

基于 Nelder-Mead 算法的四轴无人机分数阶 PID 控制器参数设计方法

李国超,李志雷,沈学良,候超,邢雨辰

(国网河北省电力有限公司雄安新区供电公司,河北 雄安新区 071600)

摘要:针对传统控制方法在处理四轴无人机复杂非线性系统时存在局限性和传统 PID 参数调节方法效率偏低的问题,提出了一种基于 Nelder-Mead 算法优化的四轴无人机分数阶 PID 控制器参数设计方法。分数阶 PID 控制器在应对复杂系统非线性特性方面优势明显,而 Nelder-Mead 算法作为高效直接搜索算法,能有效解决传统 PID 参数调节难题。首先介绍了四旋翼无人机的飞行原理和数学模型,包括动力学模型和旋转运动方程。然后,详细阐述了分数阶 PID 控制器的设计原理和实现方法,以及 Nelder-Mead 算法在优化分数阶 PID 参数中的应用。最后,通过 Matlab/Simulink 仿真分析与硬件在环实验,验证了所提出方法的有效性及其性能优势。研究表明,基于 Nelder-Mead 优化算法的分数阶 PID 控制器,在四旋翼无人机位置和姿态控制中,超调量低于传统整数阶 PID 控制器,响应速度得到提升。在系统跟踪预定轨迹时,其稳定性和精确度表现更佳。该控制器应用于无人机电力巡检,能为不同环境下的稳定飞行提供参数调节方案,具备实际应用与推广基础。

关键词:四旋翼无人机;分数阶 PID 控制器;Nelder-Mead 算法;控制性能优化

中图分类号:V279;TM75 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-9898(2026)01-0086-09

Parameter Design Method for Fractional-Order PID Controller of Quadrotor UAV Based on Nelder-Mead Algorithm

LI Guochao, LI Zhilei, SHEN Xueliang, HOU Chao, XING Yuchen

(State Grid Hebei Electric Power Co., Ltd., Xiong'an New Area Power Supply Company, Xiong'an New Area 071600, China)

Abstract: Aiming at the limitations of traditional control methods in handling the complex nonlinear systems of quadrotor drones and the low efficiency of traditional PID parameter tuning methods, this paper proposes a parameter design method for a fractional-order PID (FOPID) controller of quadrotor drones optimized by the Nelder-Mead (NM) algorithm. With the advancement and widespread application of drone technology, traditional control methods face limitations in handling the complex nonlinear systems and variable environmental characteristics of quadrotor drones. Fractional-order PID controllers demonstrate superior performance in managing the nonlinear dynamics of such systems due to their flexibility and adaptability. Meanwhile, the traditional PID parameter tuning method is inefficient as it relies heavily on experience and trial-and-error. The Nelder-Mead algorithm, as an efficient direct search optimization method, has shown excellent performance in PID parameter optimization. This paper first introduces the flight principles and mathematical model of quadrotor drones, including the dynamic and kinematic models as well as the rotational motion equations. Subsequently, it elaborates on the design principles and implementation of the fractional-order PID controller, as well as the application of the Nelder-Mead algorithm in optimizing its parameters. The effectiveness and performance advantages of the proposed method are validated through Matlab/Simulink simulations and hardware-in-the-loop experiments. The results show that the fractional-order PID controller optimized by the Nelder-Mead algorithm significantly outperforms traditional integer-order PID controllers in position and attitude control. Specifically, it has a lower overshoot, a faster response speed, and shows better stability and accuracy when the system tracks the predetermined trajectory. Therefore, this study provides a reliable and efficient control strategy for stable quadrotor flight under varying environmental conditions, offering significant practical value and potential for applications such as power line inspection using drones.

收稿日期:2025-02-07 **修回日期:**2025-05-23

作者简介:李国超(1989-),男,工程师,主要从事高压电缆运维检修管理工作。

基金项目:国网河北省电力有限公司科技项目(kj2023-049)。

Key words: quadcopter unmanned aerial vehicle; fractional-order PID controller; nelder-mead algorithm; control performance optimization

0 引言

随着无人机技术的不断进步,四旋翼无人机已在众多应用领域展现出了其巨大潜力,广泛应用于航拍、农业监测以及电力线路安全巡检等^[1]。在四旋翼无人机控制领域,PID 控制、滑模控制^[2]、反步控制以及自适应控制^[3]等技术备受关注。然而,面对四旋翼无人机复杂的非线性模型与多变的环境特性,传统控制方法暴露出一定局限性^[4]。

近年来,分数阶 PID 控制方法逐渐引起学术界和工业界的广泛关注^[5]。分数阶控制理论不仅具有严密的数学基础,而且在实际应用中展现了出色的性能。相较于传统的整数阶 PID 控制器,分数阶 PID 控制器更具有灵活性和适应性^[6],能够更好地处理复杂系统的非线性特性,并提高控制系统的稳定性。

传统的 PID 参数调节方法往往依赖于经验和试错,耗时耗力且难以获得最优解。而分数阶 PID 控制器参数繁多,针对它难以进行参数整定的问题,许多学者也应用了各类智能优化算法来对分数阶 PID 控制的参数进行整定^[7],如粒子群优化(PSO)^[8]、遗传算法(GA)等^[9]。在这些方法中,Nelder-Mead 算法^[10]作为一种直接搜索算法,具有计算效率高、易于实现等优点,在 PID 参数优化中表现出了较好的性能。

本文旨在探讨基于 Nelder-Mead 算法的四旋翼无人机分数阶 PID 控制器参数优化方法。通过将 Nelder-Mead 算法与分数阶 PID 控制器相结合,提出一种适用于四旋翼无人机控制系统的改进控制策略,为四旋翼无人机在不同环境下的稳定飞行提供更为可靠和高效的解决方案。深入介绍分数阶 PID 控制理论的基础知识、Nelder-Mead 算法的原理以及其在参数优化中的应用,同时提出基于 Nelder-Mead 算法的四旋翼无人机分数阶

PID 控制器参数优化方法^[11],并通过仿真实验验证其有效性和性能优势。

1 四旋翼无人机数学模型

1.1 四旋翼无人机飞行原理

四旋翼无人机的主流结构设计为 X 型布局,如图 1 所示。该类型无人机的核心组件是其 4 个电机,它们通过调控各个旋翼的转速来实现多种飞行操作^[12]。为建立精确的飞行器动力学模型,首先需要定义两个坐标系:地面坐标系 $E_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ 和机体坐标系 $E(O, X, Y, Z)$ 。其中,地面坐标系用于确定无人机在空间中的位置信息,机体坐标系则用于衡量无人机的姿态变化。通过这种方式,可以有效分析并控制四旋翼无人机的各种飞行动态。

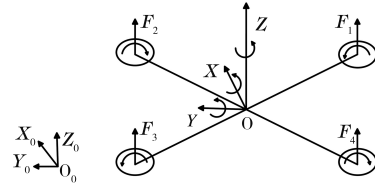


图 1 四旋翼无人机结构示意图

$F_1 \sim F_4$ 分别表示旋翼 1~4 产生的升力。控制 $F_1 \sim F_4$ 的大小可实现垂直运动、俯仰运动、横滚运动和偏航运动,具体如下:同时增大或减小 $F_1 \sim F_4$,四旋翼将做垂直运动;保持 F_2 和 F_4 不变,增大 F_1 和 F_3 中的一个,同时减小另外一个,四旋翼将做俯仰运动;保持 F_1 和 F_3 不变,增大 F_2 和 F_4 中的一个,同时减小另外一个,四旋翼将做横滚运动;同时增大 F_1 和 F_3 ,减小 F_2 和 F_4 ,或者同时增大 F_2 和 F_4 ,减小 F_1 和 F_3 ,四旋翼将做偏航运动^[13]。四旋翼无人机在飞行的过程中,其姿态角会动态发生变化。为了更好地描述姿态角,构造以欧拉角表示的机体坐标系转换为地理坐标系的旋转矩阵^[14],如式(1)所示:

$$\mathbf{R}_a^b = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta & \sin \beta \sin \alpha \cos \delta - \cos \beta \sin \delta & \cos \beta \sin \alpha \cos \delta + \sin \beta \sin \delta \\ \cos \alpha \sin \delta & \sin \beta \sin \alpha \sin \delta + \cos \beta \cos \delta & \cos \beta \sin \alpha \sin \delta - \sin \beta \cos \delta \\ -\sin \beta & \sin \beta \cos \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: α, β, δ 分别为横滚角、俯仰角和偏航角。

1.2 四旋翼无人机模型

为了简化分析,本文对四轴无人机模型进行以下假设:四轴无人机是均匀对称刚体,几何中心、重心和机体坐标原点重合。四轴无人机的质量和转动惯量固定不变,不考虑桨叶的弹性形变。四轴无人机在飞行过程中,空气阻力系数保持恒定量^[15]。

综合上述假设条件,根据欧拉方程和惯性—机体坐标系,建立四轴无人机的动力学模型,如式(2)所示:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos \alpha \sin \beta \cos \delta + \sin \alpha \sin \delta) \frac{U_T}{m} - \frac{k_f \dot{x}}{m} \\ \ddot{y} = (\cos \alpha \sin \beta \sin \delta - \sin \alpha \cos \delta) \frac{U_T}{m} - \frac{k_f \dot{y}}{m} \\ \ddot{z} = (\cos \beta \cos \alpha) \frac{U_T}{m} - g - \frac{k_f \dot{z}}{m} \\ \ddot{\alpha} = \frac{(J_z - J_y) \dot{\beta} \dot{\delta} + \tau_x}{J_x} \\ \ddot{\beta} = \frac{(J_z - J_x) \dot{\alpha} \dot{\delta} + \tau_y}{J_y} \\ \ddot{\delta} = \frac{(J_x - J_y) \dot{\alpha} \dot{\beta} + \tau_z}{J_z} \end{cases} \quad (2)$$

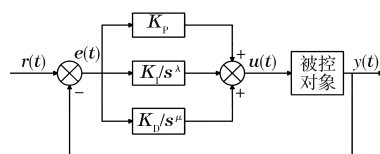
式中: x, y, z 为四轴无人机在惯性坐标系下的位置; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ 为四轴无人机在惯性坐标系下的速度; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ 为四轴无人机在惯性坐标系下的加速度; U_T 为四轴无人机沿机体坐标系 Z 轴的总升力; m 为无人机的质量; g 为重力加速度; k_f 为无人机飞行过程中的空气阻力系数; α, β, δ 为无人机绕机体坐标轴的角速度; $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\delta}$ 为无人机绕机体坐标轴的角加速度; J_x, J_y, J_z 为机体坐标轴三轴的转动惯量; τ_x, τ_y, τ_z 为绕机体坐标轴的转动力矩。

2 控制方案

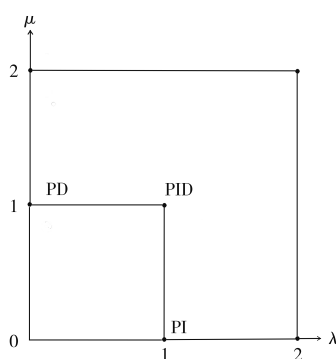
2.1 分数阶 PID 控制器设计

分数阶微积分与整数阶微积分的概念均起源于三百多年前,然而,由于缺乏统一且广泛接受的定义,分数阶微积分理论在早期的发展并不顺利^[16]。直到 19 世纪中叶,才提出了后来被广泛使

用的分数阶微积分定义。目前,在控制领域,常用的分数阶微积分定义包括 Riemann-Liouville、Grunwald-Letnikov 和 Caputo 定义^[17]。在分数阶系统研究中,主要采用离散近似法(如 Euler、Tustin、Muir 方法)和有理函数近似法进行近似化处理^[18]。1999 年, I. Podlubny 将分数阶微积分的概念引入传统 PID 控制器,提出了分数阶 PID 控制器,如图 2 所示。分数阶 PID 控制器的提出,为提高控制系统的灵活性和性能提供了新的方法与视角^[19]。



(a) 分数阶 PID 控制器系统结构



(b) 分数阶 PID 控制器的取值范围

图 2 分数阶 PID 控制器

当前,分数阶 PID 在许多领域都显示出了其应用潜力,具有重要的理论和实践价值。然而,针对四旋翼无人机这类具有复杂系统模型和多变应用环境的设备,分数阶 PID 与非线性系统结合的研究相对较少。将分数阶 PID 应用于四旋翼无人机,通过分数阶动态补偿,在复杂系统中实现了更高精度、更强适应性和更优鲁棒性,能够显著提升控制系统的性能。因此,在飞行控制系统中采用分数阶 PID 的改进型控制器,无疑具有广阔的应用前景。

采用 Caputo 定义来研究分数阶导数, Caputo 定义的分数阶导数^[20]表示为

$${}_a D_t^\lambda f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\lambda)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\lambda-n+1}} d\tau, \quad 0 \leq n-1 \leq \lambda \leq n \quad (3)$$

式中: λ 为分数阶阶次; n 为不小于 λ 的最小整数; a 和 t 分别为积分的上下限; $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函

数; $f^{(n)}(\tau)$ 为一元函数 $f(\tau)$ 的 n 阶导数。

分数阶 PID 控制器设计为:

$$\begin{cases} L_X(s) = \left(K_{XP} + \frac{K_{XI}}{s^\lambda} + K_{XD}s^\mu \right) e_X(s) \\ L_Y(s) = \left(K_{YP} + \frac{K_{YI}}{s^\lambda} + K_{YD}s^\mu \right) e_Y(s) \\ L_Z(s) = \left(K_{ZP} + \frac{K_{ZI}}{s^\lambda} + K_{ZD}s^\mu \right) e_Z(s) \end{cases} \quad (4)$$

式中: $L_X(s), L_Y(s), L_Z(s)$ 为四轴无人机在机体坐标轴三轴下的控制输出; s 为复频域中的复数; K_{XP}, K_{XI}, K_{XD} 为 X 轴控制器的比例、积分、微分系数; K_{YP}, K_{YI}, K_{YD} 为 Y 轴控制器的比例、积分、微分系数; K_{ZP}, K_{ZI}, K_{ZD} 为 Z 轴控制器的比例、积分、微分系数; μ, λ 为微分阶次、积分阶次; $e_X(s), e_Y(s), e_Z(s)$ 为 X 轴、 Y 轴、 Z 轴上的误差。

通过引入分数阶阶次, 控制器获得了额外的自由度, 从而能够更灵活地适应复杂系统的需求。

通过将四轴无人机的控制量传给基于 Nelder-Mead 算法优化的分数阶 PID 控制器, 得到惯性坐标系下, 四轴无人机在 X 轴、 Y 轴、 Z 轴上的控制输出。为了设计控制器更加方便, 此处假设忽略空气阻力, 引入虚拟控制变量代替基于 Nelder-Mead 算法优化的分数阶 PID 控制器的输出, 如式(5)所示:

$$\begin{cases} c_X = (\cos \alpha \sin \beta \cos \delta + \sin \alpha \sin \delta) \frac{U_T}{m} \\ c_Y = (\cos \alpha \sin \beta \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta) \frac{U_T}{m} \\ c_Z = (\cos \beta \cos \alpha) \frac{U_T}{m} - g \end{cases} \quad (5)$$

式中: c_X, c_Y, c_Z 为四轴无人机机体坐标系 X 轴、 Y 轴、 Z 轴的虚拟控制输出量。

由于引入了虚拟控制量, 将公式(4)中的四轴无人机的 $e_X(s), e_Y(s), e_Z(s)$ 求二阶导数, 得到新的四轴无人机位置误差, 如式(6)所示:

$$\begin{cases} \ddot{e}_X = c_X - \frac{k_1 \dot{x}}{m} - \ddot{x}^d \\ \ddot{e}_Y = c_Y - \frac{k_1 \dot{y}}{m} - \ddot{y}^d \\ \ddot{e}_Z = c_Z - \frac{k_1 \dot{z}}{m} - \ddot{z}^d \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\ddot{e}_X, \ddot{e}_Y, \ddot{e}_Z$ 为四轴无人机机体坐标系下

X 轴、 Y 轴、 Z 轴的位置误差; $\dot{x}^d, \dot{y}^d, \dot{z}^d$ 为四轴无人机机体坐标系下 X 轴、 Y 轴、 Z 轴的期望位置, 此处利用加速度表示。

将系统控制量与当前四轴无人机姿态角解算出四轴无人机的期望姿态角, 得到四轴无人机的姿态角误差。四轴无人机机体坐标系下的期望姿态角可由式(2)、式(5)得到, 如式(7)所示:

$$\begin{cases} \alpha^d = \arcsin\left(\frac{m(c_Y \cos \delta - c_X \sin \delta)}{U_T}\right) \\ \beta^d = \arctan\left(\frac{c_Y \sin \delta + c_X \cos \delta}{c_Z + g}\right) \end{cases} \quad (7)$$

式中: α^d, β^d 为四轴无人机的期望横滚角、期望俯仰角。

计算四轴无人机姿态角的误差如式(8)所示:

$$\begin{cases} e_\alpha = \alpha - \alpha^d \\ e_\beta = \beta - \beta^d \\ e_\delta = \delta - \delta^d \end{cases} \quad (8)$$

式中: $e_\alpha, e_\beta, e_\delta$ 为四轴无人机横滚角、俯仰角、偏航角误差; δ^d 为四轴无人机的期望偏航角。

针对四旋翼无人机的欠驱动特性, 结合前述推导公式, 设计了一种有效的控制方案: 实现航迹与横滚角的跟踪, 同时稳定俯仰角与偏航角。所设计的闭环控制器结构见图 3。

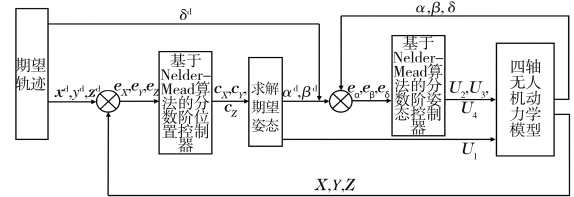


图3 控制器结构

2.2 基于 Nelder-Mead 算法的控制器参数整定

Nelder-Mead 单纯形算法是一种基于几何结构迭代的无导数优化算法, 其核心创新在于通过动态调整高维空间中的单纯形结构实现目标函数极值的有效搜索。与梯度类算法不同, 该方法仅需计算目标函数值, 通过反射、扩张、收缩和压缩 4 种几何操作实现单纯形顶点的更新迭代, 其完整执行流程如图 4 所示, 特别适用于导数不连续或计算成本高的优化问题。

在 n 维优化问题中, 算法通过构造含 $n+1$ 个顶点组成的单纯形, 对比各顶点的函数值以动态

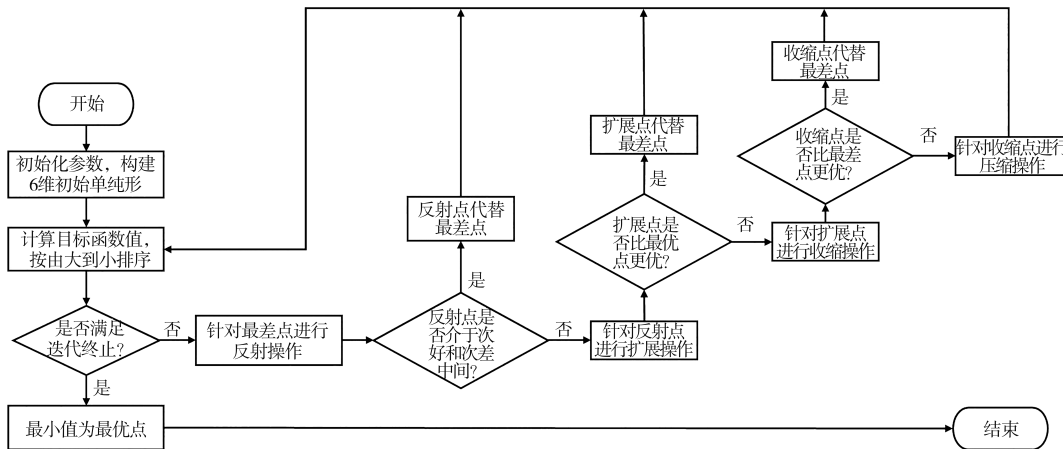


图 4 Nelder-Mead 算法流程

调整几何结构:首先剔除性能最差的顶点,随后根据反射系数生成新顶点并评估其性能。该自适应机制使算法具备全局探索和局部寻优能力,既能避免局部极值陷阱,又可以通过压缩操作实现快速收敛。实验表明,该方法对初始点选择不敏感,且对非光滑、非线性问题具有显著适应性,这一特性使其在工程优化领域展现出独特优势^[21-22]。

本研究采用 Nelder-Mead 单纯形算法,优化分数阶 PID 控制器的比例系数、积分系数、微分系数、微分阶次和积分阶次参数,确定初始单纯形。针对四轴无人机的位置误差和姿态角误差,设计了不同的目标评价函数,如公式(9)所示

$$\begin{cases} E_1 = \int_0^\infty e^2(t) dt \\ E_2 = \int_0^\infty |e(t)| dt \\ E_3 = \int_0^\infty te^2(t) dt \\ E_4 = \int_0^\infty t|e(t)| dt \end{cases} \quad (9)$$

式中: $e(t)$ 为四轴无人机位置误差和姿态角误差分别通过权重系数进行归一化处理后相加的加权综合值; E_1 为平方误差积分指标; E_2 为绝对误差积分指标; E_3 为时间乘方误差积分指标; E_4 为时间绝对误差积分指标。

加权计算如公式(10)所示

$$e(t) = w_p \cdot e_p(t) + w_a \cdot e_a(t) \quad (10)$$

式中: $e_p(t)$ 和 $e_a(t)$ 分别为位置误差和姿态角误差; w_p 和 w_a 为对应的权重系数,满足 $w_p + w_a = 1$,根据实际需求调整两者的相对重要性。

根据不同的目标函数设计迭代终止判据,并

基于分数阶 PID 控制器的 5 维参数构建 6 维单纯形,初始化分数阶 PID 控制器参数。将初始单纯形各顶点按照目标评价函数值由大到小排列,目标函数值最大的点定义为最差点。

依据排序结果,对单纯形进行扩张、反射、压缩等操作。在 Nelder-Mead 优化算法的一次迭代中,通常会进行多次不同单纯形的变形操作。每次变形后,都会根据目标函数的结果判断是否将当前的单纯形顶点用于下一次迭代,或者继续进行变形操作。这一过程能够帮助算法更好地找到最优解,并在短时间内获得优秀的结果。具体来说,计算初始单纯形下的目标评价函数值是否满足迭代收敛条件。若满足,则停止迭代并输出最优分数阶 PID 控制器参数;若不满足迭代收敛条件,则对单纯形进行反射、扩张、收缩和压缩操作。

Nelder-Mead 算法的变形操作步骤包含反射、扩张、收缩及缩减,具体操作如下。

反射操作:将除最差点外剩余顶点的中心作为基点,将最差顶点沿中心反射一定距离。若反射点在目标函数取值排序中适中,则用反射点代替原本的最差点;若反射点不满足要求,则进行扩展操作。反射操作中,反射点的计算如公式(11)所示

$$x_r = x_c + a(x_c - x_h) \quad (11)$$

式中: x_r 为反射点的位置; x_c 为当前单纯形中除最差点外剩余顶点的中心位置; a 为反射系数,定义为将最差点沿中心反射一定距离的比例系数; x_h 为当前单纯形中最差点的位置。

扩张操作:将反射点的反射距离进一步延伸,若扩展点的目标函数值比最优点更优,则用扩展

点代替最差点;若不满足要求,则进行收缩操作。扩张操作中,扩张点的计算如公式(12)所示

$$x_e = x_c + b(x_r - x_c) \quad (12)$$

式中: x_e 为扩展点的位置; b 为扩张系数,定义为将反射点进一步延伸的比例系数; x_r 为反射点的位置。

收缩操作:将最差点沿靠近最优点的方向平移一段距离,若收缩点的目标函数值比最差点更优,则用收缩点代替最差点;若不满足要求,则进行缩减操作。收缩操作中,收缩点的计算如公式(13)所示

$$x_s = x_c + c(x_h - x_c) \quad (13)$$

式中: x_s 为收缩点的位置; c 为收缩系数,定义为将最差点沿靠近最优点方向平移的比例系数。

缩减操作:将当前单纯形的所有顶点按照一定规则缩减,改变所有点的值,重新计算目标函数值并进行排序。缩减操作中,缩减后的顶点位置计算如公式(14)所示

$$x_i' = x_i + d(x_i - x_1) \quad (14)$$

式中: x_i' 为缩减后的新顶点位置; x_1 为当前单纯形中最优点的位置; d 为缩减系数,定义为将当前单纯形的所有顶点按照一定规则缩减的比例系数; x_i 为当前单纯形中任意顶点的位置。

最后,判断 Nelder-Mead 单纯形优化算法是否满足迭代终止条件。如果未满足评价指标,则返回至前述步骤继续迭代;如果满足评价指标,则停止迭代。Nelder-Mead 单纯形优化算法的迭代终止条件还包括目标函数值收敛:当目标函数在一定迭代次数内不变化且收敛至足够小时,算法迭代终止并输出此时的最优参数和评价指标。

此外,当迭代次数达到上限时,即使目标函数未能收敛至迭代结束指标以下,为避免无效计算,算法也会停止迭代并输出此时的最优参数和评价指标。

Nelder-Mead 单纯形算法的迭代终止条件如公式(15)所示

$$\begin{cases} E_1 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \leq 0.6 \\ E_2 = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \leq 1.5 \\ E_3 = \int_0^{\infty} te^2(t) dt \leq 10 \\ E_4 = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \leq 8.5 \end{cases} \quad (15)$$

在基于 Nelder-Mead 算法优化分数阶 PID 控制器参数的过程中,当满足公式(15)条件时,输出此时的最优参数和评价指标,并依据这些参数控制四轴无人机运行。

3 仿真及结果分析

3.1 数值仿真实验

基于本文提出的基于 Nelder-Mead 算法的四轴无人机分数阶 PID 控制器参数设计方法,在 Matlab/Simulink 中进行控制性能验证。仿真过程中选取的四轴无人机以及 Nelder-Mead 优化算法的初始参数如表 1 所示。

表 1 Nelder-Mead 优化算法初始参数

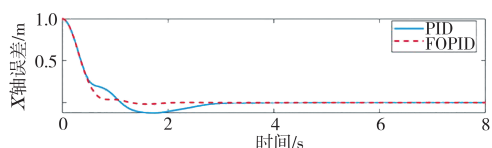
参数	给定值	参数	给定值
m/kg	4.2	k_f	0.12
$g/(m \cdot s^{-2})$	9.8	a	0.8
$J_x/(kg \cdot s^{-2})$	0.085 5	b	0.6
$J_y/(kg \cdot s^{-2})$	0.085 5	c	2.0
$J_z/(kg \cdot s^{-2})$	0.013 5	d	0.4

表 1 中 k_f 为无人机飞行过程中的空气阻力系数,见公式(2); J_x, J_y, J_z 为机体坐标轴三轴转动惯量,见公式(2); a 为 Nelder-Mead 算法中变形操作的反射系数,见公式(11); b 为扩张系数,见公式(12); c 为收缩系数,见公式(13); d 为压缩系数,见公式(14)。

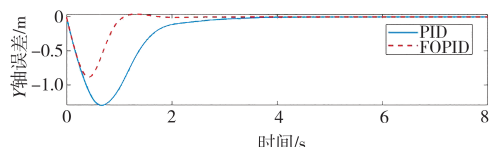
设置四轴无人机的期望位置 $x^d = -\cos(\pi t)$, $y^d = \sin(\pi t)$, $z^d = t$, 分别使用基于本文提出的 Nelder-Mead 优化分数阶 PID 控制器和传统整数阶 PID 控制器对四轴无人机系统进行控制。仿真结果如图 5 和图 6 所示。这一对比分析旨在评估两种控制器在四轴无人机系统中的性能差异。

在图 5(a)–5(c)中,虚线代表基于 Nelder-Mead 优化的分数阶 PID 控制器控制效果,实线代表整数阶 PID 控制器控制效果。纵坐标分别表示 X 轴、Y 轴和 Z 轴方向上的当前位置与目标位置的差值。在基于 Nelder-Mead 优化的分数阶 PID 控制器控制下,相比于整数阶 PID 控制器,在 X 轴超调量相比整数阶 PID 减少 8%,Y 轴超调量减少 41%,且响应速度更快,仅需半个周期就能跟随期望轨迹。在稳定时间方面,相比整数阶 PID 控制器缩短 1.82~2.25 s,稳定速度提升一倍以上。证明了本文提出的控制器在误差控制上的

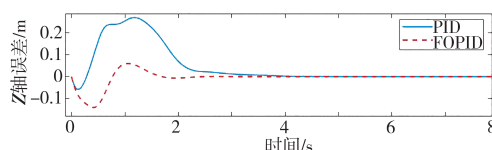
优越性。



(a) X 轴轨迹跟踪误差曲线



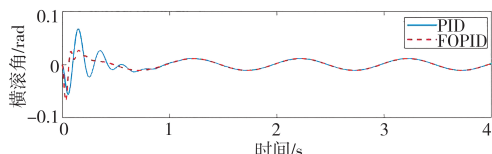
(b) Y 轴轨迹跟踪误差曲线



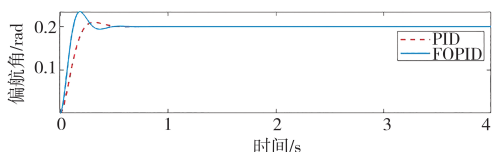
(c) Z 轴轨迹跟踪误差曲线

图 5 位置误差曲线

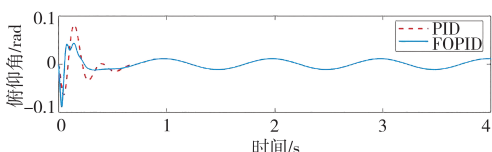
在图 6(a)—6(c)中,展示了四轴无人机的姿态角跟踪效果。结果表明,基于 Nelder-Mead 优化的分数阶 PID 控制器能够准确地控制四轴无人机的位置和姿态角,大幅提高了四轴无人机系统在期望轨迹跟随方面控制精度,超调量缩小 24%,响应时间缩短 0.64 s。



(a) 横滚角跟踪曲线



(b) 俯仰角跟踪曲线



(c) 偏航角跟踪曲线

图 6 姿态跟踪曲线

3.2 硬件在环仿真实验

基于数值仿真结果,进一步利用 RflySim 实

验平台实施了硬件在环(HIL)仿真实验,旨在验证所提出的控制算法在轨迹跟踪性能上的改进效果。通过此实验设置,能够更全面地评估控制算法的实际应用潜力及其在动态环境下的鲁棒性与有效性。

实验平台主要包括安装有 Q GroundControl 软件的地面站、天地飞 ET10 遥控器及其配套的 209S 接收机,以及一个 Pixhawk 自动驾驶仪。该配置支持对四轴无人机系统的全面控制与监测。

硬件在环仿真实验通过数据线进行数据传输,无需使用 GPS 模块来实现实时位置信息的传输。控制器的采样频率设置为 100 Hz,添加了噪声功率为 0.1 dB,采样时间为 0.01 s 的白噪声。

实际飞行环境:CPU 为 AMD Ryzen 7 5700X, GPU 为 RTX4060Ti。仿真结果如图 7 所示。

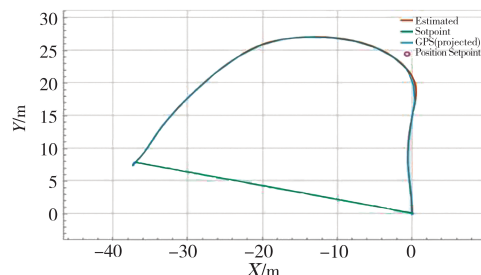
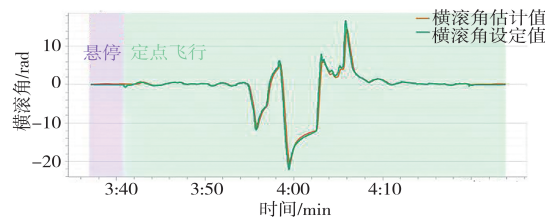


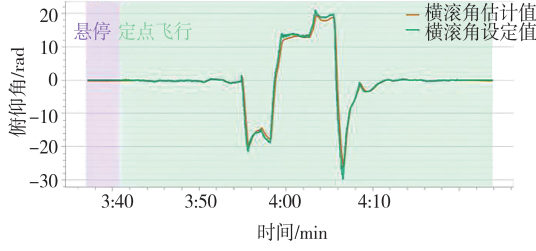
图 7 轨迹跟踪效果

由图 7 可知,本研究所提出的算法在路径跟踪方面展现了良好的性能。尽管存在一定的跟踪误差,这主要是由于建模误差等因素所致,但这些误差均处于可接受的范围之内。

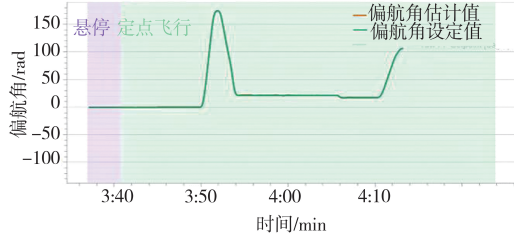
根据图 8 和图 9 的分析结果可知,在起飞阶段之后,所提出的算法能够迅速地追踪到预期的轨迹。得益于分数阶微分与积分运算所提供的额外两个自由度,该方法在稳态性能方面表现出色,具有较高的控制精度和平滑的响应曲线,并且超调量小。实验数据证实了该算法不仅能够实现快速收敛,而且能够显著减少超调现象,从而确保系统姿态的快速稳定,最终实现对目标轨迹的有效跟踪。



(a) 横滚角跟踪曲线

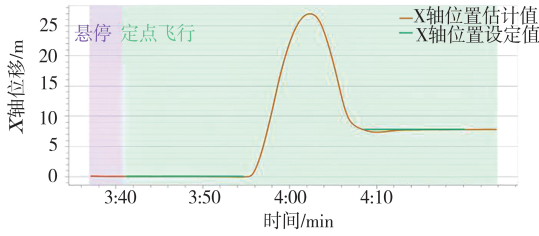


(b) 俯仰角跟踪曲线

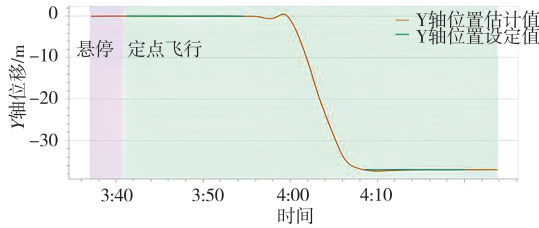


(c) 偏航角跟踪曲线

图 8 姿态跟踪曲线



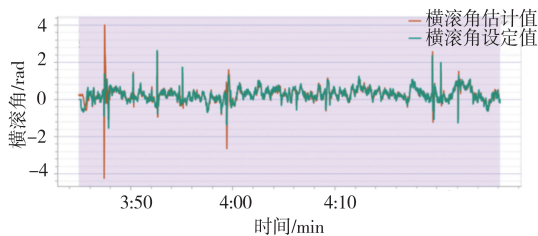
(a) X 轴轨迹跟踪曲线



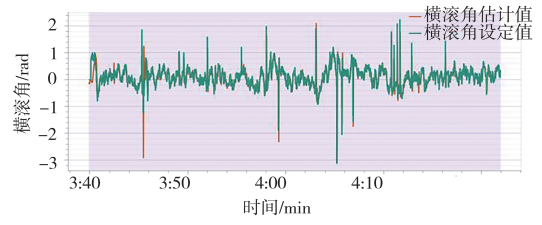
(b) Y 轴轨迹跟踪曲线

图 9 X-Y 轴轨迹跟踪效果

为验证控制算法的鲁棒性优势,在动力学模型中注入强扰动,并通过硬件在环对比不同控制策略在强扰动中的表现,结果如图 10 所示。



(a) 强扰动下基于本文提出算法控制的横滚角轨迹跟踪



(b) 强扰动下基于传统 PID 控制的横滚角轨迹跟踪

图 10 强扰动下姿态控制示意

根据图 10 的结果分析,在环境扰动下,所提出算法虽然在起飞后初期横滚角高幅值振荡,但在 9 s 后逐渐振荡趋于稳定,相比之下,传统 PID 控制则呈现持续高幅值振荡。可见所提算法在环境扰动下的鲁棒性与有效性。

通过仿真结果分析可以看出,基于 Nelder-Mead 算法优化的分数阶 PID 控制器在位置和姿态控制方面显著优于传统的整数阶 PID 控制器。该控制方法不仅能够减少超调量,提高响应速度,还能大幅提高四轴无人机系统在期望轨迹跟随方面的稳定性和准确性。因此,本文提出的方法在实际应用中具有重要的参考意义,并且在无人机电力巡检领域具备广泛的推广潜力。

4 结论

本文围绕四旋翼无人机控制问题,提出基于 Nelder-Mead 算法优化的分数阶 PID 控制器参数设计方法。研究中详细阐述无人机飞行原理与数学模型,奠定控制策略基础;结合 Caputo 定义设计分数阶 PID 控制器,引入虚拟控制变量简化设计过程;此外,详细说明了 Nelder-Mead 算法在优化分数阶 PID 参数中的应用,通过设计目标评价函数、构建单纯形,实现参数寻优。实验结果表明,所提方法在轨迹跟踪中能快速追踪预期轨迹,稳态性能出色、控制精度高,响应曲线平滑且超调量小,建模误差导致的跟踪误差处于可接受范围,为四旋翼无人机在不同环境下的稳定飞行提供了可靠的控制策略。

尽管本研究提出了基于 Nelder-Mead 算法优化的分数阶 PID 控制方法,在无人机轨迹跟踪精度与抗风场扰动鲁棒性上优于传统 PID,但仍存在部分可进一步完善的局限。一方面,硬件在环仿真没有覆盖现实巡检中可能出现的不同工况,且没有通过实飞检验系统稳定性;另一方面,控制

器未考虑负载变化、部件故障等动态场景,评价函数也未兼顾能耗优化等多目标需求。基于上述局限,未来可从三方面展开深入研究:一是引入自适应干扰观测器,融合实时气象数据补偿模型;二是增加故障诊断模块,实现负载变化、电机故障时的参数在线自适应调整;三是将控制器部署在无人机上实飞,进一步提升系统可靠性。

参考文献:

- [1] 黄一帆,刘汉忠,洪陵成.基于干扰观测器的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J].自动化与仪表,2024,39(5):130-136.
- [2] 吴跃文.基于滑模控制的四旋翼无人机姿态设计研究[D].南京:南京信息工程大学,2022.
- [3] 徐龙艳,叶子恒,翟亚红,等.四旋翼无人机改进自抗扰姿态控制[J].重庆理工大学学报(自然科学),2024,38(4):295-302.
- [4] 董峰,张军.分数阶 PID 控制器参数整定的信息搜索优化算法[J/OL].机械科学与技术,1-12[2024-07-01].DOI:10.13433/j.cnki.1003-8728.20240040.
- [5] 刘通.四旋翼无人机分数阶 PID 控制研究[D].武汉:武汉科技大学,2021.
- [6] ANSARIAN A, MAHMOODABADI M J. Multi-objective optimal design of a fuzzy adaptive robust fractional-order PID controller for a nonlinear unmanned flying system[J]. Aerospace science and technology, 2023, 141(10): 108541.1-108541.10.
- [7] 乔瑀,袁峰,石明辉,等.基于美洲狮优化算法的微位移间隙调节机构 PID 寻优控制[J].机电工程,2025,42(9):1698-1706.
- [8] 姜舒涵,庞涛,张新悦,等.基于粒子群优化的喷施无人机 PID 控制[J].南方农机,2023,54(17):6-10,40.
- [9] 盛启辉,潘海华,李智军,等.基于遗传算法的无人机最优控制器设计[J].教练机,2024(1):64-68.
- [10] CONG Z, LIANG L, HE G, et al. Optimization design of a fully variable valve system based on Nelder-Mead algorithm[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2022, 236(11): 5815-5825.
- [11] 刘浩浩,张素侠.系留四旋翼无人机串级 PID 控制[J].机械科学与技术,2025,44(3):545-551.
- [12] 牛旭.分数阶 PID 控制器的参数整定分析[D].湘潭:湘潭大学,2020.
- [13] 张建中,刘海洋,胡化增,等.基于扩张状态观测器的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J].科学技术与工程,2019,19(31):380-385.
- [14] 孟佳东,赵志刚.小型四旋翼无人机建模与控制仿真[J].兰州交通大学学报,2013,32(1):63-67.
- [15] 徐婉婷,张强强,梅源.小型四旋翼无人机姿态控制研究[J].新乡学院学报,2024,41(3):57-61,76.
- [16] STANISAWSKI R, RYDEL M, LATAWIEC K J. New stability tests for discretized fractional-order systems using the Al-alaoui and tustin operators[J]. Complexity, 2018, 2018(1): 2036809.
- [17] JORNET M. On the Cauchy-Kovalevskaya theorem for Caputo fractional differential equations[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2024, 402(6): 134139.
- [18] TAO Z. Global attractivity for fractional differential equations of Riemann-Liouville type[J]. Fractional Calculus and Applied Analysis, 2023, 2(5): 2264-2280.
- [19] GÜVEN F A, MENGI Ö O. Nature-Inspired algorithms for optimizing fractional order PID controllers in time-delayed systems[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2024, 45(3): 1251-1279.
- [20] FERNANDEZ-ANAYA G, NAVA-ANTONIO G, JAMOUS-GALANTE J, et al. Lyapunov functions for a class of nonlinear systems using Caputo derivative[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2017(43): 91-99.
- [21] 周晖毅,王富玉,杨流阔,等.基于 Nelder-Mead 算法的机器人主动嗅觉室内时变污染源定[J].同济大学学报(自然科学版),2022,50(6):812-820.
- [22] BAIG W M, HOU Z, IJAZ S. Fractional order controller design for a semi-active suspension system using Nelder-Mead optimization[C]//2017 IEEE 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC), Chongqing, China. IEEE, 2017: 2808-2813.

本文责任编辑:王丽斌