

适用于任意事件的 可变步长 2S-DIRK 电磁暂态仿真算法

庞博涵, 刘文焯, 汤涌

(中国电力科学研究院有限公司, 北京市 海淀区 100192)

An Variable Step-size 2S-DIRK Algorithm for Electromagnetic Transients Simulation With Arbitrary Events

PANG Bohan, LIU Wenzhuo, TANG Yong

(China Electric Power Research Institute, Haidian District, Beijing 100192, China)

ABSTRACT: The trapezoidal method faces numerical oscillation problems in electromagnetic transients (EMT) simulation of nonlinear circuits. Although the 2-stage diagonally implicit Runge-Kutta method (2S-DIRK) is L-stable and does not produce numerical oscillations, it has the problems of numerical spikes and difficulty in handling switching events. To address these problems, this paper proposes a modified 2S-DIRK (M2S-DIRK) numerical integration method. The paper first analyzes the numerical integration process of 2S-DIRK and explains the causes of numerical spikes. Then, the numerical integration formulas and companion model of M2S-DIRK are given, along with the design of an event location algorithm and a variable step-size scheme. Finally, the correctness and effectiveness of M2S-DIRK are verified by simulation examples. The simulation results show that the M2S-DIRK method inherits the L-stability of 2S-DIRK, fundamentally solves the numerical oscillation problem, effectively avoids numerical spikes, and can flexibly and accurately handle switching events. Compared with algorithms such as zero-crossing interpolation, critical damping adjustment, and characteristic compensation method, the M2S-DIRK method is simpler and has higher numerical stability, and is suitable for EMT simulation of nonlinear circuits.

KEY WORDS: electromagnetic transients simulation; nonlinear circuits; power electronics; numerical integration methods; diagonally implicit Runge-Kutta (DIRK); numerical oscillations; numerical spikes

摘要: 在非线性电路的电磁暂态仿真中, 梯形法面临数值振荡问题。2级对角隐式龙格-库塔法(2-stage diagonally implicit Runge-Kutta, 2S-DIRK)虽具有L-稳定性, 不会产生数值振荡, 但存在数值尖峰和难以处理开关事件的问题。针对上述

问题, 该文提出了一种改进 2S-DIRK(modified 2S-DIRK, M2S-DIRK)数值积分方法。该文首先分析了 2S-DIRK 的数值积分过程, 阐述了 2S-DIRK 产生数值尖峰的原因; 然后, 给出了 M2S-DIRK 的数值积分格式及伴随模型, 并设计了事件定位算法和可变步长方案; 最后, 通过仿真算例验证了 M2S-DIRK 的正确性和有效性。仿真结果表明, M2S-DIRK 继承了 2S-DIRK 的 L 稳定特性, 从根本上解决了数值振荡问题, 且有效避免了数值尖峰, 能够灵活准确地处理开关事件。与过零点插值、临界阻尼调整、特性补偿法算法相比, M2S-DIRK 方法更加简便, 具有更高的数值稳定性, 适用于非线性电路的电磁暂态仿真。

关键词: 电磁暂态仿真; 非线性电路; 电力电子; 数值积分方法; 对角隐式龙格-库塔法; 数值振荡; 数值尖峰

0 引言

在电力电子设备开发及电力系统安全稳定分析与规划中, 电磁暂态(electromagnetic transients, EMT)仿真已成为重要技术^[1-2]。电力电子开关、考虑饱和的变压器、避雷器、制氢电解槽等非线性元件的广泛存在使得系统的微分代数方程组不仅是刚性方程组, 且具有连续与离散过程相互“混杂”的特点, 数值积分算法面临计算精度、数值稳定性与计算效率的相互制约。

隐式梯形(trapezoidal, TR)法是 A-稳定单步方法^[3], 是很多电磁暂态仿真程序的基础算法^[4]。然而, 使用梯形法时, 电感电流或电容电压的突变会导致持续的数值振荡^[5]。该问题常见的处理方法包括: 1) 给非线性元件增加缓冲电路^[6]。该方法需要适当地设计缓冲电路参数, 且会增加计算量。2) 临界阻尼调整^[7-8](critical damping adjustment, CDA)。

在检测到变量突变或开关动作后,执行两步后退欧拉(backward Euler, BE)法。3) 过零点插值^[9]。从突变时刻或检测到数值振荡现象开始,线性插值到过零点,执行梯形法的同时附加半步长的线性插值。然而,方法 2)、3) 都面临着变量突变难以完全检测的问题^[10],同时用户也难以将数值振荡与物理系统的振荡区分开来。

因此,需要“固有无振荡”的 L-稳定数值积分方法以从根本上解决数值振荡问题。为此,文献[11-12]提出将 2 级对角隐式龙格-库塔(2-stage diagonally implicit Runge-Kutta, 2S-DIRK)法用于电磁暂态仿真。此外,后退微分法^[13](backward differential formula, BDF)(又称 Gear 法)在电子电路仿真程序中常见,其中,又以 BDF2 和 TR-BDF2^[14]最为常用。2S-DIRK、BDF2 和 TR-BDF2 都是 2 级方法,具备 2 阶精度和 L-稳定特性^[3,14]。

但是,使用 2S-DIRK 等 2 级方法仿真强非线性电路时,仿真波形有时会产生虚拟数值尖峰^[15-16]。此外,2 级方法还面临以下问题:1) 不执行变步长或插值处理,导致结果不准确;2) 全程采用小步长,导致仿真速度很慢;3) 相较于单级方法而言事件定位处理更为复杂。XTAP 提出特性补偿法^[15]来抑制 2S-DIRK 数值尖峰的产生,但改变了非线性元件的特性曲线。文献[17]通过令插值过程中 2S-DIRK 的 Butcher 表对角元 γ 和步长 h 乘积保持恒定的方法减少 LU 分解次数,但 γ 大于 1 时将显著影响积分精度。因此,有必要提出一种改进的数值积分算法,该算法应不存在数值振荡问题,能够完全适应非线性电路,避免数值尖峰,同时,可以准确处理开关事件。

本文分析了 2S-DIRK 的积分过程,解释了在非线性和电路仿真中的局限性及原因,并提出了一种适用于非线性电路电磁暂态仿真的数值积分算法。该算法无数值振荡问题,能够有效防止在强非线性电路仿真过程中产生数值尖峰,同时,能够准确处理任意开关事件。

1 2S-DIRK 法概述及其局限性

1.1 2S-DIRK 法概述

2S-DIRK 的积分过程^[11-12]包括 3 个计算阶段:

1) 第 1 级计算; 2) 变量转换; 3) 第 2 级计算。

对于微分方程式:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (1)$$

2S-DIRK 的数值积分格式可以写为

$$\begin{cases} y_{n+\gamma} = y_n + \gamma hf(t_{n+\gamma}, y_{n+\gamma}) \\ y_{n+1} = -ky_n + (1+k)y_{n+\gamma} + \gamma hf(t_{n+1}, y_{n+1}) \\ \gamma = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ k = \sqrt{2} \\ t_{n+\gamma} = t_n + \gamma h \\ t_{n+1} = t_n + (2+k)\gamma h \end{cases} \quad (2)$$

2S-DIRK 的积分过程如图 1 所示。首先,第 1 级是采用后退欧拉法计算 γh 步长;然后,进行变量转换,将图 1 中起始点至点 A 线性外插 $1+k$ 倍至点 B,其中, k 在本文称为变量转换系数;最后,第 2 级是再次采用后退欧拉法计算 γh 步长。2S-DIRK 法可以方便地应用伴随模型,编写程序时可按照在一步内进行 2 次后退欧拉法计算的方式实现。

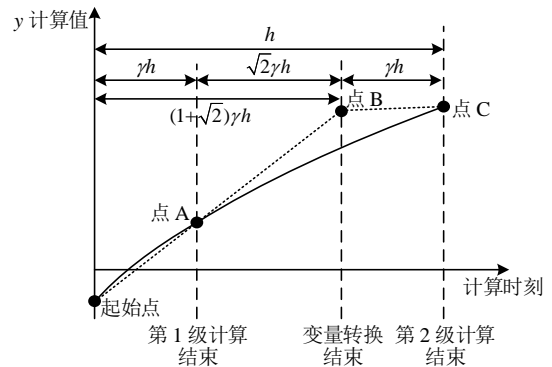


图 1 2S-DIRK 法的积分过程

Fig. 1 Integration process of the 2S-DIRK method

1.2 2S-DIRK 法的局限性

1.2.1 数值尖峰

在 2S-DIRK 中,非线性元件可能在不同计算阶段改变工作状态。以二极管电流过零关断为例,根据关断时刻所处阶段的不同,可分为:

- 1) 情况一: 二极管在第 1 级计算阶段关断;
- 2) 情况二: 二极管在变量转换阶段关断;
- 3) 情况三: 二极管在第 2 级计算阶段关断。

附图 A1—A3 给出了上述 3 种情况对应的计算过程。在特定情况下,例如,附图 A1、A2 所显示的二极管关断情况一和情况二中,变量转换过程可能导致非线性元件的工作点偏离其特性曲线,引发电压或电流的“过冲”现象。这种现象会导致在第 2 级计算结束后,电感电流或电容电压在极短的时间内(即第 2 级计算步长内)发生急剧变化,从而产生数值尖峰,尤其在电力电子开关等强非线性元件中,会引起不可忽略的数值误差。

以图 2(a)所示的二极管整流电路为例来说明数值尖峰问题。采用 2S-DIRK 并设置固定步长, 电感电压仿真结果如图 2(b)—(d)所示, 图中绘制了第 1 级和第 2 级计算点。由图 2(b)可知, 这种数值尖峰现象。将红圈部分局部放大可见图 2(c), 其中, $t=14.8\text{ ms}$ (第 2 级计算结束时刻), 计算点大幅偏离了精确解。并且, 对比图 2(c)、(d)可知, 通过减小步长的方式也无法缓解尖峰的程度, 因为电压或电流的“过冲”量与步长在以相同速率减小, 电感电流或电容电压仍然可能在第 2 级计算时急剧变化。不难验证, BDF2 和 TR-BDF2 因积分过程中存在线性外插过程而同样存在数值尖峰问题^[16]。

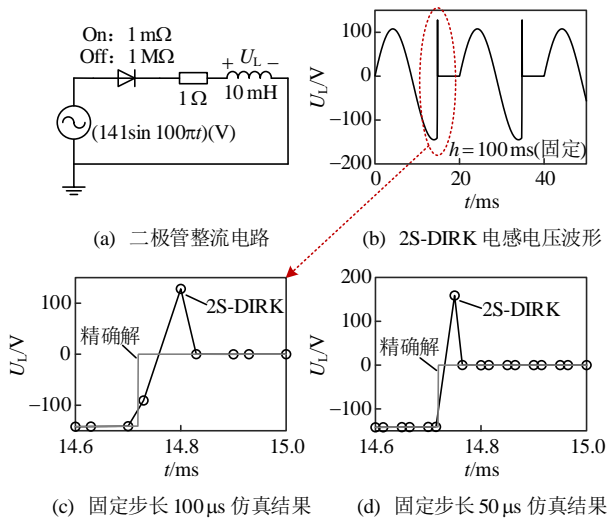


图 2 二极管整流测试电路及数值尖峰

Fig. 2 Diode rectifier test circuit and numerical spikes

1.2.2 开关事件处理

以往在分析隐式梯形法或 2S-DIRK 法在的数值精度时, 通常基于微分方程式(1)是“足够光滑”(即高阶导数有界)的假设。然而, 对于频繁发生开关事件的系统, 式(1)中 $f(t,y)$ 会时常出现间断点。因此, 有必要分析开关事件对数值积分方法数值精度的影响。

考虑式(1), 假设一段 $f(t,y)$ 如图 3 所示。时间轴上存在一点 $t_s \in (0, b)$, $f(t_s, y(t_s))$ 是一个跳跃间断

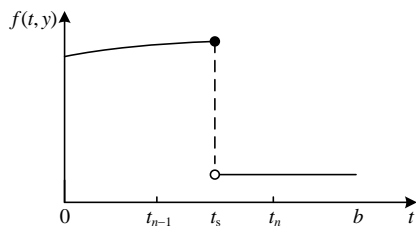


图 3 一个间断的 $f(t,y)$ 示例

Fig. 3 An example of a discontinuous $f(t,y)$

点, f 在区间 $[0, b]$ 其余部分是足够光滑且有界的。

若算法在计算区间 (t_{n-1}, t_n) 内不进行额外的开关事件处理, 即算法“认为”: 在 (t_{n-1}, t_n) 内, f 是光滑的, 间断点 t_s 恰好与计算区间端点 t_{n-1} 或 t_n 重合。根据泰勒展开式, 一个 p 阶算法的局部截断误差 ε_{LTE} 可写为通式:

$$\varepsilon_{LTE} = Eh_n^{p+1}y^{(p+1)}(t_n) + O(h_n^{p+2}) \quad (3)$$

式中: E 为误差常数; h 为步长。由式(3)可知, 由于实际中 h 不能取无穷小, 如果在计算区间内 $y(t)$ 至多有 $l+1$ 阶导数存在且有界, 那么任何数值积分方法在这一步至多有 l 阶精度。对于图 3 所示 (t_{n-1}, t_n) 内的 $f(t,y)$, $y^{(1)}$ 存在且有界, $y^{(2)}$ 无界, 导致在 t_{n-1} 至 t_n 这一步引入 $O(h_n)$ 误差, 且该误差与数值积分方法的阶数无关。这说明, 如果计算区间中包含开关事件, 减小该步数值误差的关键在于开关事件定位的精度, 在开关事件发生的时刻(或尽可能接近的时刻)添加计算点。采用高阶方法积分包含开关事件的计算区间反而会增加不必要的计算量。

不同于梯形法等单步方法, 2S-DIRK 这类多级方法在完整一步内包含多个内部阶段, 开关事件可能发生在任何计算阶段, 不进行特殊处理将面临阶数降低问题^[3], 因而, 需要更深入的设计开关事件的定位和处理方法。

2 M2S-DIRK 法

本文提出一种改进的 2S-DIRK(modified 2S-DIRK, M2S-DIRK)方法, 其设计基于以下几点考量: 方法具备 L-稳定特性、2 阶线性精度、能够避免数值尖峰。此外, 该方法能够准确处理步长内任意时刻可能发生的单个或多个开关事件, 并且便于使用伴随模型。该方法相对 2S-DIRK 的主要区别在于:

1) 变量转换系数 k 不再固定为常数 $\sqrt{2}$, 而是会根据非线性元件不同计算情况在 $\sqrt{2}$ 和 0 之间切换。根据情况一和情况二可知, 如果变量转换阶段结束时的的工作区段与第 1 级计算点的工作区段不同, 或第 1 级计算点的工作区段与起始点的工作区段不同, 将导致变量转换结束后的工作点偏离其特性曲线。为此, 出现上述情况时, 则将变量转换系数 k 设置为 0, 即不执行线性外插, 算法的积分过程转换为连续执行两步后退欧拉法, 以避免数值尖峰。

2) 第 1 级和第 2 级计算都需要求解非线性代数方程组, 而非传统方法仅在第 2 级改变非线性元

件的状态^[12,17]。一般采用分段线性型牛顿-拉夫逊法^[18]计算非线性电路的收敛解。从这点上看，M2S-DIRK 类似 2 步的线性多步法。

3) 变量转换系数 $k=0$ 时，第 1 级和第 2 级计算步长均为可变的，以准确且灵活处理开关事件。

2.1 数值积分格式

M2S-DIRK 法的数值积分格式具体如下：

首先，执行第 1 级计算公式：

$$\begin{cases} y_{n+\alpha\gamma} = y_n + \alpha\gamma hf(t_{n+\alpha\gamma}, y_{n+\alpha\gamma}) \\ t_{n+\alpha\gamma} = t_n + \alpha\gamma h \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\gamma=1-1/\sqrt{2}$ 。式(4)表示从时刻 t_n 开始，采用后退欧拉法，以 $\alpha\gamma h$ 为步长，计算时刻 $t_{n+\alpha\gamma}$ 的解 $y_{n+\alpha\gamma}$ 。 $\alpha \in (0, 1]$ 表示第 1 级的变步长系数。规定第 1 级后退欧拉法的计算步长改变时，令 $k=0$ 。

其次，执行变量转换。即 y_n 和 $y_{n+\alpha\gamma}$ 的 $1+k$ 倍的线性外插，计算时刻前进至 \tilde{t}_n ：

$$\begin{cases} \tilde{y}_n = y_{n+\alpha\gamma} + k(y_{n+\alpha\gamma} - y_n) \\ \tilde{t}_n = t_n + (1+k)\alpha\gamma h \end{cases}, \quad k \in \{\sqrt{2}, 0\} \quad (5)$$

式中默认 $k=\sqrt{2}$ 。与 2S-DIRK 不同的是，当出现非线性元件情况一和情况二时，则令 $k=0$ ，即不执行变量转换，以避免数值尖峰的发生。M2S-DIRK 面对情况一和情况二的计算过程如图 4 所示。可知，由于 M2S-DIRK 在跨越工作区段时，计算点不会偏离特性曲线，因此，不会产生数值尖峰。

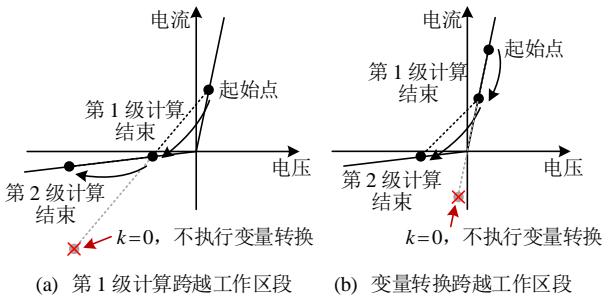


图 4 M2S-DIRK 非线性元件计算

Fig. 4 M2S-DIRK calculation process for the nonlinear component

最后，从时刻 \tilde{t}_n 开始，执行第 2 级计算，采用后退欧拉法，以 $\beta\gamma h$ 为步长，计算时刻 t_{n+1} 的解 y_{n+1} ：

$$\begin{cases} y_{n+1} = \tilde{y}_n + \beta\gamma hf(t_{n+1}, y_{n+1}) \\ t_{n+1} = \tilde{t}_n + (1+k)\alpha\gamma h + \beta\gamma h \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\beta \in (0, 1]$ 为第 2 级的变步长系数。规定 $k=0$ 时，第 2 级后退欧拉法的计算步长才可改变。如此规定是为了保证 $k=\sqrt{2}$ 时，2S-DIRK 对角格式的完整性。

令 $h_1 = \alpha\gamma h$ 、 $h_2 = \beta\gamma h$ ，式(4)—(6)可合并表示为

$$\begin{cases} y_{n+\alpha\gamma} = y_n + h_1 f(t_{n+\alpha\gamma}, y_{n+\alpha\gamma}) \\ y_{n+1} = -ky_n + (1+k)y_{n+\alpha\gamma} + h_2 f(t_{n+1}, y_{n+1}) \\ k \in \{\sqrt{2}, 0\} \\ k = \sqrt{2} \Rightarrow h_1 = h_2 \\ t_{n+\alpha\gamma} = t_n + h_1 \\ t_{n+1} = t_n + (1+k)h_1 + h_2 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)为 M2S-DIRK 法的数值积分格式。一般来说，若没有开关事件发生，有 $k=\sqrt{2}$ 且 $h_1=h_2=\gamma h$ ，此时，M2S-DIRK 与 2S-DIRK 积分格式相同。

2.2 阶数和误差

由泰勒级数展开，式(7)的局部截断误差为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{LTE} = & -\frac{1}{2}[(1-k^2)h_1^2 + h_2^2]y^{(2)}(t_{n+1}) - \\ & [(-\frac{k^3}{6} - \frac{k^2}{2} + \frac{1}{3})h_1^3 + \frac{1}{2}(1+k)h_1h_2^2 + \frac{1}{3}h_2^3] \cdot \\ & y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4) \end{aligned} \quad (8)$$

当 $k=\sqrt{2}$ 且 $h_1=h_2=\gamma h$ 时，有：

$$\varepsilon_{LTE} \approx -0.01011h^3 y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4) \quad (9)$$

当 $k=0$ 时，有：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{LTE} = & -\frac{1}{2}(h_1^2 + h_2^2)y^{(2)}(t_{n+1}) - (\frac{1}{3}h_1^3 + \frac{1}{2}h_1h_2^2 + \frac{1}{3}h_2^3) \cdot \\ & y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4) \end{aligned} \quad (10)$$

表 1 给出了不同算法的局部截断误差对比。当 $k=\sqrt{2}$ 时，M2S-DIRK 为 2 阶，误差常数 $E \approx -0.01011$ ，该值与 2S-DIRK 一致，并且比表格所列其他方法的 E 值更小；当 $k=0$ 时，M2S-DIRK 为 1 阶，其局部截断误差与连续执行 2 次后退欧拉法相同。值得注意的是，M2S-DIRK 只在区间内存在开关事件时切换至 $k=0$ 。根据 1.2.2 节分析，处理开关事件时，关键在于事件定位的精度，而不必追求高阶的数值积分方法。因此，M2S-DIRK 在处理开关事件时切换至 1 阶的后退欧拉法，并增加变

表 1 算法的局部截断误差对比

Table 1 LTE comparison between algorithms

算法	局部截断误差
BE	$-(1/2)h^2 y^{(2)}(t_{n+1}) + O(h^3)$
TR	$-(1/12)h^3 y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4)$
BDF2	$-(2/9)h^3 y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4)$
TR-BDF2	$-0.04044h^3 y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4)$
2S-DIRK	$-0.01011h^3 y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4)$
M2S-DIRK	$k = \sqrt{2}$ $k = 0$
	$-0.01011h^3 y^{(3)}(t_{n+1}) + O(h^4)$ 式(10)

步长公式的设计是合理且高效的。

2.3 稳定性

为研究数值稳定性，考虑 Dahlquist 测试方程：

$$y' = \lambda y, \quad \text{Re}(\lambda) \leq 0 \quad (11)$$

式中 λ 为复数。将式(7)代入式(11)，得到：

$$y_{n+1} \equiv R(h_1\lambda, h_2\lambda)y_n = \frac{1 + kh_1\lambda}{(1 - h_1\lambda)(1 - h_2\lambda)} y_n \quad (12)$$

式中 R 为稳定性函数，用于分析数值稳定性。若 $\forall h > 0$ 且 $\text{Re}(\lambda) \leq 0$ ，满足 $R \leq 1$ ，则方法是 A-稳定的(即如果解析解是稳定的，则对任意步长，数值解是收敛的)；进一步地，若 $h\text{Re}(\lambda) \rightarrow -\infty$ ，满足 $R \rightarrow 0$ ，则方法是 L-稳定的(即在刚性系统中跨越快速变化区间或间断点时，数值解依然能保持收敛)。在仿真包含非线性元件在内的刚性混杂系统时，A-稳定性和 L-稳定性是重要的稳定性指标。

当 $k = \sqrt{2}$ 时，对 $\forall h_1\text{Re}(\lambda) = h_2\text{Re}(\lambda) \leq 0$ (由于事先规定了 $k = \sqrt{2}$ 时， $h_1 = h_2$)，满足：

$$|R(h_1\lambda, h_2\lambda)| \leq 1 \quad (13)$$

进一步地，当 $h_1\text{Re}(\lambda) = h_2\text{Re}(\lambda) \rightarrow -\infty$ 时，满足：

$$R(h_1\lambda, h_2\lambda) \rightarrow 0 \quad (14)$$

当 $k = 0$ 时，M2S-DIRK 相当于两步后退欧拉法。不难验证，对 $\forall h_1\text{Re}(\lambda) \leq 0, h_2\text{Re}(\lambda) \leq 0$ ，满足式(13)。当 $h_1\text{Re}(\lambda) \rightarrow -\infty$ 且 $h_2\text{Re}(\lambda) \rightarrow -\infty$ 时，满足式(14)。

令 $h_1\lambda = h_2\lambda = z$ ，图 5 绘制了 M2S-DIRK 法的绝对稳定域，其中，阴影区域外为绝对稳定域。可以看出，绝对稳定域包含整个左半平面 $\text{Re}(z) < 0$ 。

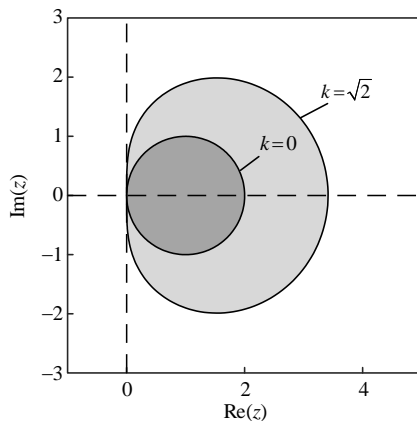


图 5 M2S-DIRK 的绝对稳定域(阴影区域外)

Fig. 5 M2S-DIRK absolute stability regions (outside the shaded area)

综上所述，M2S-DIRK 是 A-稳定且 L-稳定的。当使用 M2S-DIRK 时，步长选择可以仅基于准确性

考虑，而不必担心数值稳定性。

3 电磁暂态仿真实现方案

3.1 伴随模型

M2S-DIRK 的伴随模型如图 6 所示。其伴随电路电导和历史电流源公式与 2S-DIRK 是相似的，差异在于第 1 级和第 2 级步长以及变量转换系数改变对伴随模型的影响。

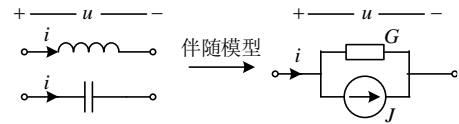


图 6 M2S-DIRK 的伴随模型

Fig. 6 M2S-DIRK companion model

线性电感的伴随电路电导和电流源公式为

$$\begin{cases} \text{第 1 级: } G = \frac{h_1}{L}, J = i_n \\ \text{第 2 级: } G = \frac{h_2}{L}, J = i_{n+\alpha\gamma} + k(i_{n+\alpha\gamma} - i_n) \end{cases} \quad (15)$$

线性电容的伴随电路电导和电流源公式为

$$\begin{cases} \text{第 1 级: } G = \frac{C}{h_1}, J = -\frac{C}{h_1}u_n \\ \text{第 2 级: } G = \frac{C}{h_2}, J = -\frac{C}{h_2}[u_{n+\alpha\gamma} + k(u_{n+\alpha\gamma} - u_n)] \end{cases} \quad (16)$$

注意到，若步长没有改变，线性电感和线性电容在两级的伴随电路电导值是相同的，两级都可以使用相同的系统矩阵来计算。对于非线性电感和非线性电容的伴随电路公式，可见附录 B。

3.2 事件定位和可变步长策略

如果 $f(t, y)$ 存在间断点，例如非线性元件切换状态，正如 1.2.2 节所讨论的，需要定位事件发生时刻并放置计算点来提高求解精度。间断点的准确时刻可能已知，例如，全控型器件根据控制系统输出的脉冲时刻执行动作。但也可能是未知的，例如，二极管电流过零关断，可通过开关函数来统一定义间断点：

$$f(t, y) = \begin{cases} f_1(t, y(t)), & g(t, y(t)) < 0 \\ f_2(t, y(t)), & g(t, y(t)) > 0 \end{cases} \quad (17)$$

仿真中通过检查 $g(t, y(t))$ 正负符号改变，并使用邻近的计算点执行插值，来获得更精确的间断点 $g = 0$ 时刻，并且可根据需要灵活改变步长或者选择是否在间断点时刻放置计算点。

图 7 给出了本算法采用的间断点处理策略示意

图。其中，序号①—⑩表示计算顺序。具体而言，假设中断点时刻为 t_s ，根据中断点所处的计算阶段不同，处理策略如下：

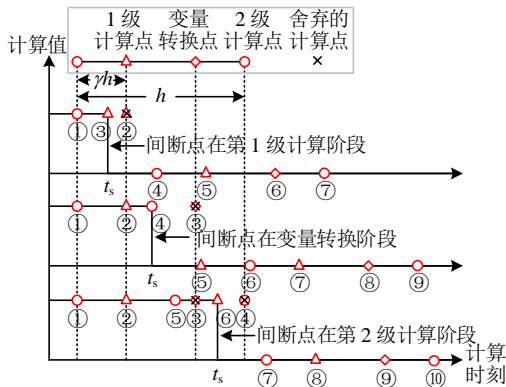


图 7 M2S-DIRK 的中断点处理策略

Fig. 7 The discontinuity handling strategy of the M2S-DIRK method

1) 情况一：中断点在第 1 级计算阶段。改变第 1 级后退欧拉法计算步长，计算至 t_s 。令 $k=0$ ，本步执行 $k=0$ 的变量转换。

2) 情况二：中断点在变量转换阶段。令 $k=0$ ，执行 $k=0$ 的变量转换。改变第 2 级后退欧拉法计算步长，计算至 t_s 。

3) 情况三：中断点在第 2 级计算阶段。令 $k=0$ ，执行 $k=0$ 的变量转换。执行第 2 级后退欧拉法计算。中断点将在下一步处理。

若区间内发现多个中断点，则选择计算至最先发生中断点的时刻。

3.3 计算流程

图 8 给出了 M2S-DIRK 的计算流程图。图中，虚线框标注的部分是 M2S-DIRK 与 2S-DIRK 的不同之处，第 2 节中已经详细阐述了这些差异。此外，注意到第 1 级和第 2 级的后退欧拉法计算流程相同，因此，在程序实现中可以方便地通过继承基类代码来简化和优化代码结构。对于控制系统的计算步长，只需与计算时刻相对应，第 1 级和第 2 级的步长分别设置为 h_1 和 kh_1+h_2 。

4 仿真算例

本文提出的 M2S-DIRK 法使用 C++ 编程实现，在 Intel Core i9 12900H 处理器，16 GB 4 800 MHz DDR5 内存的计算机上进行测试。

4.1 数值振荡和数值尖峰问题测试

以图 2(a) 电路为算例，测试 M2S-DIRK 抑制数值振荡和数值尖峰的能力。图 9 分别为梯形法和

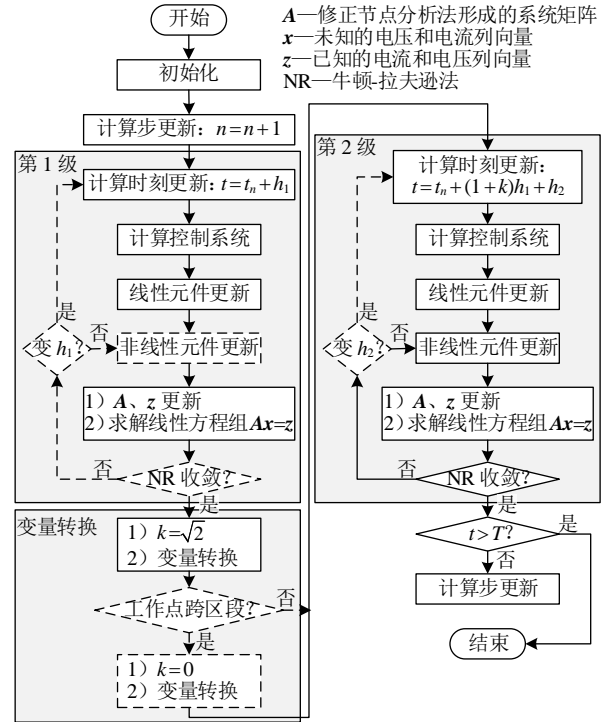


图 8 M2S-DIRK 的计算流程图

Fig. 8 Flowchart of the M2S-DIRK method

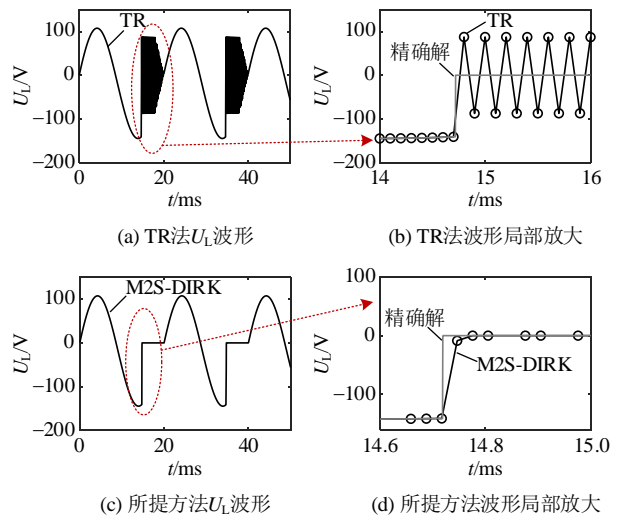


图 9 图 2(a) 电路 UL 仿真结果

Fig. 9 Simulation results of UL for the circuit in Fig. 2(a) M2S-DIRK 的电感电压 U_L 仿真结果，局部放大图绘制了计算点(M2S-DIRK 绘制了两级计算点，下同)。仿真步长为固定 $100 \mu s$ (M2S-DIRK 为 $h_1=h_2=\gamma \times 100 \mu s$)。图 9(a)、(b) 中梯形法出现了持续的数值振荡。图 2(b)—(d) 中 2S-DIRK 虽无数值振荡，但产生了数值尖峰。相比之下，图 9(c)、(d) 所示 M2S-DIRK 没有产生数值振荡和数值尖峰。

搭建文献[11]中的传输线传播阶跃信号测试算例，传输线末端的电压和电流结果如附录 C 所示。

TR-CDA 因无法检测传输线突变信号而没有进入 CDA 流程, 产生数值振荡。M2S-DIRK 因其固有的 L-稳定性, 没有产生数值振荡。

为进一步验证算法在非线性元件任意计算情况时的正确性, 构建图 10(a)所示测试电路。电感设置初始电流 i_0 , 二极管初始为导通状态。由于电源电压与 i_0 方向相反, 在一段时间后, 电感电流降为 0, 二极管关断。通过设置 i_0 可以任意调整二极管关断的时间。图 10(b)—(d)为二极管电压 U_D 的仿真结果, 分别设置了不同的 i_0 使得二极管在不同阶段关断。

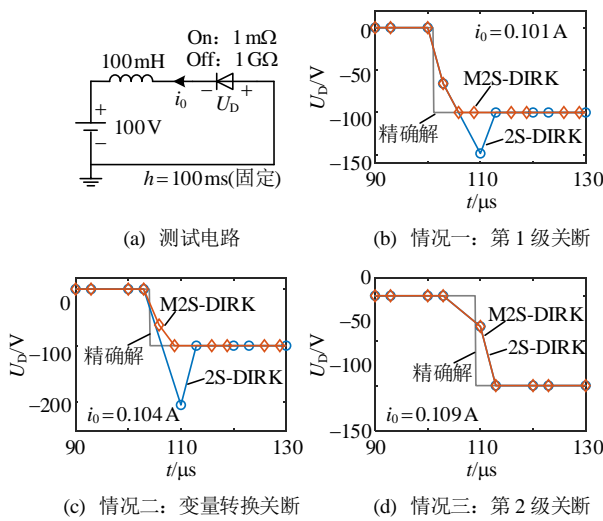


图 10 非线性元件不同计算情况测试

Fig. 10 Testing of different scenarios for nonlinear components

在图 10(b)、(c)中, 2S-DIRK 在变量转换后计算点偏离二极管特性曲线, 导致在第 2 级计算点产生了数值尖峰, 这与 1.2.1 节理论分析一致。相比之下, M2S-DIRK 通过令 $k=0$, 步长内连续执行两次后退欧拉法, 使得计算点始终保持在二极管特性曲线上, 避免了数值尖峰, 在不同计算情况下均获得正确结果。

以上结果表明, M2S-DIRK 算法在计算区间内任意时刻出现开关事件时, 即使不采取过零点插值和变步长处理, 也能有效避免数值振荡和数值尖峰, 具有良好的数值稳定性。

4.2 两电平 VSC 详细模型测试

以图 11 所示两电平电压源型换流器(voltage source converter, VSC)为算例, 测试 M2S-DIRK 变步长及处理开关事件的正确性。VSC 使用脉冲宽度调制, 并采用二值电阻模型模拟开关。本节的仿真结果将与 PSCAD(采用梯形法和过零点插值^[9])和

XTAP(采用 2S-DIRK 和特性补偿法^[15,19])进行比较。PSCAD 和 XTAP 分别代表了采用梯形法和 2S-DIRK 的典型仿真软件。

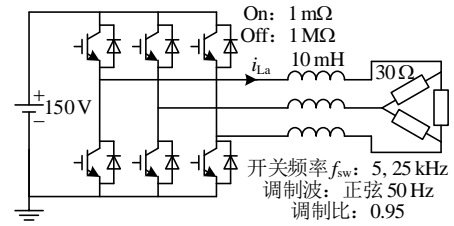


图 11 两电平 VSC 测试电路

Fig. 11 Two-level VSC test circuit

图 12 给出了开关频率 $f_{sw} = 5 \text{ kHz}$ 时, 交流侧 A 相电感电流 i_{La} 的仿真波形以及不同步长下的局部放大图。其中, 精确解是 PSCAD 采用较小步长 ($0.01 \mu\text{s}$) 的仿真结果。关注电感电流是因为它能够反映交流电压的数值积分效应, 从而更明显反映开关事件处理的精确度。由图 12 可知, 不同步长下, M2S-DIRK 的结果都比 PSCAD 和 XTAP 更接近精确解。即便采用大步长, M2S-DIRK 也能在每个开关事件时刻求解出正确的计算点。当采用 50 和 $150 \mu\text{s}$ 的大步长时, XTAP 因误差较大而不在局部放大图内。

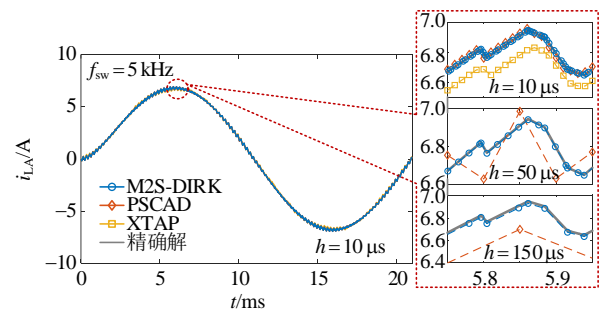


图 12 图 11 电路 i_{La} 仿真结果

Fig. 12 Simulation results of i_{La} for the circuit in Fig. 11

为了分析算法在仿真期间的总体精度, 采用相对均方根误差 e_{rms} , 其定义^[4]如下:

$$e_{rms} = \frac{1}{x_{rms}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x(t_k) - x_k)^2} \quad (18)$$

式中: $x(t)$ 为精确解; x 为计算点结果; n 为计算点数量; x_{rms} 为精确解的均方根。

分别令 $f_{sw} = 5 \text{ kHz}$ 及 $f_{sw} = 25 \text{ kHz}$, 统计采用不同步长时 i_{La} 的 e_{rms} , 结果分别如图 13(a)、(b)所示。图中横坐标为仿真步长 ($0.02 \sim 400 \mu\text{s}$), 纵坐标为 e_{rms} 。横、纵坐标轴均为对数坐标, 因此, 图中曲线的斜率描述了算法的阶数。在此, 以各自算法下

0.01 μs 的仿真结果作为精确解,避免因不同仿真程序间差异而引入偏差。

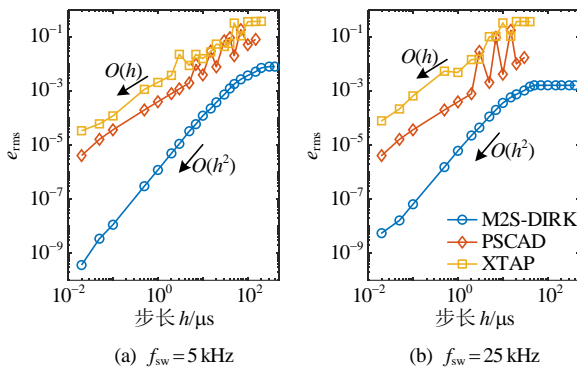


图13 图11电路 i_{La} 的相对均方根误差

Fig. 13 Relative rms error of i_{La} for the circuit in Fig. 11

从图13误差曲线的斜率可以看出,虽然PSCAD和XTAP基础算法采用的是2阶方法,但对于图11算例而言,实际总体只能达到1阶。XTAP因未采用插值或变步长方案,精度较低。而PSCAD依赖线性插值执行再同步过程,这意味着在插值后,仿真时刻都需要通过再次插值回到固定网格点上,因此降低了整体的阶数。

相比之下,采用M2S-DIRK算法的 e_{rms} 明显小于其他算法在相同步长下的值。步长大约在1/10开关周期以下时,M2S-DIRK整体精度能达到2阶,这也是其能达到的最高阶数。随着步长增大,M2S-DIRK的阶数逐渐降至1阶,这主要是由于间断点相对于计算点的出现频率增加,导致后退欧拉法的执行次数增多。为了确保计算的准确性,采用这种方法是必要的,也验证了在1.2.2节中提出的处理开关事件时优先进行事件定位而非高阶求解的原则。当步长大于开关周期后,M2S-DIRK依然能准确定位开关事件,在每个间断点处放置计算点,最终,总计算点数逐渐减少到一个固定值,因此 e_{rms} 不再增大。上述结果体现了M2S-DIRK对开关事件的精确处理能力。

在相同的开发环境下对比梯形法+CDA算法^[8](TR-CDA),来评估算法的性能。采用图11所示的电路以10 μs 的步长进行了0.1s的仿真。记录了M2S-DIRK与TR-CDA的以下指标:1)计算点数 N_{STEP} (对于M2S-DIRK,第1级和第2级各算1个计算点);2)线性方程组 $Ax=z$ 的求解次数 N_{LE} ;3)系统矩阵 A 的LU分解次数 N_{LU} ;4)总计算时间 T_{ALL} ;5)平均单个计算点的耗时 T_{PERS} 。比较结果如表2所示。

表2 M2S-DIRK与TR-CDA算法性能比较

Table 2 Performance comparison between M2S-DIRK and TR-CDA algorithm

算法	$N_{STEP}/\text{个}$	$N_{LE}/\text{次}$	$N_{LU}/\text{次}$	T_{ALL}/ms	$T_{PERS}/\mu\text{s}$
M2S-DIRK	25 334	31 374	5 872	110	4.3
TR-CDA	14 188	19 895	5 743	99	7.0

由表2可知,M2S-DIRK的 N_{STEP} 约是TR-CDA的1.8倍, N_{LE} 约是TR-CDA的1.6倍,因为对于2级方法,电路方程必须在每个步长上求解2次。 N_{LU} 与TR-CDA基本相同,因为M2S-DIRK只有在非线性元件状态或步长变化引起系统矩阵改变时,才需要LU分解。 T_{ALL} 相对TR-CDA约增加11%。由于后退欧拉法更新元件的计算量比梯形法小,因此, T_{PERS} 要比TR-CDA少。此外,M2S-DIRK不需要TR-CDA中检测变量突变的流程。

4.3 链式静止无功发生器详细模型测试

以10kV链式静止无功发生器(static var generator, SVG)详细模型作为算例,测试算法在更复杂系统中的正确性。算例电路及参数如附录D所示。在控制系统中,采用载波移相脉冲宽度调制,外环控制直流电压和无功功率,内环采用电流控制实现电容均压以及相间平衡。仿真步长为10 μs 。在PSCAD 4.6中搭建完全相同的详细模型作为对比。PSCAD算法设置中,启用了线性插值,数值振荡抑制和开关插值脉冲选项。

图14、15分别给出了SVG C相交流电压和桥

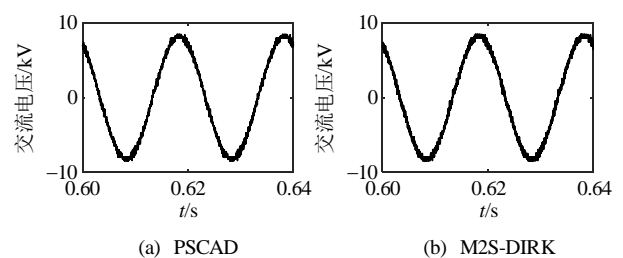


图14 SVG交流电压仿真波形

Fig. 14 Simulation waveforms of AC voltage for SVG

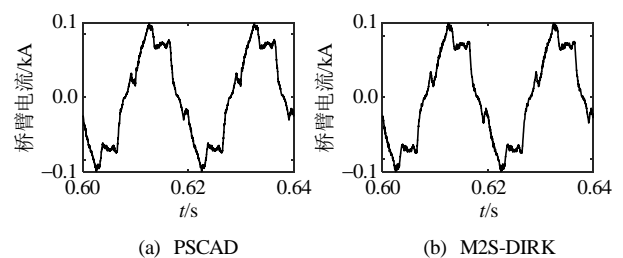


图15 SVG桥臂电流仿真波形

Fig. 15 Simulation waveforms of arm current for SVG

臂电流的仿真波形。可知,对于 SVG 的外特性而言, M2S-DIRK 与 PSCAD 的仿真结果基本一致。

图 16 给出了 PSCAD 和 M2S-DIRK 的 C 相第 3 个子模块的端口电压仿真波形。可以看出,图 16(a)中 PSCAD 端口电压仿真波形频繁出现错误计算点。相反,图 16(b)中 M2S-DIRK 仿真波形正确,没有出现任何错误计算点。

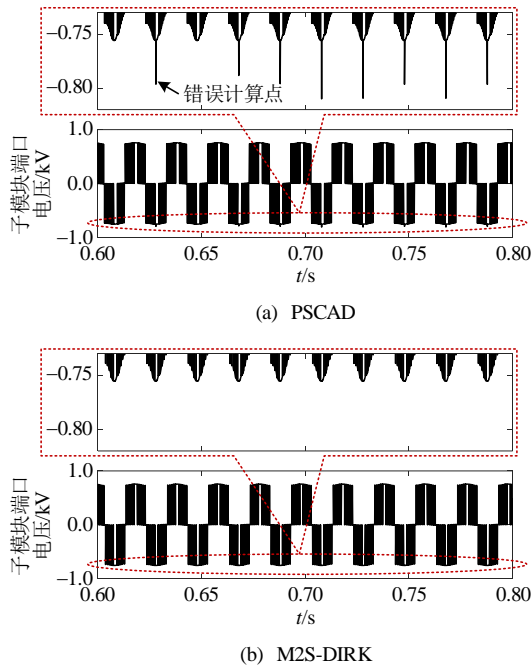


图 16 子模块端口电压仿真波形

Fig. 16 Simulation waveforms of submodule port voltage

产生上述结果的主要原因是: PSCAD 使用的插值回退策略难以准确处理多重开关和同步开关问题。相比之下, M2S-DIRK 没有采用插值回退策略,而是通过插值寻找间断点时刻,在间断点处添加计算点,改变步长重新积分。这种策略的优点在于: 1) 用后退欧拉法重新积分比插值回退精度高; 2) 面对非线性元件时有严格的数学方法来处理,即在每个计算点迭代求解非线性代数方程组(由伴随模型组成的非线性电阻电路,一般采用分段线性型牛顿-拉夫逊法^[18],或收敛性更强的 Katzenelson 法^[20]求解)。这个非线性代数方程组的收敛解就是所有的同步开关问题的正确解,因此,比插值回退更加稳定。

在 10kV 母线并联不同数量的 SVG 详细模型来测试算法效率。表 3 给出了效率对比结果。XTAP 无插值和变步长策略,因此,表中还分别列出了 M2S-DIRK 在固定步长和变步长下的结果以作对比。所提算法仿真耗时显著低于 PSCAD。固定步

长下耗时与 XTAP 基本在同一水平,因为二者的计算量基本相同,一步内均包含 2 次后退欧拉法。所提算法变步长策略下,由于 LU 分解次数的增加导致计算时间有所增长,但在相同精度要求下,固定步长算法需要全程采用更小的步长,因此变步长策略总体上会提供更大的速度优势和灵活性。

表 3 不同算法效率比较

Table 3 Comparison of algorithm efficiency

SVG/台	仿真耗时/s			
	PSCAD	XTAP	M2S-DIRK(固定步长)	M2S-DIRK(变步长)
1	244	39	48	72
2	1701	152	176	297
4	9797	394	410	1094
8	108408	1268	1026	2453
16	约 915000	4215	2539	6160

图 17 显示了 M2S-DIRK 在 0~1s 内每个计算点时刻非线性代数方程组的迭代次数,在不同开关规模下,均在 2~4 次迭代内就成功收敛,且没有出现任何不收敛的计算点。而 PSCAD 经常因达到最大插值次数而无法收敛(来自 PSCAD 运行警告)。

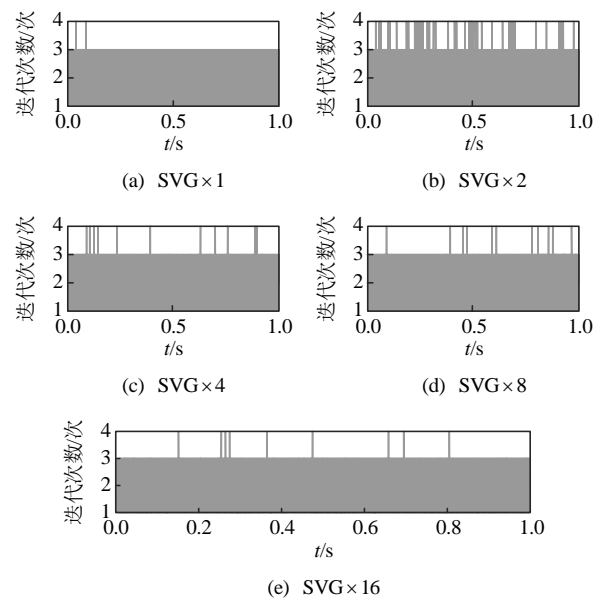


图 17 M2S-DIRK 非线性代数方程组迭代次数

Fig. 17 The number of iterations for nonlinear algebraic equations using M2S-DIRK

以上结果表明,处理大量开关事件时, PSCAD 插值回退策略表面上虽然比改变步长重新积分的方式更快,但面对非线性方程组时求解手段缺乏严格数学方法来保证。这使得该策略经常会出现错误计算点^[17,21]或插值次数达到上限但仍未找到收敛解的情况,最终导致正确性无法保证,并且总体效

率低下。相反,所提出的算法严格按照非线性代数方程组数值求解的理论进行设计,计算准确稳定,总体上可以更高效地处理大量开关事件。

4.4 与其他方法的比较

综合本文仿真结果和参考文献,总结 M2S-DIRK 相对其他方法的区别,具体见表 4。总体而言,所提算法具备 L-稳定特性,无需担心数值振荡,无需检测变量突变。其可变步长策略在频繁开关的系统中显著提升仿真效率。此外,算法易于集成伴随模型,兼容 Dommel 类仿真程序,能与现有的梯形法仿真程序兼容共存,互为补充。这使得 M2S-DIRK 具备良好的扩展性,适用于大规模电磁暂态仿真开发。实际应用中,可根据不同子网络的特性灵活选择数值积分方法,提高仿真程序的适应性和效率。

表 4 所提算法与其他算法比较

Table 4 Comparison between proposed algorithm and other algorithms

算法	计算结果
TR	持续的数值振荡 ^[5]
TR-CDA	衰减的数值振荡。不保证完全无数值振荡 ^[11]
TR-过零点插值	不保证完全无数值振荡。处理大量事件时收敛性差,有错误计算点 ^[21]
BDF2	
TR-BDF2	无数值振荡。但因为是 2 级方法,存在数值尖峰 ^[15-16]
2S-DIRK	
2S-DIRK-特性补偿	无数值振荡。无数值尖峰,但改变了元件非线性特性 ^[15] 。没有插值和变步长方案
所提算法	无数值振荡。无数值尖峰,简便且不改变元件非线性特性。步长可变,处理开关事件准确灵活

由于其高稳定的特性,在处理某些具有小正实部特征值的系统时,可能会产生稳定衰减响应的误差,即“过度稳定”现象,这种情况在所有 L-稳定方法中普遍存在。因此,建议仿真程序中提供梯形法作为备用,以便使用者在数值振荡、开关事件误差和逼真反映物理稳定性之间做出适当选择。尽管如此,在绝大多数刚性混杂系统下,该问题对求解结果准确性影响微小。

5 结论

本文分析了 2S-DIRK 的数值积分过程,阐述了 2S-DIRK 在求解非线性电路时存在的局限性,包括数值尖峰和难以处理开关事件的问题。针对上述问题,提出了 M2S-DIRK 数值积分方法并将其应用于电磁暂态仿真,最后通过仿真算例进行了验证。

仿真结果表明,所提出的 M2S-DIRK 继承了 2S-DIRK 的 L-稳定特性,从本质上解决了数值振荡问题。同时,可以有效避免 2S-DIRK 这类 2 级方法中存在的数值尖峰问题,且不会像特性补偿法那样改变元件的非线性特性。此外,本文为 M2S-DIRK 设计了可变步长计算方案,使其能够灵活且准确的处理计算区间内任意时刻出现的离散开关事件。与其他算法对比, M2S-DIRK 是比梯形法加过零点插值, CDA 等算法更加简便,且具有更高的数值稳定性的方法。对于包含电力电子设备的电力系统电磁暂态仿真, M2S-DIRK 是一种实用的算法。

参考文献

- [1] 连攀杰,刘文焯,孙华东,等. 大规模新能源经柔直联网电磁暂态仿真系统的高效初始化方法[J]. 中国电机工程学报, 2025, 45(10): 3775-3788.
LIAN Panjie, LIU Wenzhuo, SUN Huadong, et al. Efficient initialization method for electromagnetic transient simulation system of large-scale new energy connected to the power grid through VSC-HVDC[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(10): 3775-3788(in Chinese).
- [2] 吴盼,徐晋,汪可友,等. 适用于高频电力电子电路的分数步长电磁暂态仿真方法[J]. 中国电机工程学报, 2025, 45(12): 4811-4822.
WU Pan, XU Jin, WANG Keyou, et al. The fractional time-step electromagnetic transient simulation method suitable for high-frequency power electronic circuits[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(12): 4811-4822 (in Chinese).
- [3] ASCHER U M, PETZOLD L R. Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations[M]. Philadelphia: SIAM, 1998: 105-107.
- [4] TANT J, DRIESEN J. On the numerical accuracy of electromagnetic transient simulation with power electronics[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2018, 33(5): 2492-2501.
- [5] MARTI J R, LIN J. Suppression of numerical oscillations in the EMTP power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1989, 4(2): 739-747.
- [6] 姬煜轲,许建中,徐延明,等. 无插值仿真平台中抑制数值振荡的阻尼电路设计方法[J]. 电力自动化设备, 2016, 36(7): 143-149.
JI Yuke, XU Jianzhong, XU Yanming, et al. Design of damping circuit for depressing numerical oscillation in interpolation-free simulation environment[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(7): 143-149(in Chinese).

- [7] LIN Jiming, MARTI J R. Implementation of the CDA procedure in the EMTP[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1990, 5(2): 394-402.
- [8] 刘文焯, 汤涌, 侯俊贤, 等. 考虑任意重事件发生的多步变步长电磁暂态仿真算法[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(34): 9-15.
LIU Wenzhuo, TANG Yong, HOU Junxian, et al. Simulation algorithm for multi variable-step electromagnetic transient considering multiple events[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(34): 9-15(in Chinese).
- [9] KUFFEL P, KENT K, IRWIN G. The implementation and effectiveness of linear interpolation within digital simulation[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 1997, 19(4): 221-227.
- [10] 汪芳宗, 朱萌瑶, 鄢皓文, 等. 基于 L-稳定的显式积分法的电磁暂态仿真计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(17): 10-17.
WANG Fangzong, ZHU Mengyao, YAN Haowen, et al. Explicit integration method based on L-stable for electromagnetic transient simulation[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(17): 10-17(in Chinese).
- [11] NODA T, TAKENAKA K, INOUE T. Numerical integration by the 2-stage diagonally implicit Runge-Kutta method for electromagnetic transient simulations[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2009, 24(1): 390-399.
- [12] NODA T, KIKUMA T, YONEZAWA R. Supplementary techniques for 2S-DIRK-based EMT simulations[J]. Electric Power Systems Research, 2014, 115: 87-93.
- [13] 刘伟成, 赵争鸣, 许涵, 等. 基于数值积分代换的电力电子与电力系统电磁暂态联合仿真接口[J]. 中国电机工程学报, 2025, 45(11): 4394-4405.
LIU Weicheng, ZHAO Zhengming, XU Han, et al. Numerical integration substitution based power electronic and power system electromagnetic transient co-simulation interface[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(11): 4394-4405(in Chinese).
- [14] HOSEA M E, SHAMPINE L F. Analysis and implementation of TR-BDF2[J]. Applied Numerical Mathematics, 1996, 20(1-2): 21-37.
- [15] KIKUMA T, NODA T, TAKENAKA K, et al. Development of an electromagnetic transient analysis program for power systems (Part 6): performance improvements for nonlinear circuits[R]. Tokyo: Central Research Institute of Electric Power Industry, 2013(in Japanese).
- [16] TANAKA Y, BABAY. Study of a numerical integration method using the compact scheme for electromagnetic transient simulations[J]. Electric Power Systems Research, 2023, 223: 109666.
- [17] 舒德兀, 张春朋, 姜齐荣, 等. 电力电子仿真中开关时刻自校正插值算法[J]. 电网技术, 2016, 40(5): 1455-1461.
SHU Dewu, ZHANG Chunpeng, JIANG Qirong, et al. A switching point self-correction interpolation algorithm for power electronic simulations[J]. Power System Technology, 2016, 40(5): 1455-1461(in Chinese).
- [18] CHUA L. Efficient computer algorithms for piecewise-linear analysis of resistive nonlinear networks[J]. IEEE Transactions on Circuit Theory, 1971, 18(1): 73-85.
- [19] 雨谷昭弘. 电力系统暂态与动态过程数值分析[M]. 贡志皓, 译. 北京: 机械工业出版社, 2018: 145-176.
AKIHIRO A. Numerical analysis of power system transients and dynamics[M]. YUAN Zhihao, trans. Beijing: China Machine Press, 2018: 145-176(in Chinese).
- [20] KATZENELSON J. An algorithm for solving nonlinear resistor networks[J]. Bell System Technical Journal, 1965, 44(8): 1605-1620.
- [21] NA J, KIM H, ZHAO H, et al. An improved high-accuracy interpolation method for switching devices in EMT simulation programs[J]. Electric Power Systems Research, 2023, 223: 109630.

附录 A 2S-DIRK 非线性元件计算情况

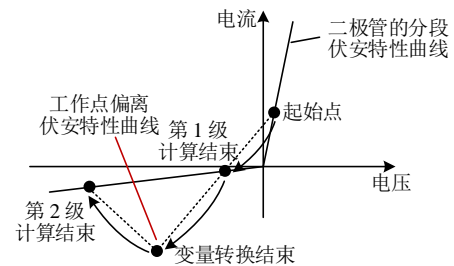


图 A1 计算情况一: 二极管在第 1 级计算阶段关断
Fig. A1 Calculation scenario 1: the diode turns off at the first stage

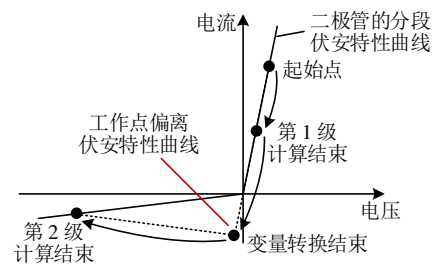


图 A2 计算情况二: 二极管在变量转换阶段关断
Fig. A2 Calculation scenario 2: the diode turns off at the variable conversion stage

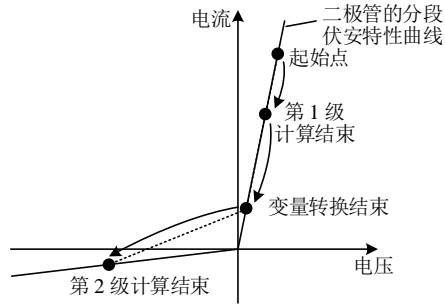


图 A3 计算情况三：二极管在第 2 级计算阶段关断
 Fig. A3 Calculation scenario 3: the diode turns off at the second stage

附录 B M2S-DIRK 非线性电感和电容计算公式

非线性电感的伴随电路电导和电流源公式：

$$\begin{cases} \phi(i) = li + \phi_0 \\ \text{第 1 级: } G = \frac{h_1}{l_{n+\alpha\gamma}}, J = \frac{\phi_n - \phi_{0,n+\alpha\gamma}}{l_{n+\alpha\gamma}} \\ \text{第 2 级: } G = \frac{h_2}{l_{n+1}}, J = \frac{\phi_{n+\alpha\gamma} + k(\phi_{n+\alpha\gamma} - \phi_n) - \phi_{0,n+1}}{l_{n+1}} \end{cases} \quad (\text{B1})$$

非线性电容的伴随电路电导和电流源公式：

$$\begin{cases} q(u) = cu + q_0 \\ \text{第 1 级: } G = \frac{c_{n+\alpha\gamma}}{h_1}, J = -\frac{q_n - q_{0,n+\alpha\gamma}}{h_1} \\ \text{第 2 级: } G = \frac{c_{n+1}}{h_2}, J = -\frac{q_{n+\alpha\gamma} + k(q_{n+\alpha\gamma} - q_n) - q_{0,n+1}}{h_2} \end{cases} \quad (\text{B2})$$

附录 C 传输线传播阶跃信号仿真结果

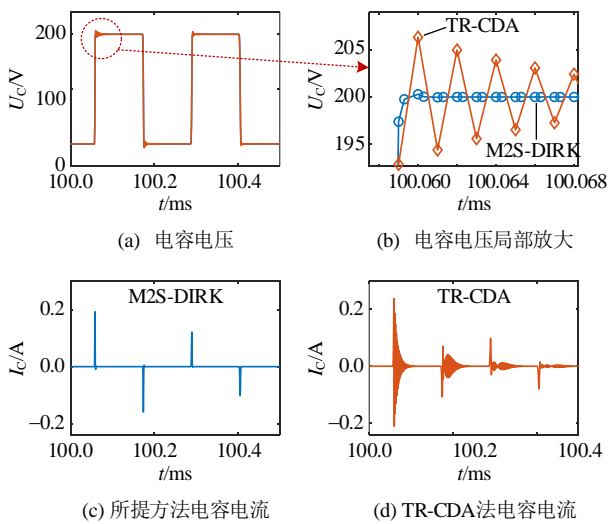


图 C1 传输线传播阶跃信号仿真结果

Fig. C1 Simulation results of step signal propagation in transmission line

附录 D 链式 SVG 测试电路及参数

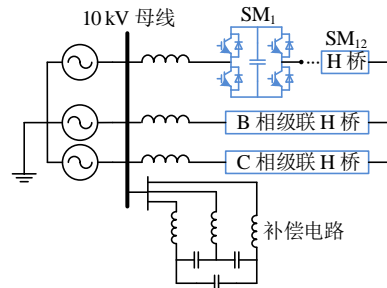


图 D1 SVG 测试电路
 Fig. D1 SVG test circuit

表 D1 SVG 参数

Table D1 Parameters of the SVG

参数	数值	参数	数值
单桥臂子模块数	12	补偿电容/ μF	56.984 1
H 桥电容/ mF	7.2	直流参考电压/ kV	9
桥臂电感/ mH	2.27	并网点电压等级/ kV	10
三角载波频率/ kHz	1	开关导通电阻/ $\text{m}\Omega$	10
补偿电感/ mH	0.080	开关关断电阻/ $\text{M}\Omega$	1



庞博涵

在线出版日期：2025-09-04。

收稿日期：2024-10-30。

作者简介：

庞博涵(1997)，男，博士研究生，研究方向为电磁暂态建模与仿真，pang_bohan@163.com；

刘文焯(1972)，男，硕士，高级工程师，研究方向为电力系统仿真与分析技术、软件开发等，liuwzh@epri.ac.cn；

汤涌(1959)，男，博士，教授级高级工程师，博士生导师，研究方向为电力系统仿真与分析技术等。

(编辑 刘雪莹)