约束,且避免机组的调度指令与经济调度问题(基于其对偶解获得价格信号的问题)的最优解存在偏差;而当这些情况无法避免时,不适宜使用 LMP 机制对所有市场主体定价,需根据新增系统运行约束的特性或调度指令与最优解的偏离情况,定制化设计定价方法。

2.4 保证电价竞争均衡性的成立条件

2.4.1 局部竞争均衡性

定理 2 若市场出清模型系统参数满足条件 1,市场出清决策方法满足条件 2,节点边际电价机制能保证局部竞争均衡性。

具体证明如下所示。

当市场出清模型系统参数满足条件 1 时,机组 i 在时段 t 的 LMP 表达式为式(21)。分析经济调度问题的 KKT 条件式(16)–(18)、(23)–(28)与 LMP 的表达式(21)可知,LMP 本质上受限于经济调度问题的 KKT 条件。

此外,式(16)–(18)、(23)–(28)意味着对于任意机组 i ,在价格 $\lambda_{i,t}^{\text{PED}} = (\sigma_i^{\text{A**}})^T A_{i,t}^{\text{PED}}$ 下,存在

$p_i = p_i^{**}$, $z_i = z_i^{**}$, $\beta_i^{\text{IB}} = \beta_i^{\text{B**}}$, $\gamma^{\text{IH}} = \gamma^{\text{H**}}$ 满足下列约束:

$$\sum_t B_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t} + B_i^{\text{ZED}} z_i \geq k_i^{\text{ED}} \quad (29)$$

$$H_i^{\text{ZED}} z_i + \sum_{j \neq i} H_j^{\text{ZED}} z_j^{**} \geq m^{\text{ED}} \quad (30)$$

$$\lambda_{i,t}^{\text{PED}} - c_{i,t}^{\text{p}} + (\beta_i^{\text{IB}})^T B_{i,t}^{\text{PED}} = 0, \forall t \quad (31)$$

$$-s_{i,t}^{\text{z}} + (\beta_i^{\text{IB}})^T B_{i,t}^{\text{ZED}} + (\gamma^{\text{IH}})^T H_{i,t}^{\text{ZED}} = 0, \forall t \quad (32)$$

$$\beta_i^{\text{IB}}, \gamma^{\text{IH}} \geq 0 \quad (33)$$

$$(\beta_i^{\text{IB}})^T (\sum_t B_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t} + B_i^{\text{ZED}} z_i - k_i^{\text{ED}}) = 0 \quad (34)$$

$$(\gamma^{\text{IH}})^T (H_i^{\text{ZED}} z_i + \sum_{j \neq i} H_j^{\text{ZED}} z_j^{**} - m^{\text{ED}}) = 0 \quad (35)$$

分析式(29)–(35)可知,其本质可视为下列机组自调度问题的 KKT 条件。需注意的是,该自调度问题并不一定等价于机组的实际自调度问题,故本文称之为机组在经济调度问题的预期自调度问题(记为 M_i^{EDSD}),如下所示。

1) 目标函数。

预期自调度问题的优化目标是给定价格信号下的机组利润最大化,而利润函数中的成本部分是机组在经济调度问题中的预期成本函数。目标函数如式(36)所示。

$$\max_{p_i, z_i} \sum_t \lambda_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t} - [\sum_t c_{i,t}^{\text{p}} p_{i,t} + (s_i^{\text{z}})^T z_i] \quad (36)$$

2) 约束条件。

$$\sum_t B_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t} + B_i^{\text{ZED}} z_i \geq k_i^{\text{ED}}, [\beta_i^{\text{IB}}] \quad (37)$$

$$H_i^{\text{ZED}} z_i + \sum_{j \neq i} H_j^{\text{ZED}} z_j^{**} \geq m^{\text{ED}}, [\gamma^{\text{IH}}] \quad (38)$$

式中: β_i^{IB} 和 γ^{IH} 为自调度模型中相应个体运行约束的对偶乘子。式(37)、(38)构成机组在经济调度问题中的预期自调度可行域,记为 Ω_i^{ED} 。在机组 i 的可行域 Ω_i^{ED} 中,其整数变量被固定,除机组 i 外其他机组的辅助变量固定为经济调度问题中的最优解。

由于预期自调度问题 M_i^{EDSD} 是线性规划问题,又价格 $\lambda_{i,t}^{\text{PED}} = (\sigma_i^{\text{A**}})^T A_{i,t}^{\text{PED}}, \forall t$ 与经济调度问题的最优解 p_i^{**} 、 z_i^{**} 满足 M_i^{EDSD} 的 KKT 条件,基于最优化理论可知,对于任意机组 i ,在价格 $\lambda_{i,t}^{\text{PED}} = (\sigma_i^{\text{A**}})^T A_{i,t}^{\text{PED}}, \forall t$ 下,经济调度问题的最优解即为 M_i^{EDSD} 问题中机组实现自身利润最大化的最优调度解。因此,当市场出清模型系统参数满足条件 1,市场出清决策方法满足条件 2 时,LMP 机制满足局部竞争均衡性,定理 2 得证。

2.4.2 全局竞争均衡性

定义3 定义条件3为,任意相同价格信号下,各市场主体预期自调度问题 M_i^{EDSD} 的最优自调度决策是各市场主体实际自调度问题(基于其实际成本函数和可行域构成)的最优自调度决策。

定理3 若市场出清模型系统参数满足条件1,市场出清决策方法满足条件2,市场主体的成本函数和可行域满足条件3,节点边际电价机制能保证全局竞争均衡性。

具体证明如下所示。

基于定理2的证明可知,若市场出清模型系统参数满足条件1,市场出清决策方法满足条件2,系统下发的调度指令即为 LMP 下机组预期自调度问题 M_i^{EDSD} 的最优自调度决策。

假设机组组合模型中机组申报了真实的成本函数和可行域,则机组 i 的实际自调度问题(记为 M_i^{FSD})如下。

1) 目标函数。

$$\max_{p_i, z_i} \{ \sum_i \lambda_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t} - [\sum_i c_{i,t}^{\text{P}} p_{i,t} + (s_i^z)^T z_i + (s_i^y)^T y_i] \} \quad (39)$$

2) 约束条件。

$$\sum_i B_{i,t}^{\text{PUC}} p_{i,t} + B_i^{\text{YUC}} y_i + B_i^{\text{ZUC}} z_i \geq k_i^{\text{UC}} \quad (40)$$

$$H_i^{\text{YUC}} y_i + H_i^{\text{ZUC}} z_i + \sum_{j \neq i} (H_j^{\text{YUC}} y_j^{\circ} + H_j^{\text{ZUC}} z_j^{\circ}) \geq m^{\text{UC}} \quad (41)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad (42)$$

定义式(40)–(42)构成机组 i 的实际自调度可行域,记为 Ω_i^{F} 。式中 y_j° 和 z_j° 为与其他主体决策相关的参数或变量,其取值视具体情况而定,当认为主体 i 的自调度决策自愿受到其他主体限制时,可将 y_j° 和 z_j° 设置为定值,如市场出清问题的最优解;否则,需将其放松为变量。

对比 M_i^{EDSD} 与 M_i^{FSD} 可知,前者的机组可行域是后者的机组可行域中整数变量等固定后的结果。因此,前者的最优自调度决策不一定是后者的最优自调度决策,这意味着,即使条件1与2满足,系统下发的调度指令不一定是 M_i^{FSD} 问题中机组实现自身利润最大化的最优调度解。 M_i^{EDSD} 与 M_i^{FSD} 不一致的现象在考虑多个市场出清模型顺次求解的市场出清流程中较为常见。这也是考虑火电机组非凸特性时, LMP 只能保证机组启停决策固定后的局部竞争均衡性,而无法保证全局竞争均衡性的原因。换言之,理论上,当各机组预期自调度

问题的最优解均为各机组实际自调度问题的最优解时, LMP 能保证全局竞争均衡性。因此,当市场出清模型满足条件1,市场出清决策方法满足条件2,市场主体的成本函数和可行域满足条件3时, LMP 机制满足全局竞争均衡性,定理3得证。

总体而言,在条件1与2均得到满足时, LMP 机制能保证局部竞争均衡性;在条件1、2与3均得到满足时, LMP 机制能保证全局竞争均衡性。反之,当条件1或2不满足时, LMP 与市场运营机构下发的调度指令不一定满足机组预期自调度问题的 KKT 条件,机组在价格信号下遵从调度指令可能存在机会成本损失,即节点边际电价机制的局部竞争均衡性与全局均衡性均受损。当条件3不满足时,系统下发的调度指令不一定是 LMP 下机组实际自调度问题的最优解, LMP 难以支撑全局竞争均衡。因此,为保证 LMP 的竞争均衡性,除需避免构建破坏条件1的系统运行约束、避免市场运营机构下发的调度指令与经济调度问题的最优解存在偏差外,还需避免机组预期自调度问题的最优解与机组实际自调度问题的最优解存在偏差;若无法避免上述情况,则需根据机组的运行特性与机会成本损失,以保证竞争均衡性为目标优化定价机制或匹配补偿机制。

2.5 保证电价成本回收性的成立条件

定义4 定义条件4为,各机组在经济调度模型的预期自调度问题 M_i^{EDSD} 包含 $p_i = 0$ 且对应 $(s_i^z)^T z_i \leq 0$, $(s_i^y)^T y_i^* \leq 0$ 的可行点。

定理4 若市场出清模型系统参数满足条件1,市场出清决策方法满足条件2,市场主体的成本函数和可行域满足条件4,节点边际电价机制能保证成本回收性。

具体证明如下所示。

考虑机组 i 的实际成本函数式(39),当市场出清模型系统参数满足条件1时,机组 i 遵从调度指令的利润 R_i^{NP} 为

$$R_i^{\text{NP}} = \sum_l [(\sigma_i^{\text{A**}})^T A_{i,l}^{\text{PED}} - c_{i,l}^{\text{P}}] p_{i,l} - (s_i^y)^T y_i - \sum_l s_{i,l}^z z_{i,l} \quad (43)$$

式中: l 为向量 z_i 和向量 s_i^z 的元素索引; $z_{i,l}$ 为向量变量的第 l 个变量。

进而,当市场出清决策方法满足条件2时,基于经济调度问题 KKT 条件中的式(23)、(24)、(27)、(28)和机组利润表达式(43)可得:

$$\begin{aligned}
R_i^{\text{NP}} &= \sum_t -(\beta_i^{\text{B**}})^T \mathbf{B}_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t}^{\text{**}} - (s_i^y)^T \mathbf{y}_i^* - \\
&\quad \sum_t [(\beta_i^{\text{B**}})^T \mathbf{B}_{i,t}^{\text{ZED}} + (\gamma^{\text{H**}})^T \mathbf{H}_{i,t}^{\text{ZED}}] z_{i,t}^{\text{**}} = \\
&\quad -(\beta_i^{\text{B**}})^T (\sum_t \mathbf{B}_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t}^{\text{**}} + \mathbf{B}_i^{\text{ZED}} z_i^{\text{**}}) - \\
&\quad (s_i^y)^T \mathbf{y}_i^* - (\gamma^{\text{H**}})^T \mathbf{H}_i^{\text{ZED}} z_i^{\text{**}} = -(\beta_i^{\text{B**}})^T \cdot \\
\mathbf{k}_i^{\text{ED}} - (s_i^y)^T \mathbf{y}_i^* - (\gamma^{\text{H**}})^T (\mathbf{m}^{\text{ED}} - \sum_{j \neq i} \mathbf{H}_j^{\text{ZED}} z_j^{\text{**}}) \quad (44)
\end{aligned}$$

因此，只有当 $(\beta_i^{\text{B**}})^T \mathbf{k}_i^{\text{ED}} + (s_i^y)^T \mathbf{y}_i^* + (\gamma^{\text{H**}})^T (\mathbf{m}^{\text{ED}} - \sum_{j \neq i} \mathbf{H}_j^{\text{ZED}} z_j^{\text{**}}) \leq 0$ 时，LMP 可保证成本回收性。对于火电机组，不同机组之间通常不存在辅助变量的耦合约束，故有 $(\gamma^{\text{H**}})^T (\mathbf{m}^{\text{ED}} - \sum_{j \neq i} \mathbf{H}_j^{\text{ZED}} z_j^{\text{**}}) = 0$ ，此外， $\beta_i^{\text{B**}} \geq 0$ ， $\mathbf{y}_i^* \geq 0$ ，故当参数 $\mathbf{k}_i^{\text{ED}} \leq 0$ 且 $(s_i^y)^T \mathbf{y}_i^* \leq 0$ 时（对于经济调度问题， \mathbf{y}_i^* 为已知参数），LMP 能保证机组回收运行成本。对于水电机组， $(s_i^y)^T \mathbf{y}_i^* = 0$ ，此外， $\beta_i^{\text{B**}} \geq 0$ ， $\gamma^{\text{H**}} \geq 0$ ，因此，当参数 $\mathbf{k}_i^{\text{ED}} \leq 0$ 且 $(\mathbf{m}^{\text{ED}} - \sum_{j \neq i} \mathbf{H}_j^{\text{ZED}} z_j^{\text{**}}) \leq 0$ 时，价格能保证机组回收运行成本。

上述参数限制本质上是对机组自调度可行域的限制，故可从另一个角度展开分析。由 2.4 节的证明可知，当条件 1 与 2 得到满足时，价格信号 $\lambda_{i,t}^{\text{PED}} = (\sigma_i^{\text{A**}})^T \mathbf{A}_{i,t}^{\text{PED}}$ ， $\forall t$ 与调度指令 $p_i^{\text{**}}$ 、 $z_i^{\text{**}}$ 构成局部竞争均衡，机组在该价格信号下遵从调度指令是在预期自调度可行域 Ω_i^{ED} 内最大化预期利润 $\sum_t \lambda_{i,t}^{\text{PED}} \cdot p_{i,t} - \sum_t c_{i,t}^p p_{i,t} - (s_i^z)^T z_i$ 的决策。因此，当机组的预期自调度可行域包含 $p_{i,t} = 0, \forall t$ 且对应 $(s_i^z)^T z_i \leq 0$ 的可行解时，价格信号下，机组存在预期利润 $\sum_t \lambda_{i,t}^{\text{PED}} \cdot p_{i,t} - [\sum_t c_{i,t}^p p_{i,t} + (s_i^z)^T z_i] \geq 0$ 的可行点，机组在价格信号下遵从调度指令的预期利润大于等于 0。进而，考虑到机组的实际成本还包含 $(s_i^y)^T \mathbf{y}_i^*$ ，故当进一步存在 $(s_i^y)^T \mathbf{y}_i^* \leq 0$ 时，机组在价格信号 $\lambda_{i,t}^{\text{PED}} = (\sigma_i^{\text{A**}})^T \mathbf{A}_{i,t}^{\text{PED}}$ ， $\forall t$ 下遵从调度指令 $p_i^{\text{**}}$ 的实际利润大于等于 0，价格可保证成本回收性，定理 4 得证。

总体而言，在条件 1、2 与 4 均得到满足的情况下，市场运营机构下发的调度指令是 LMP 下机组预期自调度问题的最优解，且机组预期自调度的最大利润一定大于等于 0，故机组遵从调度指令的利润非负。反之，当条件 1 或 2 不满足时，下发的调度指令不一定是 LMP 下机组预期自调度的最优解，机组遵从调度指令的利润小于或等于机组预期自调度问

题的最大利润，机组的非负利润无法得到保证；当条件 4 不满足时，机组预期自调度的最大利润可能为负，机组遵从调度指令的利润也可能为负。因此，为保证 LMP 的成本回收性，除需避免构建破坏条件 1 的系统运行约束、避免机组的调度指令与经济调度问题的最优解存在偏差外，还需避免机组在经济调度问题中受个体运行约束限制而必须出力的情况（如火电机组的最小出力限制）；若上述情况无法避免，则需根据机组的成本损失情况，以保证成本回收性为目标优化定价机制或匹配补偿机制。

2.6 保证电价收入充足性的成立条件

2.6.1 市场盈余

当不考虑金融衍生产品，仅考虑市场运营机构在现货电能量市场的收支时，收入充足性意味着市场盈余非负。现货市场的市场盈余为价格信号下市场运营机构从用户侧收取的总费用与其对机组侧支出的总费用之差。

定义 5 定义条件 5 为，在经济调度模型中，系统运行约束中除市场主体服务交易外的常数项 $e_i^{\text{ED}} \leq 0$ 。

定理 5: 若市场出清模型系统参数满足条件 1 和 5，市场出清决策方法满足条件 2，节点边际电价机制能保证市场盈余非负。

具体证明如下所示。

当市场出清模型系统参数满足条件 1 时，机组侧节点电价满足式(21)，用户侧节点电价满足式(20)。综合用户侧市场主体的支付和供应侧市场主体遵从调度指令时的收入，可得市场运营机构在现货电能量市场的市场盈余为

$$\begin{aligned}
S^{\text{M}} &= \sum_n \sum_t \lambda_{n,t}^{\text{DED}} d_{n,t} - \sum_i \sum_t \lambda_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t} = \\
&\quad \sum_t (\sigma_i^{\text{A**}})^T (\sum_n \mathbf{A}_{n,t}^{\text{DED}} d_{n,t} - \sum_i \mathbf{A}_{i,t}^{\text{PED}} p_{i,t}) \quad (45)
\end{aligned}$$

进一步，当市场出清决策方法满足条件 2 时，代入互补松弛条件式(26)可得：

$$S^{\text{M}} = - \sum_t (\sigma_i^{\text{A**}})^T e_i^{\text{ED}} \quad (46)$$

式中 $\sigma_i^{\text{A**}} \geq 0$ 。因此，当市场出清模型系统参数满足条件 5 时，价格可保证市场盈余非负，定理 5 得证。

2.6.2 产品收入缺额

当考虑金融衍生产品时，收入充足性还意味着产品收入缺额为零，即市场运营机构在现货市场的市场盈余可覆盖其对金融产品持有者的总支付。

定义 6 定义条件 6 为，在经济调度模型中，

系统资源限值 $-e_t^{ED}$ 不少于预先分配或拍卖的金融产品量 f_t° , $-e_t^{ED} \geq f_t^\circ$ 。

定理6 若市场出清模型系统参数满足条件1、和6, 市场出清决策方法满足条件2, 节点边际电价机制能保证无产品收入缺额。

具体证明如下所示。

首先, 当市场出清模型系统参数满足条件1和5时, 考虑产品收入缺额的计算公式(9), 其中,

$$S^E - S^M = \sum_t (\sigma_t^{A^{**}})^T f_t^\circ - (\sum_n \sum_t \lambda_{n,t}^{dED} d_{n,t} - \sum_i \sum_t \lambda_{i,t}^{pED} p_{i,t}) = \sum_t (\sigma_t^{A^{**}})^T f_t^\circ - \sum_t (\sigma_t^{A^{**}})^T (\sum_n A_{n,t}^{dED} d_{n,t} - \sum_i A_{i,t}^{pED} p_{i,t}) \quad (47)$$

式中: S^E 为市场运营机构需要支付给金融产品(如金融输电权)持有者的总费用; f_t° 和 $\sigma_t^{A^{**}}$ 分别为金融产品的量和价格。

其次, 当市场出清决策方法满足条件2时, 代入互补松弛条件式(26)可得:

$$S^E - S^M = \sum_t (\sigma_t^{A^{**}})^T f_t^\circ + \sum_t (\sigma_t^{A^{**}})^T e_t^{ED} \quad (48)$$

进而, 当市场出清模型系统参数满足条件6时, 代入 $-e_t^{ED} \geq f_t^\circ$, 可得 $S^E - S^M \leq 0$, $F^M = 0$, 定理6得证。特别地, 当 $-e_t^{ED} = f_t^\circ$ 时, $S^E - S^M = 0$, 即市场可达到收支平衡状态。

总体而言, 在条件1、2与5均得到满足的情况下, LMP机制能保证市场盈余非负; 而若进一步考虑条件6也得到满足, LMP机制能保证产品收入缺额为零。反之, 基于定理5与6的推导可知, 当条件1或2不满足时, LMP下市场盈余的解析表达式不能保证非负性质, 产品收入缺额的解析表达式不能保证为零; 当条件5不满足时, 例如, 在计划和市场双轨制下, 市场出清模型的系统约束中需考虑部分不参与市场定价且未能实现平衡的计划发电与计划负荷, 可能导致LMP下用户侧总支付无法覆盖机组侧总收入; 当条件6不满足时, LMP下所需支出的金融产品费用可能高于市场盈余, 导致市场运营机构存在收入缺额。因此, 为保证LMP的收入充足性, 除需避免构建破坏条件1的系统运行约束、避免机组的调度指令与经济调度问题的最优解存在偏差外, 还需避免构建破坏条件5的系统运行约束及预先分配的金融产品量超过现货市场经济调度模型中系统资源的限值; 若上述情况无法避免, 则需根据市场出清模型约束的参数特征及其

物理含义研究市场不平衡资金的分摊机制。

综上, 在市场出清模型与电价计算表达式符合2.1与2.2节所述形式的前提下, 当市场出清模型系统参数、市场出清决策方法、市场主体成本函数、市场主体可行域等满足特定条件时, LMP机制一定能保证特定经济学性质, 总结如表1所示。

表1 节点边际电价机制保证各经济学性质的成立条件

经济学性质	条件1	条件2	条件3	条件4	条件5	条件6
可解释性	√	√	—	—	—	—
竞争	局部	√	√	—	—	—
均衡性	全局	√	√	—	—	—
成本回收性	√	√	—	√	—	—
收入	盈余非负	√	√	—	√	—
充足性	缺额为零	√	√	—	—	√

特别地, 当市场出清模型系统参数满足条件1、5和6, 市场出清决策方法满足条件2, 且市场主体的成本函数和可行域满足条件3和4时, 在这类市场出清问题下使用LMP机制可同时保证可解释性、竞争均衡性、成本回收性以及收入充足性。反之, 当某些条件无法满足时, 如上述分析所示, LMP机制可能难以保证对应的经济学性质(或称之为经济学性质受损)。上述论证明确了LMP机制保证经济学性质的成立条件, 可支撑在特定市场出清问题下进行LMP机制的适用性分析, 或在应用LMP机制发生经济学性质受损问题后追溯原因。

为进一步明晰LMP机制在实际应用中的局限性, 本文在第3节构造简单易懂的示意性案例以说明上述成立条件无法满足时LMP机制的经济学性质受损问题。

3 体现节点边际电价机制局限性的实际案例分析

本节讨论6个示意性案例, 分析其对应无法满足的性质成立条件与受损的经济学性质。

案例1: 在案例1中, 假设为保证清洁能源消纳, 在市场出清模型中增加清洁能源发电占比约束, 限制至少一定比例的负荷由清洁能源供应。本案例基于示例系统1进行单时段市场出清。示例系统1为两节点系统, 市场主体包含2台清洁能源机组(G1、G2)、两台火电机组(G3、G4)和2个用户(D1、D2)。示例系统1的机组成本、机组出力限制、负荷需求和线路传输容量限制等如图1所示。

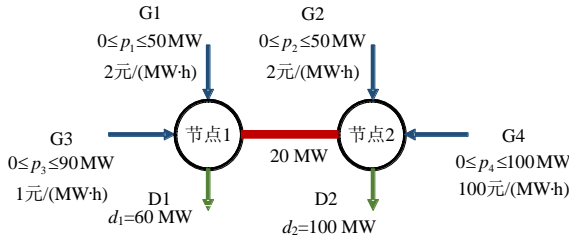


图 1 示例系统 1

Fig. 1 Illustrative system 1

市场出清模型如下所示：

$$\min (2 \times p_1 + 2 \times p_2 + 1 \times p_3 + 100 \times p_4) \quad (49)$$

$$\text{s.t. } p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = d_1 + d_2 \quad (50)$$

$$-20 \leq p_1 + p_3 - d_1 \leq 20 \quad (51)$$

$$p_1 + p_2 \geq 0.6d_1 + 0.5d_2 \quad (52)$$

$$\begin{cases} 0 \leq p_1 \leq 50 \\ 0 \leq p_2 \leq 50 \\ 0 \leq p_3 \leq 90 \\ 0 \leq p_4 \leq 100 \end{cases} \quad (53)$$

式中： p_1 、 p_2 、 p_3 和 p_4 分别为机组 G1、G2、G3 和 G4 的出力变量； d_1 和 d_2 为用户 D1 和 D2 的负荷需求。式(50)为功率平衡约束；式(51)为线路传输容量限制约束；式(52)为新能源消纳约束；式(53)为机组出力上、下限约束。

分析该问题可知，约束式(52)导致前述条件 1 不满足，机组的 LMP 不满足式(21)。求解该问题可知，G1、G2、G3 和 G4 的最优调度指令(或中标结果)分别为 36、50、44 和 30 MW，即在约束式(52)的作用下，火电机组 G3 即使申报最低价也无法被调度到最大出力；系统运行约束式(50)–(52)的对偶乘子分别为 100、99 和 1；基于 LMP 定义式(20)，节点 1 的 LMP 为 1.6 元/(MW·h)，节点 2 的 LMP 为 100.5 元/(MW·h)。此时，在可解释性方面，由于考虑系统约束式(52)，同一节点不同市场主体单位出力/需求对于系统资源的贡献/占用不同，此时 LMP 机制以同一价格对该节点所有市场主体定价的可解释性存疑；在竞争均衡性方面，LMP 下，机组 G1 的最优自调度决策是关机，G3 和 G4 的最优自调度决策是其最大出力，3 台机组均存在机会成本损失，分别为 14.4、27.6 和 35 元；在成本回收性方面，机组 G1 无法回收其运行成本，存在 14.4 元的成本回收缺额；在收入充足性方面，机组侧总收入为 8 168 元，用户侧总支付为 10 146 元，市场盈余为 1 978 元，若市场运营机构之前分配了 20 MW 的金融输电权(与市场出清模型中的线路容

量限值一致)给各市场主体，相关支出为 1 980 元，市场运营机构存在 2 元的产品收入缺额。

基于上述案例分析可知，当考虑清洁能源发电占比约束导致条件 1 无法满足时，节点电价的可解释性、竞争均衡性、成本回收性、收入充足性均可能受损。因此，在使用 LMP 机制定价时，若要保证上述经济学性质，应避免为实现某种政策性目标而在市场出清模型中增加致使条件 1 受损的系统约束，或者可根据系统约束的物理内涵，基于同质同价原则拓展 LMP 下不同市场主体的价格表达式。

案例 2：在案例 2 中，假设考虑场外干预等原因，调度指令与构成价格信号的对偶乘子并非从同一市场出清模型中获得，此时，上文经济调度问题表示获得价格信号的定价辅助问题，而市场运营机构下发的调度指令并非定价辅助问题的最优解。本案例基于示例系统 1 进行单时段市场出清，定价辅助模型由式(49)–(51)和(53)构成。

求解该问题可知，G1、G2、G3 和 G4 的最优调度指令分别为 0、50、80 和 30 MW；系统运行约束(50)和(51)的对偶乘子分别为 100 和 99；基于 LMP 定义式(20)，节点 1 和 2 的电价分别为 1 和 100 元/(MW·h)。假设实际下发的调度指令(或中标结果)并非上述最优调度指令，例如，G1、G2、G3 和 G4 的实际调度指令分别为 5、45、70 和 40 MW，会导致条件 2 不满足。此时，在可解释性方面，由于实际调度指令并不会导致线路潮流达界，LMP 下线路容量资源的稀缺性价值存疑；在竞争均衡性方面，LMP 下 G1 和 G2 分别存在 5 和 490 元的机会成本损失；在成本回收性方面，LMP 下 G1 无法回收其运行成本，存在 5 元的成本回收缺额；在收入充足性方面，机组侧总收入为 8 575 元，用户侧总支付为 10 060 元，市场盈余为 1 485 元，若市场运营机构之前分配了 20 MW 的金融输电权给各市场主体，相关支出为 1 980 元，市场运营机构存在 495 元的产品收入缺额。

基于上述案例分析可知，当考虑场外干预修改调度指令导致条件 2 无法满足时，节点电价的可解释性、竞争均衡性、成本回收性、收入充足性可能受损。因此，在使用 LMP 机制定价时，若要保证上述经济学性质，应保证下发的调度指令是经济调度模型或定价辅助模型(基于其对偶乘子推导 LMP 的模型)的最优解。

案例 3：在案例 3 中，考虑火电机组的启动成

本和最小出力限制。本案例基于参数修改后的示例系统1进行单时段市场出清。修改示例系统1中火电机组的参数,假设机组G3和G4的最小出力限制分别为20和40MW,初始状态为关机,启动成本为300元,机组组合模型如式(54)–(56)所示。

$$\min \{2 \times p_1 + 2 \times p_2 + 1 \times p_3 + 100 \times p_4 + 300 \times y_3^u + 300 \times y_4^u\} \quad (54)$$

$$\text{s.t. (50)、(51)} \quad (55)$$

$$\begin{cases} 0 \leq p_1 \leq 50 \\ 0 \leq p_2 \leq 50 \\ 20 \times y_3^u \leq p_3 \leq 90 \times y_3^u \\ 40 \times y_4^u \leq p_4 \leq 100 \times y_4^u, (y_3^u, y_4^u) \in \{0,1\} \end{cases} \quad (56)$$

式中 y_3^u 和 y_4^u 为机组 G3 和 G4 的启动变量。式(56)为机组出力上、下限约束。

求解机组组合问题,得到启动指令最优解为 $y_3^{u*} = 1, y_4^{u*} = 1$ 。固定启动指令后,得到经济调度模型由式(49)–(51)和(57)构成。

$$\begin{cases} 0 \leq p_1 \leq 50 \\ 0 \leq p_2 \leq 50 \\ 20 \leq p_3 \leq 90 \\ 40 \leq p_4 \leq 100 \end{cases} \quad (57)$$

分析上述模型可知,机组在经济调度问题中的预期自调度成本函数忽略机组的启动成本,与机组实际成本函数不同,对应构成的预期自调度问题与机组实际自调度问题不同,导致条件3不满足;机组G3、G4的启动决策、启动费用、最小出力限制导致条件4不满足。求解经济调度问题可知,G1、G2、G3和G4的最优调度指令分别为0、40、80和40MW;系统运行约束式(50)和(51)的对偶乘子分别为2和1;基于LMP定义式(20),节点1和2的电价分别为1和2元/(MW·h)。此时,在竞争均衡性方面,LMP下G3和G4分别存在300和4220元的机会成本损失;在成本回收性方面,LMP下G3和G4无法回收其运行成本,分别存在300和4220元的成本回收缺额。

基于上述案例分析可知,当考虑火电机组的启动成本和最小出力限制导致条件3和4无法满足时,节点电价的全局竞争均衡性与成本回收性可能受损。因此,在使用LMP机制定价时,若要保证上述经济学性质,可根据条件3与4设置市场主体申报成本函数与可行域的规则,并在经济调度模型或定价辅助模型中予以保证,或者需根据市场主体

的运行特性与成本损失情况,优化定价机制或设计相应的补偿机制。

案例4:在案例4中,考虑梯级水电的上、下游耦合特性。本案例基于示例系统2进行单时段市场出清,示例系统2为单节点系统,市场主体包含2个水电站(各1台水发电机组,G1、G2)和1个用户(D10),市场主体参数如图2所示。

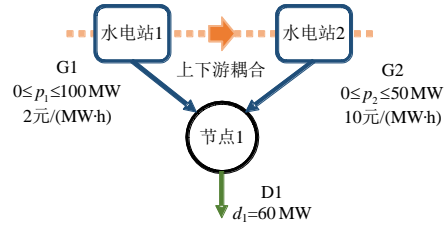


图2 示例系统2

Fig. 2 Illustrative system 2

为便于分析,将水位与库容、机组出力与发电流量等之间的关系简化为线性关系,忽略两电站之间的水流时滞,考虑体现上下游耦合特性的水量平衡约束式(60),市场出清模型如式(58)–(61)所示。

$$\min (2 \times p_1 + 10 \times p_2) \quad (58)$$

$$p_1 + p_2 = d_1 \quad (59)$$

$$\begin{cases} V_1 = 6 \times 10^4 + 3600 \times (10 - Q_1) \\ V_2 = 8 \times 10^4 + 3600 \times (Q_1 - Q_2) \end{cases} \quad (60)$$

$$\begin{cases} Q_1 = q_1 + s_1 \\ Q_2 = q_2 + s_2 \\ p_1 = 4 \times q_1 \\ p_2 = 4 \times q_2 \\ 0 \leq s_1 \leq 5 \\ 0 \leq s_2 \leq 5 \\ 0 \leq q_1 \leq 25 \\ 0 \leq q_2 \leq 13 \\ 0 \leq p_1 \leq 100 \\ 0 \leq p_2 \leq 50 \\ 1 \times 10^4 \leq V_1 \leq 1 \times 10^5 \\ 1 \times 10^4 \leq V_2 \leq 1 \times 10^5 \end{cases} \quad (61)$$

式中: V_1 和 V_2 为水电站1和水电站2的库容变量; Q_1 和 Q_2 为电站的出库流量变量; s_1 和 s_2 为电站的弃水流量变量; q_1 和 q_2 为G1和G2的发电流量变量。式(59)表示功率平衡约束;式(61)表示水电站水库与水机组的运行特性约束。

分析该市场出清问题可知,在约束式(60)和(61)的限制下,G1和G2的预期自调度问题均不存在出力为0的可行点,导致条件4不满足。求解该问题可知,G1和G2的最优调度指令分别为51.11和

8.89 MW。基于 LMP 定义式(20)，节点电价为 6 元/(MW·h)。此时，在成本回收性方面，LMP 下机组 G2 无法回收其运行成本，存在 35.56 元的成本回收缺额。

基于上述案例分析可知，当考虑水电的上/下游耦合特性、弃水限制等导致条件 4 无法满足时，节点电价的成本回收性可能受损。因此，在使用 LMP 机制定价时，若要保证成本回收性，可根据条件 4 设置市场主体申报成本函数与可行域的规则，并在经济调度模型或定价辅助模型中予以保证，或者需根据市场主体的运行成本特性，优化定价机制或设计相应的补偿机制。

案例 5 在案例 5 中，考虑计划电对现货市场出清约束的影响。本案例基于示例系统 3 进行单时段市场出清，示例系统 3 为单节点系统，市场主体包含 2 个机组(G1、G2)和 1 个用户(D1)，计划的发电和用电分别为 10 和 30 MW，如图 3 所示。

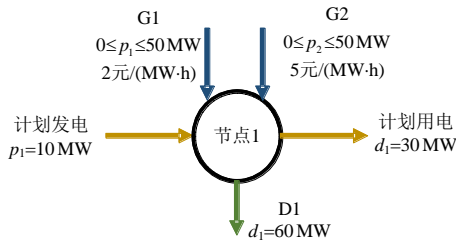


图 3 示例系统 3

Fig. 3 Illustrative system 3

市场出清模型如式(62)–(64)所示。

$$\min (2 \times p_1 + 5 \times p_2) \tag{62}$$

$$\text{s.t. } p_1 - p_2 - d_1 = -p_f + d_f \tag{63}$$

$$\begin{cases} 0 \leq p_1 \leq 50 \\ 0 \leq p_2 \leq 50 \end{cases} \tag{64}$$

式(63)为功率平衡约束；式(64)为机组出力上、下限约束。分析该市场出清问题可知，计划电可能使模型的系统功率平衡约束中常数项(-p_f+d_f)为正，导致条件 5 不满足。求解该市场出清问题可知，G1 和 G2 的最优调度指令分别为 50 和 30 MW；节点 1 的电价为 5 元/(MW·h)。此时，现货市场机组侧的总收入为 400 元，用户侧的总支付为 300 元，市场盈余为-100 元，产品收入缺额为 100 元，LMP 机制的收入充足性受损。

基于上述案例分析可知，当考虑计划电导致条件 5 无法满足时，节点电价的收入充足性可能受损。因此，在使用 LMP 机制定价时，若要保证收入充足性，应避免在市场出清模型中增加致使条件 5 受

损的系统约束(如避免供需不平衡的计划电直接影响现货市场的出清电量，可令平衡后的计划电以差价合约的形式存在，只影响结算环节，保证现货市场全电量出清)，或者需根据约束的物理含义研究不平衡资金的分摊机制。

案例 6：在案例 6 中，假设预先分配的金融输电电权与实际市场出清时的线路容量不一致。本案例基于示例系统 1 进行单时段市场出清，市场出清模型由式(49)–(51)、(53)构成。

本案例市场出清模型与案例 2 相同，求解可知线路容量价格为 99 元/MW。假设预先分配金融输电电权时，线路容量为 30 MW，而现货市场出清时，线路容量为 20 MW，导致条件 6 不满足。此时，现货市场的市场盈余为 1980 元，由于市场运营机构之前分配了 30 MW 的金融输电电权给各市场主体，相关支出为 2970 元，故存在 990 元的产品收入缺额，LMP 机制的收入充足性受损。

基于上述案例分析可知，当考虑预先分配的金融输电电权超过实际市场出清的线路容量，导致条件 6 无法满足时，节点电价的收入充足性可能受损。因此，在使用 LMP 机制定价时，若要保证收入充足性，应保证提前分配的金融产品量不超过市场出清模型中的系统资源限值，或者需根据约束的物理含义与金融产品相关市场机制研究不平衡资金的分摊机制。

综上，不同案例下 LMP 机制所能保证的经济学性质可总结如表 2 所示。

表 2 不同案例下节点边际电价机制所能保证的经济学性质

案例	受损条件	可解释性	竞争均衡性		成本回收性	收入充足性	
			局部	全局		盈余非负	缺额为零
1	条件 1	×	×	×	×	√	×
2	条件 2	×	×	×	×	√	×
3	条件 3 和条件 4	√	√	×	×	√	√
4	条件 4	√	√	√	×	√	√
5	条件 5	√	√	√	√	×	×
6	条件 6	√	√	√	√	√	×

总体而言，案例分析进一步论证 LMP 机制在实际应用中的局限性，说明在应用 LMP 时，若市场出清模型系统参数、市场出清决策方法、市场主体成本函数、市场主体可行域等无法满足特定条件，节点边际电价将难以保证重要的经济学性质。

因此,如果在实际电力市场中考虑使用 LMP 机制,可参考本文对其经济学性质成立条件与局限性的分析方法或结论,判断在具体应用场景下是否能保证所需性质;而如果在实际应用中已使用 LMP 机制并出现了经济学性质受损问题,可参考本文分析方法或结论,锁定具体场景下性质受损的本质原因,进而根据市场主体成本特征、市场主体可行域特征、市场出清模型的参数特征等,以缓解经济学性质受损为目标,研究市场定价、补偿、分摊等机制的定制化设计方法。

4 结论

本文归纳整理了电力定价机制所需满足的理想经济学性质,系统论证了节点边际电价机制的局限性。研究表明,当市场出清决策方法、市场主体成本函数、市场主体可行域、系统运行约束等满足特定条件时,节点边际电价机制可保证可解释性、竞争均衡性、成本回收性、收入充足性等经济学性质。案例分析表明,一旦因市场运营要求、市场主体运行特性、市场出清模型参数特性等原因致使条件无法满足,使用节点边际电价机制可能导致电价的可解释性存疑、市场主体存在机会成本损失、市场主体存在成本回收缺额、市场运营机构存在产品收入缺额等。本文研究结论表明,需要针对具体场景下的价格经济学性质受损问题展开定价、补偿、分摊机制研究,进一步构建科学完善的电力市场定价方法。

参考文献

- [1] 张粒子,李雲建,张洪,等. 统一电力现货市场体系的结构设计理论方法[J]. 中国电机工程学报, 2025, 45(4): 1343-1359.
ZHANG Lizi, LI Yunjian, ZHANG Hong, et al. Theoretical method for structural design of a unified electricity spot market system[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(4): 1343-1359(in Chinese).
- [2] 国家发展和改革委员会. 国家发展和改革委员会关于进一步深化燃煤发电上网电价市场化改革的通知(发改价格(2021)1439号)[EB/OL]. (2021-10-11) [2025-02-11]. https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2021-10/12/content_5642159.htm.
- [3] 国家发展和改革委员会. 国家发展和改革委员会《电力市场运行基本规则》2024年第20号令[EB/OL]. (2024-05-14)[2025-02-11]. https://www.ndrc.gov.cn/xxgk/zcfb/fzggwl/202405/t20240510_1377245.html.
- [4] 王怡,杨知方,余娟. 基于人工约束生成的电力市场非凸定价[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(20): 7868-7880.
WANG Yi, YANG Zhifang, YU Juan. Non-convexity pricing of electricity market based on artificial constraint generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(20): 7868-7880(in Chinese).
- [5] 李欣芝,刘念,丁一,等. 基于演化学习改进 Stacking 集成方式的节点边际电价解耦预测方法[J]. 中国电机工程学报, 2025, 45(23): 9177-9190.
LI Xinzhi, LIU Nian, DING Yi, et al. A locational marginal price decoupling forecasting method based on evolutionary learning improved stacking[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(23): 9177-9190(in Chinese).
- [6] HOGAN W W. Electricity market design [EB/OL]. (2021-07-31)[2025-02-03]. https://scholar.harvard.edu/files/whogan/files/hogan_acc073021.pdf.
- [7] GRIBIK P R, HOGAN W W, and POPE S L. Market-Clearing Electricity Prices and Energy Uplift [EB/OL]. (2007-12-31)[2025-02-03]. https://whogan.scholars.harvard.edu/sites/g/files/omnuum4216/files/whogan/files/gribik_hogan_pope_price_uplift_123107.pdf.
- [8] AZIZAN N, SU Yu, DVIJOTHAM K, et al. Optimal pricing in markets with nonconvex costs[J]. Operations Research, 2020, 68(2): 480-496.
- [9] BICHLER M, KNÖRR J, MALDONADO F. Pricing in nonconvex markets: how to price electricity in the presence of demand response[J]. Information Systems Research, 2023, 34(2): 652-675.
- [10] 房欣欣. 显式计及激励相容特性的电力现货市场出清方法[D]. 重庆: 重庆大学, 2022.
FANG Xinxin. Market clearing approach considering explicit incentive compatibility for electricity spot market [D]. Chongqing: Chongqing University, 2022(in Chinese).
- [11] EXIZIDIS L, KAZEMPOUR J, PAKONSTANTINOUS A, et al. Incentive-compatibility in a two-stage stochastic electricity market with high wind power penetration [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(4): 2846-2858.
- [12] ZHENG T, ZHAO F, SCHIRO D, et al. The hidden properties of fast start pricing[EB/OL]. (2018-06-28)[2025-02-04]. https://www.ferc.gov/sites/default/files/2020-08/T1-3_Zheng.pdf.
- [13] 钟海旺,张宁,杜尔顺,等. 新型电力系统中的规划运营与电力市场: 研究进展与科研实践[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(18): 7084-7104.
ZHONG Haiwang, ZHANG Ning, DU Ershun, et al. Planning, operation and market of new power system:

- research progress and practice[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(18): 7084-7104(in Chinese).
- [14] FANG Xin, WEI Yanli, LI Fangxing. Evaluation of LMP intervals considering wind uncertainty[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(3): 2495-2496.
- [15] 肖杨, 丁涛, 黄雨涵, 等. 拓展节点电价: 基于机组凸包的线性松弛定价方法及其在电力现货市场中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2026, 46(1): 101-114.
XIAO Yang, DING Tao, HUANG Yuhan, et al. Extended locational marginal price: a linear relaxation pricing method based on convex hull of unit commitment and its applications in electricity spot market [J]. Proceedings of the CSEE, 2026, 46(1): 101-114(in Chinese).
- [16] ORFANOIANNI T, GROSS G. A general formulation for LMP evaluation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(3): 1163-1173.
- [17] LI Zuyi, DANESHI H. Some observations on market clearing price and locational marginal price[C]//IEEE Power Engineering Society General Meeting. San Francisco: IEEE, 2005: 2042-2049.
- [18] BAUGHMAN M L, SIDDIQI S N. Real-time pricing of reactive power: theory and case study results[J]. IEEE Transactions on Power systems, 1991, 6(1): 23-29.
- [19] MOMOH J A, XIA Yan, BOSWELL G D. Locational marginal pricing for real and reactive power[C]//2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting- Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century. Pittsburgh: IEEE, 2008: 1-6.
- [20] LITVINOV E, ZHENG Tongxin, ROSENWALD G, et al. Marginal loss modeling in LMP calculation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(2): 880-888.
- [21] YANG Zhifang, BOSE A, ZHONG Haiwang, et al. LMP revisited: A linear model for the loss-embedded LMP [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(5): 4080-4090.
- [22] WANG Qin, ZHANG Guangyuan, MCCALLEY J D, et al. Risk-based locational marginal pricing and congestion management[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(5): 2518-2528.
- [23] 雷星雨, 杨知方. 显式计及新能源不确定性多统计矩特征的电力市场定价方法[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(15): 5772-5784.
LEI Xingyu, YANG Zhifang. Electricity market pricing method considering multiple statistical moments of renewable energy uncertainty[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(15): 5772-5784(in Chinese).
- [24] 房欣欣, 杨知方, 余娟, 等. 节点电价的理论剖析与拓展[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(2): 379-389.
FANG Xinxin, YANG Zhifang, YU Juan, et al. Theoretical analysis and extension of locational marginal price[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(2): 379-389(in Chinese).
- [25] 王宣元, 高峰, 康重庆, 等. 扩展的节点电价算法研究[J]. 电网技术, 2019, 43(10): 3587-3596.
WANG Xuanyuan, GAO Feng, KANG Chongqing, et al. Analysis of extended locational marginal price [J]. Power System Technology, 2019, 43(10): 3587-3596(in Chinese).
- [26] 史新红, 郑亚先, 薛必克, 等. 机组运行约束对机组节点边际电价的影响分析[J]. 电网技术, 2019, 43(8): 2658-2664.
SHI Xinhong, ZHENG Yaxian, XUE Bike, et al. Effect analysis of unit operation constraints on locational marginal price of unit nodes[J]. Power System Technology, 2019, 43(8): 2658-2664(in Chinese).
- [27] 王剑晓, 钟海旺, 夏清, 等. 基于价值公平分配的电力市场竞争机制设计[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(2): 7-17.
WANG Jianxiao, ZHONG Haiwang, XIA Qing, et al. Competitive mechanism design in electricity market based on fair benefit allocation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(2): 7-17(in Chinese).
- [28] 王怡, 杨知方, 余娟, 等. 从优化视角剖析电力市场的定价问题[J]. 电工技术学报, 2023, 38(17): 4729-4745.
WANG Yi, YANG Zhifang, YU Juan, et al. Analyzing pricing problem in electricity market from an optimization perspective[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(17): 4729-4745(in Chinese).
- [29] AHUNBAY M S, BICHLER M, KNÖRR J. Pricing optimal outcomes in coupled and non-convex electricity markets[C]//Proceedings of the 24th ACM Conference on Economics and Computation. London: ACM, 2024.
- [30] SCHIRO D A, ZHENG Tongxin, ZHAO Feng, et al. Convex hull pricing in electricity markets: Formulation, analysis, and implementation challenges [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 4068-4075.

附录 A 两种电价表达式的关联性分析

对于式(20)和(21)两种电价表达式, 前者源于节点边际电价最初的定义式, 后者常见于节点边际电价机制的激励性质证明。为说明上述两种计算方式的关联性, 可将机组和用户映射到系统各节点上, 引入 p_t^i 表示时段 t 的节点机组出力(功率注入)变量向量; 添加约束 $p_t^i = (\mathbf{M}^P)^T p_t, \forall t$ 或 $p_{b,t}^i = \sum_i m_{i,b}^p p_{i,t}, \forall b, \forall t$, 其中, \mathbf{M}^P 是机组和节点的关联矩阵, 矩阵行数为机组数, 矩阵列数为节点数, 以 b 作为系统节点索

引,若机组 i 在节点 b 上,矩阵第 i 行、第 b 列的元素 $m_{i,b}^p=1$; 否则, $m_{i,b}^p=0$; 定义 σ_t^c 为约束 $p_t^i=(M^p)^T p_t$ 的拉格朗日乘子或对偶乘子。同时,引入 p_t^o 表示时段 t 的节点负荷需求(功率流出)向量; 定义 $p_t^o=(M^D)^T d_t, \forall t$ 或 $p_{b,t}^o=\sum_n m_{n,b}^D d_{n,t}, \forall b, \forall t$, 其中, M^D 为用户和节点的关联矩阵, 矩阵行数为用户数, 矩阵列数为节点数, 若用户 n 在节点 b 上, 矩阵第 n 行、第 b 列的元素 $m_{n,b}^D=1$; 否则, $m_{n,b}^D=0$ 。

因此, 系统约束可以改写为

$$\sum_b (A_{b,t}^{iED} p_{b,t}^I - A_{b,t}^{oED} p_{b,t}^O) \geq e_t^{ED}, [\sigma_t^A], \forall t \quad (A1)$$

式中: $p_{b,t}^I$ 为节点 b 在时段 t 的机组出力(功率注入)变量; $p_{b,t}^O$ 为节点 b 在时段 t 的负荷需求(功率流出); $A_{b,t}^{iED}$ 和 $A_{b,t}^{oED}$ 为 $p_{b,t}^I$ 、 $-p_{b,t}^O$ 的系统约束系数向量, 其与 $A_{i,t}^{pED}$ 和 $A_{n,t}^{dED}$ 之间的关系为:

$$A_{i,t}^{pED} = \sum_b m_{i,b}^p A_{b,t}^{iED} \quad (A2)$$

$$A_{n,t}^{dED} = \sum_b m_{n,b}^D A_{b,t}^{oED} \quad (A3)$$

然后, 在本文所述第 1 种电价表达式下, 对各节点的负荷需求定价。经济调度问题的拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L^{ED} = & \sum_i \sum_t c_{i,t}^p p_{i,t} - \sum_t (\sigma_t^A)^T [\sum_b (A_{b,t}^{iED} p_{b,t}^I - A_{b,t}^{oED} p_{b,t}^O) - e_t^{ED}] - \\ & \sum_i (\beta_i^B)^T [\sum_t B_{i,t}^{pED} p_{i,t} + (B_i^{zED})^T z_i - k_i^{ED}] - (\gamma^H)^T \cdot \\ & [\sum_i (H_i^{zED})^T z_i - m^{ED}] - \sum_t (\sigma_t^C)^T [p_t^I - (M^p)^T p_t] \end{aligned} \quad (A4)$$

节点 b 时段 t 负荷需求的节点边际电价为

$$\lambda_{b,t}^{oED} = \frac{\partial L^{ED}}{\partial p_{b,t}^O} = (\sigma_t^{A^{**}})^T A_{b,t}^{oED} \quad (A5)$$

式(A5)为节点边际电价最初的定义式, 即在满足所有运行约束的情况下, 节点 b 在时段 t 新增单位负荷所引起的系统总运行成本增量。在节点边际电价机制下, 同一节点的机组出力与负荷需求执行相同价格, 基于此可验证第二种电价表达式的正确性。

对于单一电能市场, 同一节点不同机组的单位出力对系统贡献相同, 同一节点的机组单位出力和负荷单位需求对系统贡献相反, 即 $A_{b,t}^{iED} = A_{b,t}^{oED}$ 。进而, 基于式(21)和式(A2)可得:

$$\lambda_{i,t}^{pED} = (\sigma_t^{A^{**}})^T \sum_b m_{i,b}^p A_{b,t}^{iED} = \sum_b m_{i,b}^p (\sigma_t^{A^{**}})^T A_{b,t}^{oED} = \sum_b m_{i,b}^p \lambda_{b,t}^{oED} \quad (A6)$$

由此可知, 当同一节点的市场主体提供单位电能服务对系统的贡献相同时 ($A_{b,t}^{iED} = A_{b,t}^{oED}$), 通过式(21)得到的机组电价与通过节点边际电价定义式(A5)得到的机组所在节点的电价相同, 否则, 两者可能不一致, 基于式(21)得到的机组电价并非节点电价。



王怡

在线出版日期: 2025-02-24。

收稿日期: 2024-10-24。

作者简介:

王怡(1998), 女, 博士, 研究方向为电力市场、机制设计、电力系统规划等, wangyi@cqu.edu.cn;

*通信作者: 杨知方(1992), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 方向为电力系统优化、电力市场等, zfyang@cqu.edu.cn。

(编辑 乔宝榆, 张蕾)