

基于气隙磁场调制理论的永磁同步电机 偏心故障分析

丁石川¹, 金岱晨¹, 杭俊^{1*}, 程明², 李亚¹, 孙乐³

(1. 安徽大学电气工程与自动化学院, 安徽省合肥市 230601; 2. 东南大学电气工程学院, 江苏省南京市 210096; 3. 南京理工大学自动化学院, 江苏省南京市 210094)

Eccentricity Fault Analysis of Permanent Magnet Synchronous Motors Based on Airgap Field Modulation Theory

DING Shichuan¹, JIN Daichen¹, HANG Jun^{1*}, CHENG Ming², LI Ya¹, SUN Le³

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Anhui University, Hefei 230601, Anhui Province, China;

2. School of Electrical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, Jiangsu Province, China;

3. School of Automation, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, Jiangsu Province, China)

ABSTRACT: In this paper, the uniform analysis of the electromagnetic performance of the permanent magnet synchronous motor with eccentricity fault is realized based on the airgap field modulation theory, and the theory is enriched and developed. The air gap variation resulting from the eccentricity fault is abstracted as the “modulator”, and the “eccentricity modulation operator” is defined to reflect the influence of eccentric fault on the air gap of the motor. On this basis, the modulating effect of eccentricity fault on air gap magnetic field is studied, and the influence of eccentricity fault on back electromotive force, electromagnetic torque, radial electromagnetic wave, unbalanced magnetic pull, and inductance of permanent magnet synchronous motor is analyzed. The finite element simulation and experiment results show that the harmonics generated by eccentricity fault have almost no effect on the back electromotive force, but can produce torque pulsation, which has a serious impact on the radial electromagnetic force wave and the unbalanced magnetic pull of the motor. The change of air gap will also cause the inductance change.

KEY WORDS: permanent magnet synchronous motor (PMSM); airgap field modulation theory; eccentricity fault; eccentricity modulation operator; electromagnetic performance

基金项目: 国家自然科学基金项目(U24A20147, 51991381, 52377034, 51507002); 安徽省自然科学基金杰青项目(2408085J033); 安徽省高校协同创新项目(GXXT-2023-017)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (U24A20147, 51991381, 52377034, 51507002); Outstanding Youth Project of Natural Science Foundation of Anhui Province (2408085J033); the University Synergy Innovation Program of Anhui Province (GXXT-2023-017).

摘要: 该文基于气隙磁场调制理论实现了对永磁同步电机发生偏心故障时的电磁性能统一性分析, 丰富和发展了气隙磁场调制理论。将偏心故障对气隙的改变抽象成“调制器”, 并定义“偏心调制算子”, 以体现偏心故障对电机气隙的影响, 进而研究偏心故障对气隙磁场的调制作用, 分析偏心故障对永磁同步电机空载反电势、电磁转矩、径向电磁力波、不平衡磁拉力及电感的影响。有限元仿真与实验结果表明, 偏心故障产生的谐波对空载反电势几乎无影响, 但会产生转矩脉动, 对电机的径向电磁力波和不平衡磁拉力会有严重影响, 同时, 气隙的变化也会造成电感变化。

关键词: 永磁同步电机; 气隙磁场调制理论; 偏心故障; 偏心调制算子; 电磁性能

0 引言

永磁同步电机(permanent magnet synchronous machine, PMSM)因其高效率和高转矩密度已广泛运用于航空航天、电动汽车、风力发电等领域^[1]。然而, 由于生产工艺、制造水平与工作环境等因素, PMSM可能出现转子偏心故障^[2]。当电机转子发生偏心故障时, 定转子之间的气隙长度不再均匀, 导致气隙磁场发生畸变, 引发噪声和振动, 大大降低电机的使用寿命, 甚至会造成电机损毁^[3]。因此, 分析PMSM偏心故障时的电磁性能是十分重要的, 为下一步的偏心故障诊断工作提供理论依据^[4]。

目前, 国内外对电机的偏心故障分析进行的研究, 主要基于解析模型与有限元相结合的方法。文献[5]采用磁动势磁导法分析转子偏心对无刷双馈

电机对气隙磁场的影响；文献[6]结合等效变换法和子域法，得到电机模型各子域内矢量磁位的具体解析表达式，进而求出偏心 PMSM 的空载气隙磁场；文献[7]分析了静偏心引起的齿槽转矩，认为静偏心对极槽组合满足特定条件的电机的齿槽转矩影响较大，对不满足特定条件的电机影响很小；文献[8]分析了动偏心引起的不平衡磁拉力和静偏心引起的齿槽转矩、反电势和转矩；文献[9]中，采用磁导修正系数定性分析了偏心故障对于绕组结构对称与不对称的开槽电机反电势、电磁转矩等性能的影响；文献[10]在文献[9]的基础上，研究了偏心对于两极三槽无刷电机电磁性能的影响，表明偏心对于绕组结构对称的电机的电磁性能影响可以忽略不计；文献[11]利用解析模型和有限元的方法定性分析了偏心对无槽电机的影响；文献[12-13]利用改进绕组函数法分析了偏心对电机电感的影响，并展示了电机在偏心状况下电感参数的变化特点。有限元法可以全面地获取偏心故障下电磁性能变化，但是运算量大、耗时长。因此，解析法越来越受到关注，但是，现有解析方法只能分析偏心故障对部分电磁性能的影响，无法实现对偏心电机电磁性能的统一分析。

近年来，随着各行业对电机性能要求越来越高，气隙磁场调制理论也引发了广泛关注。起初，气隙磁场调制理论仅被应用在磁齿轮电机^[14-15]、永磁游标电机^[16-17]和定子永磁型电机^[18-19]等磁场调制电机的电磁性能分析和优化设计中。随着气隙磁场调制理论的研究深入，发现传统电机的电磁性能也可以用该理论进行分析^[20-22]，主要聚焦于健康电机的电磁性能分析，尚未见有将气隙磁场调制理论与电机故障分析相结合的公开报道。

为此，本文根据气隙磁场调制理论，从新角度出发，将偏心故障抽象成“调制器”，提出一种偏心电机电磁性能分析方法，对偏心电机的气隙磁密、空载反电势、电磁转矩、不平衡磁拉力以及电感进行理论推导。结合有限元仿真以及实验对理论分析进行验证，同时，也验证了磁场调制理论对于故障电机的适用性，丰富和发展了磁场调制理论。

1 气隙磁场调制理论简述

依据电机磁场调制现象的普遍性，将任一类型电机归一化为“励磁源—调制器—滤波器”3个基本要素的级联^[23]，如图 1(a)所示。其中：励磁源既

可以是通电线圈，也可以是永磁体，电机通过励磁源产生初始磁动势；调制器则可以是凸极磁阻、短路线圈或者多层磁障，励磁源通过调制器的调制作用，初始磁动势转变成含有丰富谐波的调制磁动势；滤波器(电枢绕组)作为空间谐波滤波器提取有效的气隙磁通密度谐波分量用于产生磁链或者电动势，进行机电能量转换。电机的能量转换流图可统一表示为图 1(b)，由图 1 可知，“三要素”决定了电机的电磁性能。

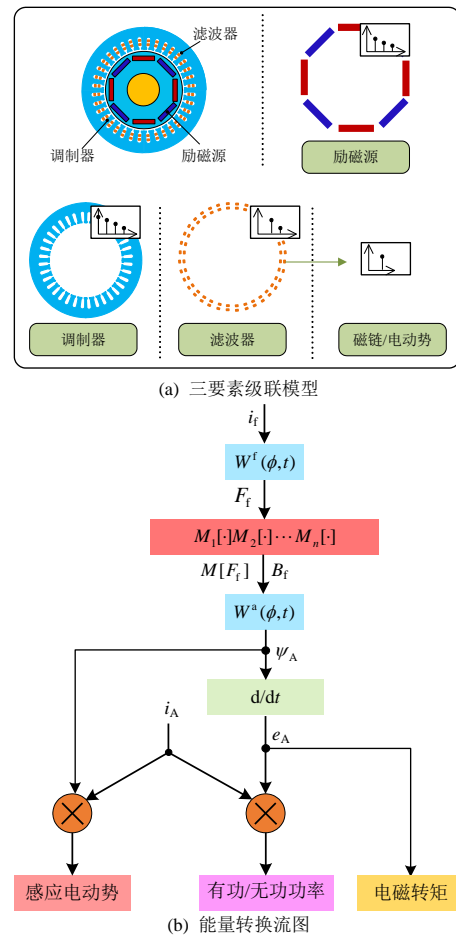


图 1 电机三要素模型

Fig. 1 Three elements model for electric machines

2 偏心调制算子

偏心故障主要包括静偏心与动偏心 2 种情况。图 2 为 PMSM 偏心故障示意图。当定子中心 O_S 、转子中心 O_R 与旋转中心 O_Ω 不重合时，认为电机发生了偏心故障。静偏心是指转子中心与旋转中心重合，与定子中心不重合。动偏心是指定子中心与旋转中心重合，与转子中心不重合。

由于研究对象为传统的永磁同步电机，可以忽略开槽对气隙磁密的影响，健康电机气隙长度视为均匀，为 g 。当 PMSM 发生静偏心故障时，原本均

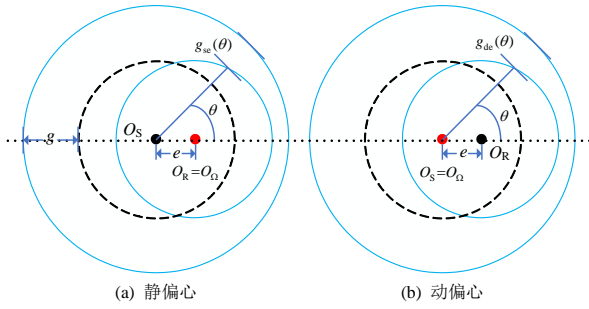


图2 永磁同步电机偏心故障示意图

Fig. 2 Eccentric fault diagram of PMSM

匀的气隙长度随空间角度发生变化, 可表示为

$$g_{se}(\theta) = g - e \cos \theta \quad (1)$$

式中: g_{se} 为静偏心气隙长度; e 为偏心距; θ 为电机空间位置角。

此时, 电机气隙磁导为

$$\begin{aligned} \Lambda_{se}(\theta) &= \frac{\mu_0}{g_{se}(\theta)} = \frac{\mu_0}{g - e \cos \theta} = \frac{\mu_0}{g} \cdot \frac{1}{1 - \frac{e}{g} \cos \theta} \\ &= \frac{\mu_0}{g} \cdot \frac{1}{1 - \varepsilon \cos \theta} = \Lambda(\theta) \cdot \frac{1}{1 - \varepsilon \cos \theta} \quad (2) \end{aligned}$$

式中: Λ_{se} 、 Λ 分别为静偏心气隙磁导和健康电机气隙磁导; μ_0 为真空磁导率; ε 为偏心率。

将式(2)中 $1/(1 - \varepsilon \cos \theta)$ 进行傅里叶分解, 对于有槽电机, 气隙较大, 考虑傅里叶系数前两项即可^[11]。

$$\begin{aligned} \Lambda_{se}(\theta) &= \Lambda(\theta) \frac{1}{1 - \varepsilon \cos \theta} = \Lambda(\theta) \sum_k \varepsilon_k \cos(k\theta) = \\ &= \Lambda(\theta) [\varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\theta)] \quad (3) \end{aligned}$$

式中 ε_0 和 ε_1 分别为傅里叶系数的不变分量和基波幅值, 其表达式为

$$\begin{cases} \varepsilon_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \\ \varepsilon_1 = \frac{2}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \left[\frac{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\varepsilon} \right] \end{cases} \quad (4)$$

当 PMSM 发生动偏心故障时, 气隙最小位置随着转子的旋转而发生变化。同理, 气隙磁导可以表示为

$$\Lambda_{de}(\theta) = \Lambda(\theta) [\varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\theta - \frac{\omega_e t}{p})] \quad (5)$$

式中: Λ_{de} 为动偏心气隙磁导; ω_e 为电角速度; p 为极对数。

由于偏心故障与“凸极磁阻”有着类似的磁场调制作用, 因此, 本文将偏心故障抽象为“调制器”, 并定义偏心调制算子 $M_{ecc}[\cdot]$, 偏心故障对气隙磁导的影响可以表示为

$$M_{ecc}[\Lambda(\theta)] = \Lambda(\theta) [\varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\theta - \chi \frac{\omega_e t}{p})] \quad (6)$$

当发生静偏心故障时, $\chi=0$; 当发生动偏心故障时, $\chi=1$ 。

3 PMSM 偏心电磁性能分析

本节通过气隙磁场调制理论, 推导偏心作为“调制器”对于电机气隙磁场的调制作用, 根据气隙磁密的变化, 分析偏心对 PMSM 空载反电势、电磁转矩、径向电磁力波、不平衡磁拉力以及电感的影响, 结合仿真, 验证理论的正确性。

3.1 电机拓扑结构

本文以一台额定功率为 2.2kW 的 8 极 36 槽, 绕组结构对称的内置式永磁同步电机为研究对象, 电机拓扑如图 3 所示, 基本参数如表 1 所示。

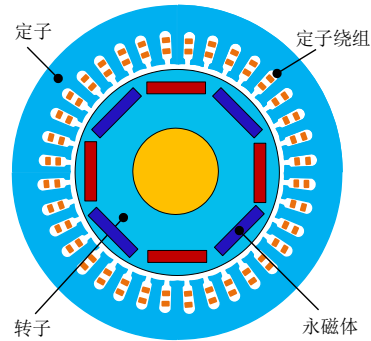


图3 PMSM 仿真模型

Fig. 3 Simulation model of PMSM

表1 PMSM 主要参数

Table 1 Main parameters of PMSM

参数	数值	参数	数值
额定功率/kW	2.2	定子内径/mm	110
额定电压/V	220	转子外径/mm	108.9
额定频率/Hz	100	定子槽数 Z	36
极对数 p	4	定子铁芯长度/mm	50
定子外径/mm	160	气隙长度/mm	0.55

3.2 电磁性能

本节主要分析 PMSM 健康、静偏心和动偏心时的电磁性能, 当未作特殊说明时, 电机偏心率 ε 均为 36%, 且均在额定转速下得到的仿真结果。

3.2.1 径向气隙磁密

由永磁体产生的径向气隙磁密可表达为

$$B_{er}(\theta, t) = \sum_{\mu} B_{er\mu} \cos[\mu(p\theta - \omega_e t)] \quad (7)$$

式中: $B_{er\mu}$ 为永磁体径向气隙磁密傅里叶系数; $\mu=1, 3, 5, \dots$ 。

假设电机通入三相对称的正弦电流时, 电枢绕

组产生的径向气隙磁密可由式(8)表达：

$$B_{ar}(\theta, t) = \sum_v B_{arv} \cos(vp\theta - \omega_e t) \quad (8)$$

式中 B_{arv} 为电枢绕组径向气隙磁密傅里叶系数。由于本文的研究对象为分数槽 PMSM, $v=3k+1, k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ [24]。

因此, 电机运行时径向气隙磁密可表示为

$$B_r(\theta, t) = B_{er}(\theta, t) + B_{ar}(\theta, t) \quad (9)$$

当 PMSM 发生偏心故障时, 通过引入偏心调制算子, 空载径向气隙磁密可表示为

$$M_{ecc}[B_{er}(\theta, t)] = \sum_{\mu} B_{er\mu} \varepsilon_0 \cos[\mu(p\theta - \omega_e t)] + \frac{1}{2} \sum_{\mu} B_{er\mu} \varepsilon_1 \cos[(\mu p \pm 1)\theta - (\mu p \pm \chi) \frac{\omega_e}{p} t] \quad (10)$$

根据式(10), 当静偏心故障发生时, 空载气隙磁密会新增极对数 $\mu p \pm 1$ 的磁场; 当动偏心故障发生时, 新增极对数 $\mu p \pm 1$ 、频率为 $(\mu p \pm 1)(f_e/p)$ 的磁场。

空载气隙磁密空间波形如图 4 所示, 当偏心故障发生时, 气隙较小处空载气隙磁密幅值会高于健康时的幅值, 而气隙较大处的幅值会小于健康时的幅值。无论是静偏心还是动偏心, 空载气隙磁密会新增极对数为 $\mu p \pm 1$ 的磁场。

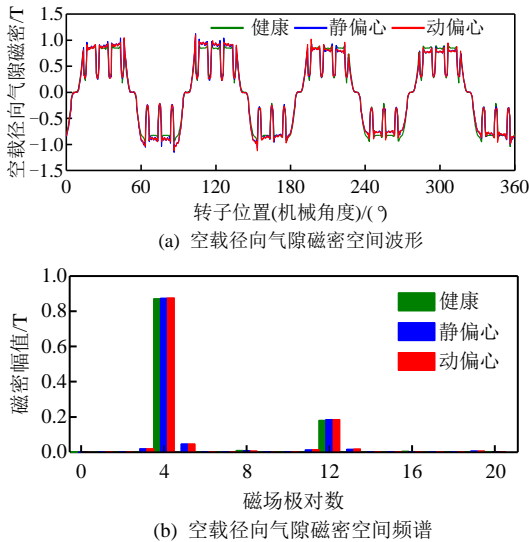


图 4 空间上 PMSM 空载气隙磁密

Fig. 4 Air gap flux density of PMSM with no-load in space

为了研究偏心空载径向气隙磁密的频率特征, 利用仿真获得一个机械周期内静偏心最小气隙点的径向气隙磁密, 如图 5 所示。发生静偏心故障时, 气隙最小处的空载气隙磁密的幅值明显高于健康时的幅值, 但没有新增时间谐波; 发生动偏心故障时, 空载气隙磁密的幅值随转子位置变化而变化,

并且会新增频率为 $(\mu p \pm 1)(f_e/p)$ 的时间谐波。

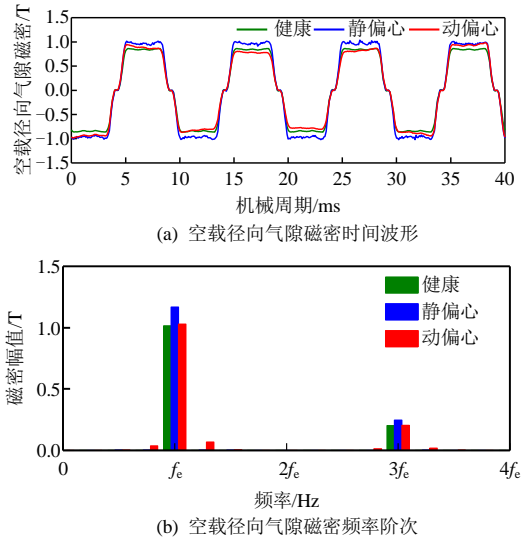


图 5 时间上 PMSM 空载气隙磁密

Fig. 5 Air gap flux density of PMSM with no-load in time

同理, 当 PMSM 发生偏心故障时, 负载径向气隙磁密可表示为

$$M_{ecc}[B_r(\theta, t)] = \sum_{\mu} B_{er\mu} \varepsilon_0 \cos[\mu(p\theta - \omega_e t)] + \frac{1}{2} \sum_{\mu} B_{er\mu} \varepsilon_1 \cos[(\mu p \pm 1)\theta - (\mu p \pm \chi) \frac{\omega_e}{p} t] + \sum_v B_{arv} \varepsilon_0 \cos(vp\theta - \omega_e t) + \frac{1}{2} \sum_v B_{arv} \varepsilon_1 \cos[(vp \pm 1)\theta - (p \pm \chi) \frac{\omega_e}{p} t] \quad (11)$$

相比于空载径向气隙磁密, PMSM 的负载径向气隙磁密增加了来自电枢磁场的谐波。根据式(11), 在电机运行时, 偏心“调制器”会同时对永磁磁场与电枢磁场进行调制: 当发生静偏心故障时, 会新增极对数 $\mu p \pm 1, vp \pm 1$ 的磁场; 当发生动偏心故障时, 新增极对数 $\mu p \pm 1$ 、频率为 $(\mu p \pm 1)(f_e/p)$ 和极对数 $vp \pm 1$ 、频率为 $(p \pm 1)(f_e/p)$ 的磁场, 负载气隙磁密如图 6、7 所示。

3.2.2 空载反电势

当 PMSM 发生偏心故障时, 电枢绕组中产生的每相空载反电势可以通过磁链对时间求微分得到, 以 A 相为例:

$$e_A(t) = -\frac{d\psi_A}{dt} = -\frac{d}{dt} \{r_g l_{stk} \int_0^{2\pi} M_{ecc}[B_{er}(\theta, t)] \cdot N_A(\theta) d\theta\} \quad (12)$$

式中: $N_A(\theta)$ 为 A 相绕组函数; r_g 为气隙半径。具体分析如下:

对于单个线圈, 偏心之后的磁链为

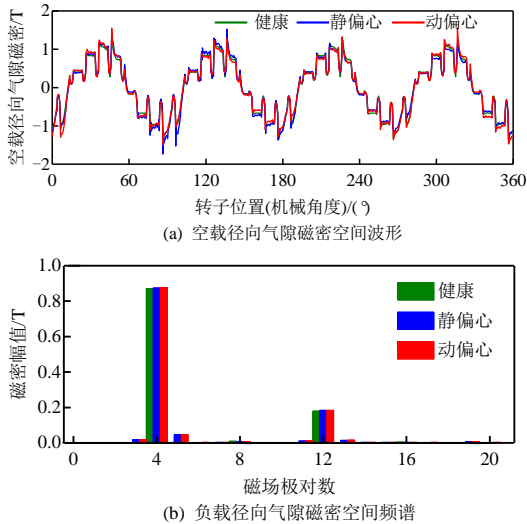


图6 空间上PMSM负载气隙磁密

Fig. 6 Air gap flux density of PMSM on load in space

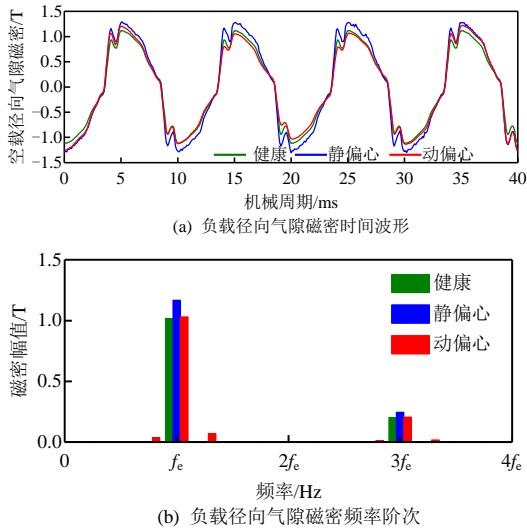


图7 时间上PMSM负载气隙磁密

Fig. 7 Air gap flux density of PMSM on load in time

$$\psi_i = r_g l_{stk} \int_{a_i - a_y/2}^{a_i + a_y/2} M_{ecc} [B_{er}(\theta, t)] d\theta = r_g l_{stk} \left\{ \frac{2}{\mu p} \sum_{\mu} B_{er\mu} \varepsilon_0 \cos[\mu(pa_i - \omega_e t)] k_{pk} \Big|_{k=\mu p} + \frac{1}{\mu p \pm 1} \sum_{\mu} B_{er\mu} \varepsilon_1 \cos[(\mu p \pm 1)a_i - (\mu p \pm \chi)\omega_e t] k_{pk} \Big|_{k=\mu p \pm 1} \right\} \quad (13)$$

式中： $k_{pk} = \sin(ka_y/2)$ ，为短距系数； a_i 为第*i*个线圈所在位置； a_y 为线圈两边跨距。

由于每相有*N*个线圈，则一相的磁链为

$$\psi_A = r_g l_{stk} N \left\{ \sum_{\mu} \frac{2B_{er\mu} \varepsilon_0}{\mu p} \cos(\mu\omega_e t + \beta_0) k_{dk} k_{pk} \Big|_{k=\mu p} + \sum_{\mu} \frac{B_{er\mu} \varepsilon_1}{\mu p - 1} \cos[(\mu p - \chi)\frac{\omega_e}{p} t + \beta_1] k_{dk} k_{pk} \Big|_{k=\mu p - 1} + \sum_{\mu} \frac{B_{er\mu} \varepsilon_1}{\mu p + 1} \cos[(\mu p + \chi)\frac{\omega_e}{p} t + \beta_2] k_{dk} k_{pk} \Big|_{k=\mu p + 1} \right\} \quad (14)$$

式中 β_0 、 β_1 、 β_2 为相位角，取决于线圈的位置与谐波次数。

$$k_{dk} = (1/N) \left| \sum_i \exp(jC_{ds} ka_i) \right| \quad (15)$$

式中： k_{dk} 为分布系数； C_{ds} 为线圈的连接方向，正向时为1，负向时为-1。根据文献[9]，当 $k=\mu p \pm 1$ 时， $k_{dk}=0$ ，因此，偏心故障并未给单相线圈磁链引入新的谐波分量。

进而，A相反电势也未引入新的谐波分量：

$$e_A(t) = r_g l_{stk} N \sum_{\mu} \frac{2B_{er\mu} \varepsilon_0 \omega_e}{p} \sin(\mu\omega_e t + \beta_0) k_{dk} k_{pk} \Big|_{k=\mu p} \quad (16)$$

每相空载反电势是来自该相不同线圈空载反电势的矢量和，由于电机绕组结构对称分布，当发生偏心故障时，单个线圈中低于健康时的空载反电势会被其对称位置线圈中高于健康时的空载反电势补偿。因此，无论是静偏心还是动偏心，对于绕组结构对称的电机的三相空载反电势的幅值也没有影响。

A相空载电动势波形以及傅里叶分解如图8所示，且表明偏心故障对PMSM的空载反电势几乎没有影响。

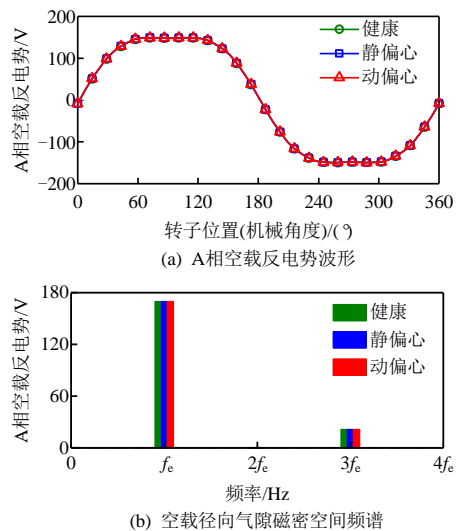


图8 A相空载反电势

Fig. 8 Back-EMF of the phase A

3.2.3 电磁转矩

文献[9-10]中，已经得出了偏心故障对绕组结构对称电机的电磁转矩影响较小这一结论，然而，其分析并未考虑PMSM偏心新增谐波之间的相互作用。

根据麦克斯韦应力张量法^[25]，电机的电磁转矩 T_e 可由式(17)表示：

$$T_e = \sum_k \frac{\pi l_{stk} r_g^2}{\mu_0} B_{rk} B_{tk} \cos[\theta_{rk}(t) - \theta_{tk}(t)] = \sum_k T_k(t) \quad (17)$$

式中： B_{rk} 、 B_{tk} 分别为径向、切向气隙磁密的 k 次谐波的傅里叶系数； θ_{rk} 、 θ_{tk} 分别为径向、切向气隙磁密 k 次谐波对应的相位角。

由于气隙磁场的径向分量和切向分量的谐波成分完全相同，具有相同的时间周期性和空间周期性^[26]，因此，发生偏心故障时，切向气隙磁密与径向气隙磁密有着相同的谐波成分。

根据式(17)，当且仅当径向和切向气隙磁密谐波阶次相同，且空间相位角之差不为 0 时可产生稳定的电磁转矩，否则产生转矩脉动。考虑到电机发生动偏心时，转子需要经过一个机械周期才能回到初始位置，本文分析偏心 PMSM 电磁转矩时，将气隙磁密的径向和切向分量进行傅里叶分解求出一个机械周期内基波(极对数为 4)与新增谐波(极对数为 3 和 5)的相位角，得出一个机械周期内各磁场径向、切向分量相位差的余弦值，其结果如图 9 所示。

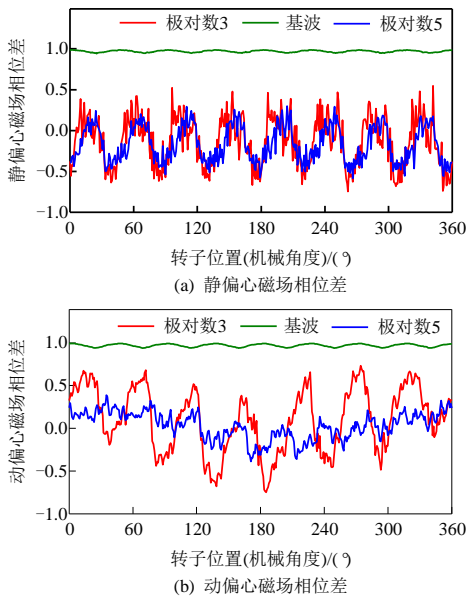


图 9 磁场相位角

Fig. 9 Magnetic field phase angle

根据图 9，无论是静偏心还是动偏心，新增的谐波在一个机械周期内的 $\cos(\theta_r - \theta_t)$ 仿真结果，始终在 0 附近波动，不为恒定值，证明新增谐波产生的是转矩脉动。

然而，由于新增谐波的幅值很小，因此，偏心对于 PMSM 电磁转矩的影响较小，电磁转矩与平均转矩在发生偏心故障时几乎不变，如图 10 所示。

3.2.4 径向电磁力波和不平衡磁拉力

除极槽配合会导致电机的不平衡磁拉力外，偏

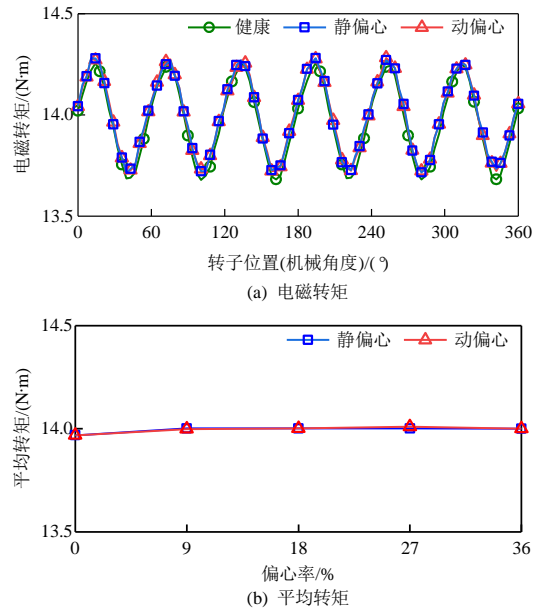


图 10 电磁转矩和平均转矩

Fig. 10 Electromagnetic torque and average torque

心故障是导致电机产生不平衡磁拉力的另一个主要因素。由于径向电磁力波幅值远大于切向电磁力波，因此，径向电磁力波对电机的不平衡磁拉力造成主要影响。

当电机健康时，作用在单位气隙面积上的径向电磁力计算公式为

$$P_r(\theta, t) \approx \frac{B_r^2(\theta, t)}{2\mu_0} = \frac{[B_{er}(\theta, t) + B_{ar}(\theta, t)]^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} \left\{ \sum_{\mu} B_{er\mu} \cos[\mu(p\theta - \omega_e t)] \right\}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \left\{ \sum_{\nu} B_{ar\nu} \cos(\nu p\theta - \omega_e t) \right\}^2 + \frac{1}{\mu_0} \left\{ \sum_{\mu} B_{er\mu} \cos[\mu(p\theta - \omega_e t)] \right\} \left\{ \sum_{\nu} B_{ar\nu} \cos(\nu p\theta - \omega_e t) \right\} = \frac{1}{4\mu_0} \left\{ \sum_{\mu_1} \sum_{\mu_2} B_{er\mu_1} B_{er\mu_2} \cos[(\mu_1 \pm \mu_2)p\theta - (\mu_1 \pm \mu_2)\omega_e t] + \sum_{\nu_1} \sum_{\nu_2} B_{ar\nu_1} B_{ar\nu_2} \cos[(\nu_1 \pm \nu_2)p\theta - 2\omega_e t] + \sum_{\nu_1} \sum_{\nu_2} B_{ar\nu_1} B_{ar\nu_2} \cos[(\nu_1 \pm \nu_2)p\theta] \right\} + \frac{1}{2\mu_0} \left\{ \sum_{\mu} \sum_{\nu} B_{er\mu} B_{ar\nu} \cos[(\mu \pm \nu)p\theta - (\mu \pm \nu)\omega_e t] \right\} \quad (18)$$

根据式(19)，可将径向电磁力的来源分为 3 类：永磁磁场单独作用、电枢磁场单独作用和永磁磁场和电枢磁场相互作用。3 种电磁力来源所对应的阶次及频率如表 2 所示。健康径向电磁力波见图 11。

当偏心故障发生时，在式(18)中引入偏心调制算子 $M_{ecc}[\cdot]$ ，即可求出偏心故障下 PMSM 径向电磁力波的阶次与频率，分析如下：

表 2 径向电磁力谐波来源

来源	空间阶次	时间频率
永磁磁场	$(\mu_1 - \mu_2)p$	$(\mu_1 - \mu_2)f_e$
	$(\mu_1 + \mu_2)p$	$(\mu_1 + \mu_2)f_e$
电枢磁场	$(v_1 - v_2)p$	0
	$(v_1 + v_2)p$	$2f_e$
永磁磁场和电枢磁场	$(\mu - v)p$	$(\mu - 1)f_e$
	$(\mu + v)p$	$(\mu + 1)f_e$

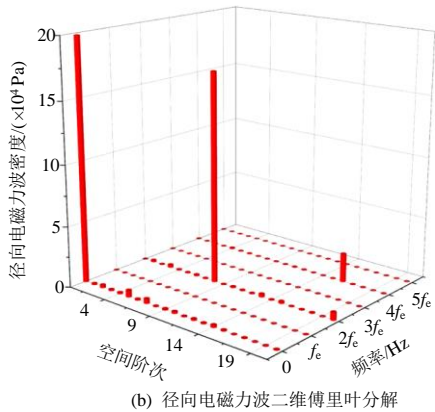
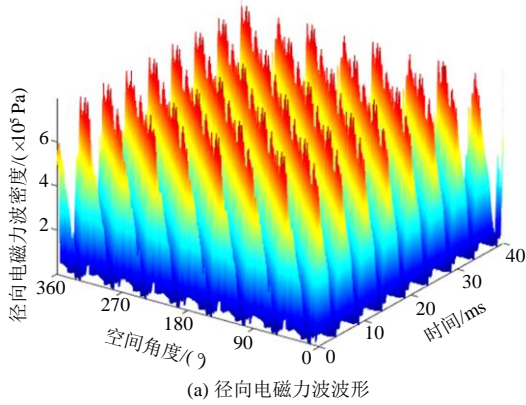


图 11 PMSM 健康径向电磁力波

Fig. 11 Healthy radial electromagnetic wave of PMSM

式(18)可以简化为

$$P_r(\theta, t) = \sum P_r \cos(r\theta + s\omega_e t) \quad (19)$$

式中： r 为径向电磁力波空间阶次； s 为频率阶次。结合式(11)、(18)和(19)，偏心时的径向电磁力波可以表示为

$$P_{recc}(\theta, t) \approx \frac{2\varepsilon_0^2 + \varepsilon_1}{2} \sum P_r \cos(r\theta + s\omega_e t) + \varepsilon_0 \varepsilon_1 \sum P_r \cos[(r \pm 1)\theta + (s \pm \chi)\omega_e t] \quad (20)$$

由式(20)，得到偏心故障对于 PMSM 径向电磁力波的调制作用：静偏心会使原阶次径向力的幅值增加，并新增 $r \pm 1$ 次的空间谐波；动偏心会使原阶次径向力的幅值增加，并新增 $r \pm 1$ 次的空间谐波和 $s \pm 1$ 次的时间谐波。静偏心、动偏心的径向电磁力波及其二维傅里叶分解如图 12、13 所示。

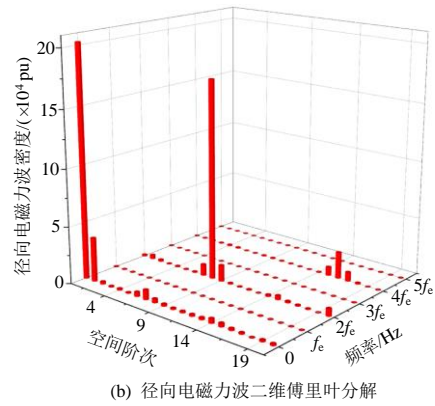
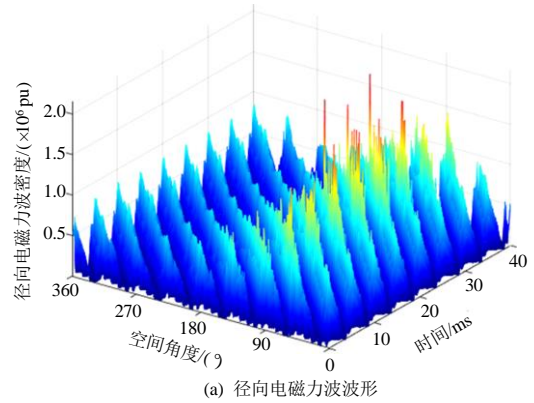


图 12 PMSM 静偏心径向电磁力波

Fig. 12 Static eccentric radial electromagnetic wave

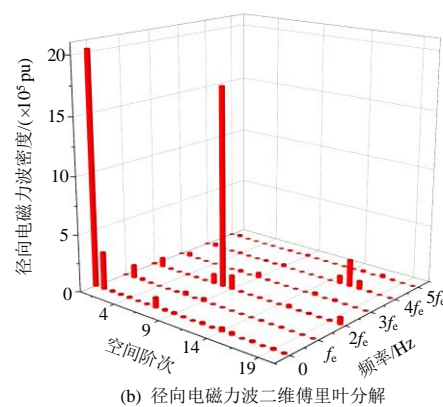
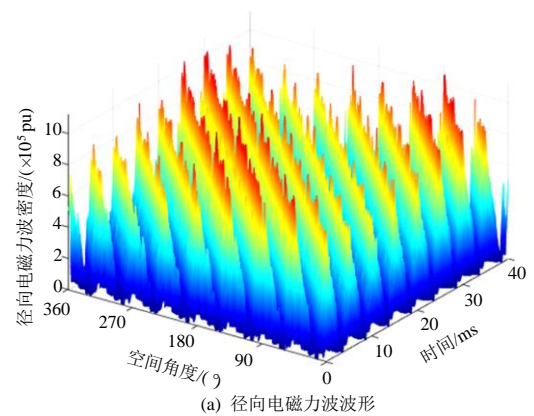


图 13 PMSM 动偏心径向电磁力波

Fig. 13 Dynamic eccentric radial electromagnetic wave

由图 12 可知，当 PMSM 发生静偏心故障时，其气隙较小处径向电磁力波密度幅值提升明显，由

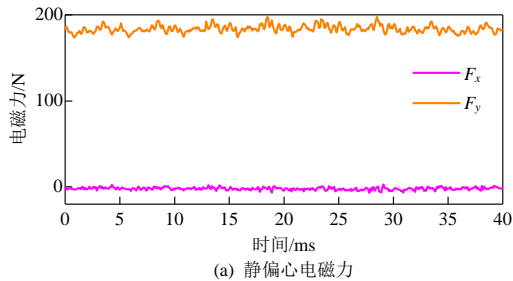
于静偏心的磁场调制作用，原有阶次中幅值较大的谐波幅值会有较小的提升，空间上会新增 $r \pm 1$ 次的谐波。由图 13 可知，当 PMSM 发生动偏心故障时，径向电磁力波密度整体幅值有明显提升，由于动偏心的磁场调制作用，原有阶次中幅值较大的谐波幅值会有较小的提升，空间上会新增 $r \pm 1$ 次的谐波，时间上会新增 $s \pm 1$ 次的谐波。

电机的不平衡磁拉力可以通过麦克斯韦应力张量法计算能得到，其电机转子 x 、 y 方向电磁力和不平衡磁拉力合力的表达式分别如式(21)所示：

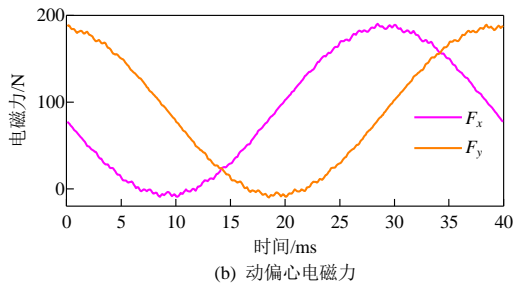
$$\begin{cases} F_x = \frac{r_g l_{stk}}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} [(B_r^2 - B_t^2) \cos \theta - 2B_r B_t \sin \theta] d\theta \\ F_y = \frac{r_g l_{stk}}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} [(B_r^2 - B_t^2) \sin \theta + 2B_r B_t \cos \theta] d\theta \\ F_{UMF} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \end{cases} \quad (21)$$

式中： F_x 为 x 方向的电磁力； F_y 为 y 方向的电磁力； F_{UMF} 为不平衡磁拉力合力。

通过有限元仿真，对负载时 PMSM 不同偏心状态下偏心率大小对不平衡磁拉力的影响进行计算，结果如图 14、15 所示。可知，PMSM 发生偏心故障时， F_{UMF} 随 ε 的增加而增大；静偏心时，不



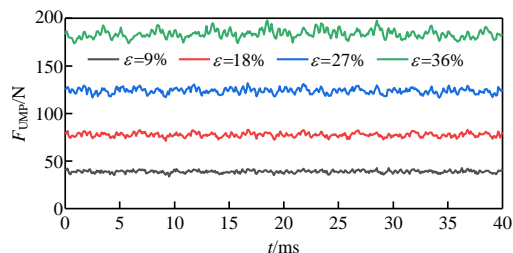
(a) 静偏心电磁力



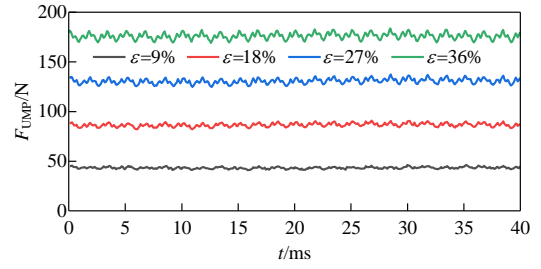
(b) 动偏心电磁力

图 14 PMSM 偏心电磁力

Fig. 14 Eccentric electromagnetic force of PMSM



(a) 静偏心不平衡磁拉力合力



(b) 动偏心不平衡磁拉力合力

图 15 PMSM 偏心不平衡磁拉力合力

Fig. 15 Unbalanced magnetic pull force of PMSM

平衡磁拉力指向气隙较小的一侧；动偏心时， F_x 、 F_y 呈正弦规律变化。

3.2.5 电感

PMSM 的电感是根据电机的绕组结构与气隙数据进行计算，但传统的方法并未考虑偏心对于电感的影响。本节结合气隙磁场调制理论，对偏心电机的电感表达式进行推导。

以 A 相自感为例，通过引入偏心调制算子，偏心电机 A 相自感可以表示为

$$L_{AA} = k_{sat} \frac{\mu_0}{g} r_g l_{stk} \int_0^{2\pi} N_A(\theta) M_{ecc} [N_A(\theta)] d\theta \quad (22)$$

式中 k_{sat} 为饱和系数，且当铁心磁导率为无穷大时， $k_{sat}=1$ 。

实际的绕组函数包含大量谐波成分，可以表示为

$$N_A(\theta) = \sum_k \frac{2}{\pi} \frac{N}{k} k_{wak} \cos(k\theta) \quad (23)$$

式中 k_{wak} 为极对数为 k 的谐波对应的绕组系数。

因此，根据式(6)、(23)，可以得到偏心故障时的 PMSM 绕组函数表达式：

$$\begin{aligned} M_{ecc} [N_A(\theta)] &= \sum_k \frac{2}{\pi} \frac{N}{k} k_{wak} \cos(k\theta) \cdot [\varepsilon_0 + \\ &\varepsilon_1 \cos(\theta - \chi \frac{\omega_c}{p} t)] = \sum_k \varepsilon_0 \frac{2}{\pi} \frac{N}{k} k_{wak} \cos(k\theta) + \\ &\sum_k \frac{\varepsilon_1}{\pi} \frac{N}{k} k_{wak} \cos[(k \pm 1)\theta - \chi \frac{\omega_c}{p} t] \end{aligned} \quad (24)$$

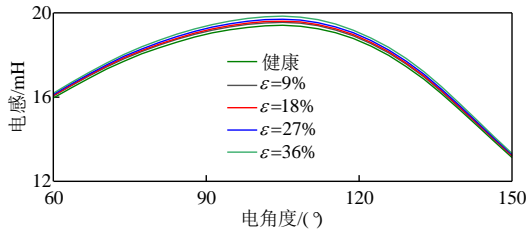
根据三角函数的正交性，当存在 $k_1=k_2$ 或 $k_1=k_2 \pm 1$ 的情况时，式(24)将新增积分不为零的项，因此，偏心故障会对电感造成畸变。

同理，A、B 相互感有相似的表达式与结论：

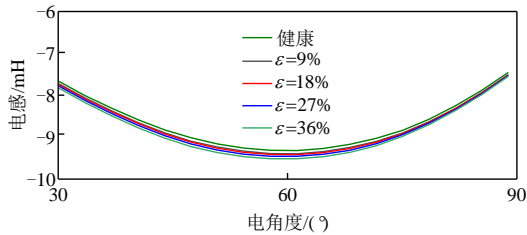
$$L_{AB} = k_{sat} \frac{\mu_0}{g} r_g l_{stk} \int_0^{2\pi} N_A(\theta) \cdot M_{ecc} [N_B(\theta)] d\theta \quad (25)$$

不同偏心类型与偏心率的自感、互感仿真结果如图 16、17 所示，表明偏心故障造成了电感的畸

变,且故障程度越大,畸变越明显。



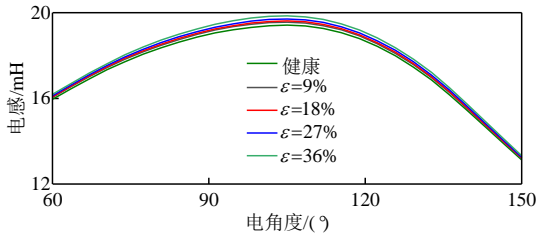
(a) 静偏心A相自感



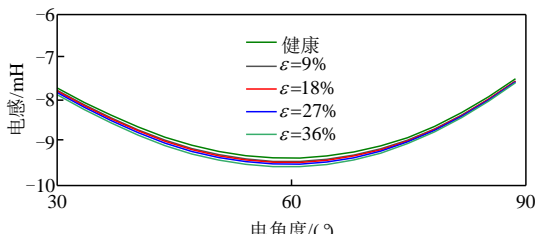
(b) 静偏心AB相互感

图 16 PMSM 静偏心电感

Fig. 16 Static eccentric inductance of PMSM



(a) 动偏心A相自感



(b) 动偏心AB相互感

图 17 PMSM 动偏心电感

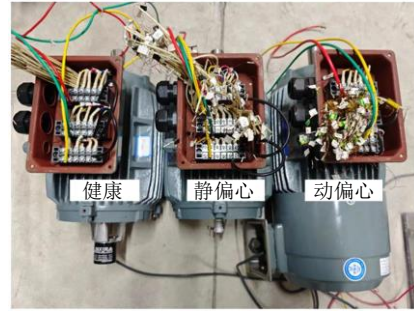
Fig. 17 Dynamic eccentric inductance of PMSM

4 实验验证

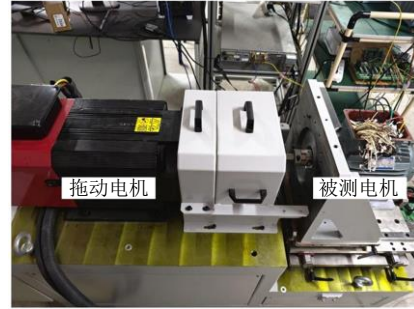
为进一步验证本文提出的 PMSM 偏心故障分析方法的有效性,搭建如图 18 所示的实验平台,其中,图 18(a)为 3 台被测电机,故障电机的偏心率均为 36%,为电机厂家设置;图 18(b)为拖动电机与被测电机,空载反电势由拖动电机带动被测电机旋转进行测量。为防止偏心故障对被测电机进一步的损害,实验未在额定转速下进行。

图 19 为健康、静偏心及动偏心电机在 1000r/min 转速下的 A 相的空载反电势波形。由图 19 可以看出,偏心故障对被测电机的空载反电势波形并未有影响。

此外,对空载反电势数据进行傅里叶分解,结



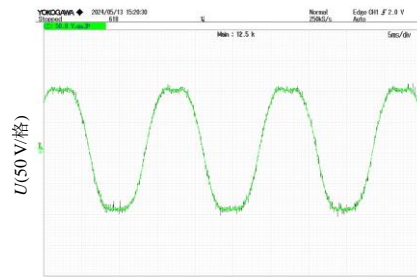
(a) 电机



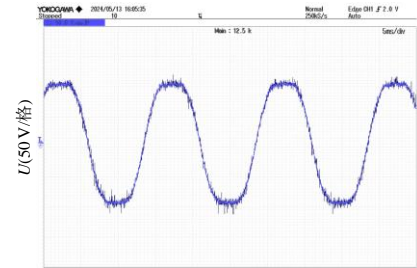
(b) 实验平台

图 18 实验平台

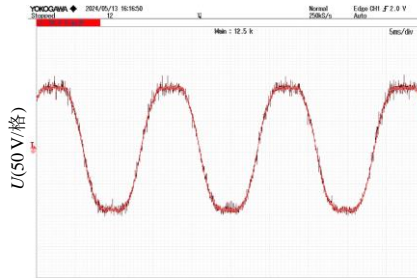
Fig. 18 Experimental platform



(a) 健康PMSM空载反电势



(b) 静偏心PMSM空载反电势



(c) 动偏心PMSM空载反电势

图 19 空载反电势波形

Fig. 19 Measured back-EMF waveform

果如图 20 所示。可知，偏心几乎不改变空载反电势的基波幅值，也不会产生谐波，实验结果与理论分析和有限元仿真一致。

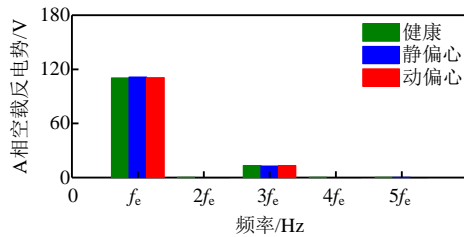


图 20 A 相空载反电势傅里叶分解

Fig. 20 Fourier decomposition of EMF in phase A

5 结论

本文研究了偏心故障作为“调制器”时对 PMSM 电磁性能的影响，扩展了气隙磁场调制理论的应用范围。仿真和实验验证了理论分析的正确性，得出以下结论：

1) 从气隙磁场调制角度出发，将偏心故障视为电机三要素中的“调制器”，实现了偏心故障下永磁同步电机电磁性能的统一分析；

2) 偏心故障将导致电机气隙磁场产生新增谐波，但不影响绕组结构对称电机的空载反电势；

3) 新增谐波之间的相互作用产生微弱的转矩脉动，几乎不影响平均转矩；偏心故障对电机的径向电磁力波及不平衡磁拉力有严重影响；偏心故障会使电感产生畸变。

参考文献

- [1] 丁石川, 何旺, 杭俊, 等. 基于径向气隙磁密和定子电流的永磁同步电机均匀退磁故障诊断研究[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(1): 332-341.
DING Shichuan, HE Wang, HANG Jun, et al. Uniform demagnetization fault diagnosis for PMSM based on radial air-gap flux density and stator current [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(1): 332-341(in Chinese).
- [2] 阚超豪, 张恒, 方裕超, 等. 基于定子电流法的绕线转子无刷双馈发电机偏心故障研究[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(8): 3260-3269.
KAN Chaohao, ZHANG Heng, FANG Yuchao, et al. Study on eccentricity fault of brushless doubly-fed generator with wound rotor based rotor based on motor current signature analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(8): 3260-3269(in Chinese).
- [3] 杭俊, 赖江龙, 邓家增, 等. 基于阶比分析的永磁同步电机偏心故障诊断研究[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(24): 9733-9741.
HANG Jun, LAI Jianglong, DENG Jiazeng, et al. Eccentric fault of diagnosis of permanent magnet synchronous motor based on order analysis [J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(24): 9733-9741(in Chinese).
- [4] 鲍晓华, 吕强. 感应电机气隙偏心故障研究综述及展望[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(6): 93-100.
BAO Xiaohua, LYU Qiang. Review and prospect of air-gap eccentricity faults in induction machines [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(6): 93-100(in Chinese).
- [5] 戈宝军, 毛博, 林鹏, 等. 无刷双馈电机转子偏心对气隙磁场的影响[J]. 电工技术学报, 2020, 35(3): 502-508.
GE Baojun, MAO Bo, LIN Peng, et al. Effect of rotor eccentricity fault on air gap magnetic field in brushless doubly-fed machine[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(3): 502-508(in Chinese).
- [6] 任杰, 王秀和, 赵文良, 等. 永磁同步电机转子偏心空载气隙磁场解析计算[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(8): 26-32.
REN Jie, WANG Xiuhe, ZHAO Wenliang, et al. Open circuit magnetic field prediction in permanent magnet synchronous machine with rotor eccentricity[J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(8): 26-32(in Chinese).
- [7] 冀溥, 王秀和, 王道涵, 等. 转子静态偏心的表面式永磁电机齿槽转矩研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(9): 187-191.
JI Pu, WANG Xiuhe, WANG Daohan, et al. Study of cogging torque in surface-mounted permanent magnet motors with static eccentricity[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(9): 187-191(in Chinese).
- [8] HWANG S M, KIM K T, JEONG W B, et al. Comparison of vibration sources between symmetric and asymmetric HDD spindle motors with rotor eccentricity[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2001, 37(6): 1727-1731.
- [9] ZHU Ziqiang, WU Lijian, JAMIL M L M. Distortion of back-EMF and torque of PM brushless machines due to eccentricity[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49(8): 4927-4936.
- [10] HE Tianran, ZHU Ziqiang, XU Fan, et al. Influence of rotor eccentricity on electromagnetic performance of 2-pole/3-slot PM motors[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2022, 37(1): 696-706.
- [11] YANG Jiangtao, DAI Shaoren, WANG Zhenyu, et al. Influence of rotor eccentricity on electromagnetic performance of rotational symmetrical slotless PM brushless motor[J]. IEEE Transactions on Transportation

- Electrification, 2024, 10(2): 3888-3901.
- [12] 刘凯, 张炳义, 冯桂宏. 基于非对称绕组函数法永磁同步电机偏心电感参数的研究[J]. 电工技术学报, 2020, 35(S2): 387-394, 431.
LIU Kai, ZHANG Bingyi, FENG Guihong. Research on eccentric inductance of permanent magnet machine based on asymmetrical winding function approach [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(S2): 387-394, 431(in Chinese).
- [13] 鲍晓华, 程志恒, 王汉丰, 等. 基于改进绕组函数法的感应电机偏心电感参数计算[J]. 电工技术学报, 2016, 31(6): 13-20.
BAO Xiaohua, CHENG Zhiheng, WANG Hanfeng, et al. Inductance calculation of eccentric induction motor based on modified winding function approach [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(6): 13-20(in Chinese).
- [14] ZHU Ziqiang, LI H Y, DEODHAR R, et al. Recent developments and comparative study of magnetically geared machines[J]. CES Transactions on Electrical Machines and Systems, 2018, 2(1): 13-22.
- [15] 付兴贺, 王标, 林明耀. 磁力齿轮发展综述[J]. 电工技术学报, 2016, 31(18): 1-12.
FU Xinghe, WANG Biao, LIN Mingyao. Overview and recent developments of magnetic gears[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(18): 1-12(in Chinese).
- [16] 林宝全, 李捷, 杨公德. 永磁游标电机转矩特性研究[J]. 电气工程学报, 2023, 18(4): 35-42.
LIN Baoquan, LI Jie, YANG Gongde. Research of torque characteristics of permanent magnet vernier machine [J]. Journal of Electrical Engineering, 2023, 18(4): 35-42(in Chinese).
- [17] LIU Guohai, JIANG Shan, ZHAO Wenxiang, et al. A new modeling approach for permanent magnet vernier machine with modulation effect consideration[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(1): 1-12.
- [18] QU Huan, ZHU Ziqiang. Analysis of spoke array permanent magnet flux reversal machines[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2020, 35(3): 1688-1696.
- [19] WANG Tianshi, LIU Chengcheng, XU Wei, et al. Fabrication and experimental analysis of an axially laminated flux-switching permanent-magnet machine [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(2): 1081-1091.
- [20] CHENG Ming, HAN Peng, HUA Wei. General airgap field modulation theory for electrical machines[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(8): 6063-6074.
- [21] CHENG Ming, WEN Honghui, HAN Peng, et al. Analysis of airgap field modulation principle of simple salient poles[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(4): 2628-2638.
- [22] 刘家琦, 白金刚, 郑萍, 等. 基于磁场调制原理的齿槽转矩研究[J]. 电工技术学报, 2020, 35(5): 931-941.
LIU Jiaqi, BAI Jingang, ZHENG Ping, et al. Investigation of cogging torque based on magnetic field modulation principle[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 931-941(in Chinese).
- [23] 程明, 文宏辉, 花为, 等. 电机气隙磁场调制统一理论及其典型应用[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(24): 8261-8282.
CHENG Ming, WEN Honghui, HUA Wei, et al. General airgap field modulation theory for electrical machines and its typical applications[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(24): 8261-8282(in Chinese).
- [24] HELLER B, HAMATA V. Harmonic field effects in induction machines[M]. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1977.
- [25] 李亚, 周庆林, 丁石川, 等. V型交替极永磁同步电机气隙磁场调制效应研究[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(5): 2019-2026.
LI Ya, ZHOU Qinglin, DING Shichuan, et al. Investigation of air-gap field modulation effect on V-shaped consequent-pole permanent magnet synchronous machines[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(5): 2019-2026(in Chinese).
- [26] 邹继斌, 徐永向, 兰华, 等. 永磁同步电机电磁振动分析与抑制[M]. 北京: 国防工业出版社, 2023.
ZOU Jibin, XU Yonxiang, LAN Hua, et al. Analysis and suppression of electromagnetic vibration of permanent magnet synchronous machine[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2023(in Chinese).



丁石川

在线出版日期: 2025-05-28。

收稿日期: 2024-09-11。

作者简介:

丁石川(1980), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事电机驱动及控制研究, dingsc@126.com;

金岱晨(1999), 男, 博士研究生, 主要从事基于磁场调制原理的电机故障分析及诊断研究, z24111021@stu.ahu.edu.cn;

*通信作者: 杭俊(1987), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事电机系统状态监测和故障诊断研究, jun_hang511@163.com。

(编辑 陈娟, 李新洁)