

谐振 DC-DC 变换器的忆阻电路动态模型

陆益民¹, 尹志红¹, 张波²

(1. 广西大学 电气工程学院, 广西 南宁 530004; 2. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510641)

摘要:含桥式整流滤波电路的谐振 DC-DC 变换器可视为一类忆阻电路。然而, 现有模型常忽略电路变量的谐波分量且将整流滤波电路等效为电阻, 故难以准确描述混合调制谐振 DC-DC 变换器的瞬态、稳态响应与忆阻特性, 给混合控制策略的设计和动力学分析带来困难。为此, 提出一种基于 S 型函数的谐振 DC-DC 变换器忆阻电路动态模型。首先用 S 型函数对开关信号进行光滑化处理, 建立可统一描述不同调制方式下开关网络的准确模型; 接着, 用受控源二端口网络等效表示整流桥, 推导出整流滤波电路的忆阻器模型。最后, 以串联谐振 DC-DC 变换器为例, 建立其忆阻电路动态模型并进行仿真和实验验证。结果表明: 相比其他模型, 所提模型能更准确地描述混合调制谐振 DC-DC 变换器的动静态特性, 为应用连续系统理论进行分析和控制奠定基础。

关键词:谐振 DC-DC 变换器; 整流滤波电路; 混合调制; 忆阻电路; 建模; 光滑化方法

DOI:10.15938/j.emc.2025.12.010

中图分类号: TM46

文献标志码: A

文章编号: 1007-449X(2025)12-0111-12

Memristive circuit dynamic model of resonant DC-DC converters

LU Yimin¹, YIN Zhihong¹, ZHANG Bo²

(1. School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China;

2. School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: Resonant DC-DC converters with bridge rectifier filter circuits are regarded as a type of memristive circuit. However, existing models often neglect the harmonic components of circuit variables and equivalently treat the rectifier-filter circuit as a resistor. Therefore, it is difficult to accurately describe the transient and steady-state responses and memristive characteristics of the hybrid modulation resonant DC-DC converter, which poses challenges for the design of hybrid control strategies and the analysis of its dynamic behavior. Therefore, a memristive circuit dynamic model was proposed based on sigmoid functions for resonant DC-DC converters. Firstly, sigmoid functions were used to smooth the switching signals and establish an accurate model that can uniformly describe the switching networks under different modulation methods. Then, the rectifier bridge was represented equivalently by a controlled-source two-port network, and the memristor model of the rectifier filter circuit was derived. Finally, taking a series resonant DC-DC converter as an example, a memristive circuit dynamic model was established, and simulation and experimental verification were carried out. The results indicate that, compared to other models, the proposed model can describe the dynamic and static characteristics of the resonant DC-DC converter under hybrid modulation more accurately, laying the foundation for the application of continuous system theory to analyze and control.

收稿日期: 2024-10-21

基金项目: 国家自然科学基金(52167021); 广西研究生教育创新计划资助项目(YCBZ2023044)

作者简介: 陆益民(1970—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力电子系统建模、分析与控制;

尹志红(1996—), 男, 博士研究生, 研究方向为电力电子变换器建模、分析与控制;

张波(1962—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力电子系统建模、分析与控制。

通信作者: 陆益民

Keywords: resonant DC-DC converter; rectification and filtering circuit; hybrid modulation; memristive circuits; modeling; smoothing methods

0 引言

谐振 DC-DC 变换器具有高效率、高功率密度、高增益和开关损耗低等诸多优势^[1-3],已广泛应用于新能源发电系统^[4-6]、新能源汽车^[7]和无线电能传输系统^[8]等众多领域。

建模是对电力电子变换器进行分析和设计的基础。由于包含开关器件,电力电子变换器属于分段光滑的连续时间系统。为便于分析和设计,常采用光滑化方法建立系统的连续时间模型。谐振 DC-DC 变换器常用的光滑化建模方法是基波近似法(fundamental harmonic approximation, FHA)^[9]、扩展描述函数法(extended description function, EDF)^[10]和广义状态空间平均法(generalized state space averaging, GSSA)^[11-12]。FHA 法通过建立线性电路模型来简化分析,只考虑电压电流的基波分量,存在较大误差。EDF 和 GSSA 法均将电路状态变量展开为傅里叶级数,通过谐波平衡法建立模型。然而,在建模时即便只考虑基波的系数平衡,一个 n 阶的电路系统,其 EDF 和 GSSA 模型的阶数也达到了 $2n-1$ 阶。所考虑的谐波分量次数愈多,模型愈准确,但往往因阶数过高而难以求解,实际应用较少。

谐振 DC-DC 变换器的开关网络包括逆变桥和整流桥。逆变桥输出电压的调节有定频控制和变频控制两种策略。在变频控制下,逆变桥采用脉冲频率调制(pulse-frequency modulation, PFM);在定频控制下,逆变桥采用脉冲宽度调制(pulse-width modulation, PWM)或移相调制(phase-shift modulation, PSM)。当谐振 DC-DC 变换器输入电压及负载变化范围宽时,这 3 种调制方式各有优点和不足^[13-14]。为发挥不同调制方式的优点,研究者们提出了两类不同的混合控制策略^[13-19]:多自由度控制^[13,15-17]和分阶段控制^[14,18-19]。多自由度控制是同时控制开关频率、占空比或移相角(同时结合使用 PFM、PWM 或 PSM),而分阶段控制则是根据运行条件切换控制开关频率、占空比或移相角(切换使用 PFM、PWM 或 PSM)。混合调制弥补了单一调制模式的不足,拓宽了变换器的运行范围。然而,由于缺乏可准确描述混合调制下谐振 DC-DC 变换器瞬态与稳态特性的数学模型,这些研究主要基于 FHA、EDF

和 GSSA 模型来设计系统参数和分析系统特性,这带来了一些不足之处。一方面,当变换器运行于谐波分量较多的定频控制时,基于基波模型设计参数存在一定误差,难以实现系统性能的最优。另一方面,这些模型不能将开关频率、占空比及初相位清楚地直接表示,不便于应用自动控制理论设计混合控制器,使得控制区域的划分及其切换条件只能根据经验直接给出,缺乏一定的理论设计依据。

另外,在应用 FHA、EDF 和 GSSA 法对谐振 DC-DC 变换器建模时,均将其整流滤波环节近似为电阻。然而现有研究表明桥式整流滤波电路属于扩展忆阻器^[20-22],因此谐振 DC-DC 变换器可视为一类包含忆阻器的忆阻电路。作为第 4 种基本电路元件,忆阻器具有独特的记忆和非线性特性,使得忆阻系统可能会表现出瞬态周期、瞬态混沌和多吸引子共存^[23-24]等多种非常规动力学现象。所以相对于其他变换器,谐振 DC-DC 变换器在工作时可能表现出更复杂的动力学行为。除了因参数变化产生各类分岔与混沌现象外,它还可能因忆阻特性存在多种与初始值相关的多稳定性现象^[25],影响其运行稳定性。然而,前述方法所建模型未能反映谐振 DC-DC 变换器的忆阻特性,导致其与忆阻特性相关的动力学行为还没有得到充分的揭示。

针对现有模型给谐振 DC-DC 变换器的控制与动力学分析带来的困难,本文将基于 S 型函数建立谐振 DC-DC 变换器的忆阻电路动态模型。S 型函数主要包括 Sigmoid 和双曲正切等函数。S 型函数连续可微且无穷阶可导,可用于描述开关器件的切换过程,使系统模型光滑化。文献[26]针对占空比为 0.5 的 PFM 及 PSM 谐振 DC-DC 变换器提出了基于 S 型函数的建模方法。所建模型准确反映了谐振变换器随时间变化的动态行为。文献[27]提出了 PWM 信号的 S 型函数表示法。本文进一步提出一种可统一描述任意占空比 PWM、PFM 及 PSM 信号的 S 型函数建模法,并推导整流滤波环节的等效忆阻器模型,以建立可准确描述谐振 DC-DC 变换器的瞬态和稳态特性的忆阻电路动态模型,旨在为研究系统的动力学行为和设计混合控制器奠定基础。

1 开关网络的 S 型函数模型

图 1 为谐振 DC-DC 变换器的典型结构,其中逆

变桥和整流桥是由功率开关器件组成的开关网络,故谐振 DC-DC 变换器是分段光滑的系统。

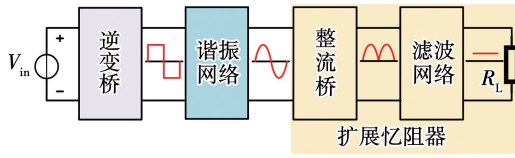


图 1 谐振 DC-DC 变换器

Fig.1 Resonant DC-DC converter

当开关状态发生变化时,开关网络的输入和输出关系可以由阶跃函数或符号函数表示。但这两种函数均是在原点不连续的奇异函数。包含奇异函数的系统难以利用连续系统理论进行稳定性分析或设计控制器。因此首先引入含大陡度因子的 S 型函数对开关网络的信号进行连续光滑化处理。

1.1 逆变桥的 S 型函数模型

含有陡度因子 a 的 Sigmoid 函数为

$$S(ax) = \frac{1}{1 + e^{-ax}}. \quad (1)$$

其定义域是整个实数空间,其值域是 $(0, 1)$ 。 a 取值越大, $S(ax)$ 就越接近单位阶跃函数 $H(x)$ 。当 a 足够大时,可认为 $S(ax) \approx H(x)$ 。带陡度因子的双曲正切函数与 Sigmoid 函数的关系为

$$\tanh(bx) = 2S(2bx) - 1. \quad (2)$$

式中 b 是陡度因子。 $\tanh(bx)$ 的值域是 $(-1, 1)$ 。 b 取值越大, $\tanh(bx)$ 就越接近符号函数 $\text{sgn}(x)$ 。当 b 足够大时,可认为 $\tanh(bx) \approx \text{sgn}(x)$ 。

逆变桥的输出通常为矩形波信号。对于如图 2 所示周期为 T 、幅值为 A_m 、占空比 $d=0.5$ 、关于直线 $y=A_m/2$ 对称的矩形波信号可用复合函数 $y=A_m H(x(t))$ 描述,式中 $x(t)=\sin(\omega t + \theta)$ 为内函数, θ 和 $\omega=2\pi/T$ 分别为信号 y 的初相位和角频率。信号 y 与其内函数 $x(t)$ 的角频率和初相位一致。

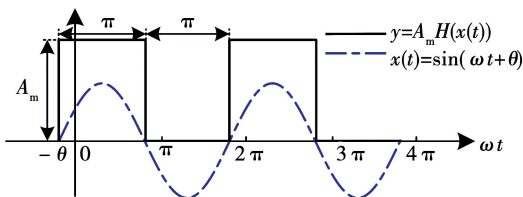


图 2 占空比为 0.5 的矩形波

Fig.2 Rectangular wave signal with duty cycle of 0.5

对于图 3 所示占空比为 d ($d \in [0, 1]$) 的矩形波信号,其角频率和初相位与其内函数也一致。通

过对 $x(t)$ 进行如下平移获得其内函数:先将 $x(t)$ 沿纵轴方向平移距离 h ,得到 $x_1(t) = \sin(\omega t + \theta) + h$,从而得到所需大小的占空比;再将 $x_1(t)$ 沿横轴方向平移 ϕ 得到 $x_2(t) = \sin(\omega t + \theta - \phi) + h$,从而正确描述矩形波信号的初相位。由图 3 中的几何关系,可以确定 h 和 ϕ 分别为:

$$h = -\sin\left(-\frac{2d\pi - \pi}{2}\right) = -\cos(d\pi); \quad (3)$$

$$\phi = \frac{\pi - 2(1-d)\pi}{2} = d\pi - \frac{\pi}{2}. \quad (4)$$

因此, $x_2(t) = \cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi)$ 。

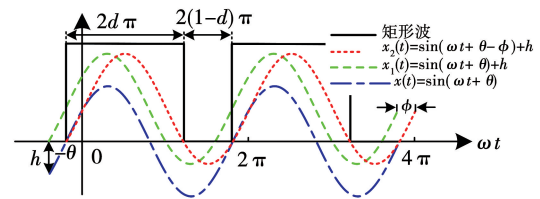


图 3 占空比为 d 的矩形波

Fig.3 Rectangular wave signal with duty cycle of d

将 x_2 作为单位阶跃函数 H 的内函数,可以得到初相位为 θ 、幅值为 A_m 、关于 $y=A_m/2$ 对称的任意占空比 d 矩形波的数学表达式

$$y = A_m H(x_2(t)) = A_m H(\cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi)). \quad (5)$$

用 Sigmoid 函数代替式(5)中的阶跃函数,可将矩形波信号转化为光滑连续时间信号

$$y \approx A_m S(ax_2(t)) = A_m S(a(\cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi))). \quad (6)$$

同理,幅值为 $A_m/2$ 、占空比为 d 、关于 $y=0$ 对称的矩形波信号可用双曲正切函数表示为

$$y \approx \frac{A_m}{2} \tanh(b(\cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi))). \quad (7)$$

图 4(a)、图 4(b) 所示分别为陡度因子取不同值, $d=0.6$ 时式(6)和式(7)所表示的曲线。可见陡度因子越大,曲线越接近矩形波。

对于占空比为 $d=0.5$ 的矩形波信号,式(6)简化为

$$y(t) \approx A_m S(asin(\omega t + \theta)). \quad (8)$$

式(7)简化为

$$y(t) \approx \frac{A_m}{2} \tanh(bsin(\omega t + \theta)). \quad (9)$$

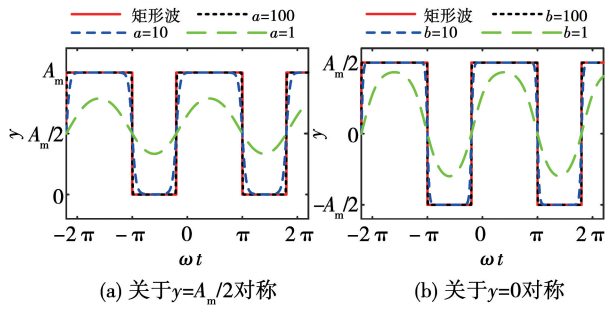


图4 陡度因子取不同值的S型函数曲线

Fig. 4 Sigmoid functions curves with different steepness factors

常用的单相逆变桥有不对称半桥、对称半桥和全桥结构,图5分别给出了这几种逆变桥的拓扑结构及其输出电压波形。对于图5(a)所示的不对称半桥逆变器,开关管 Q_1 与 Q_2 互补导通。假设 Q_1 的驱动信号占空比为 d ,输出电压 v_{ab} 可表示为

$$v_{ab} \approx V_{in} S(a(\cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi)))。 \quad (10)$$

对于图5(b)所示的对称半桥逆变器,其输入侧含分压电容 C_1 和 C_2 ,每个电容分得的电压为 $V_{in}/2$ 。假设 Q_1 的驱动信号占空比为 d , v_{ab} 可表示为

$$v_{ab} \approx \frac{V_{in}}{2} \tanh(b(\cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi)))。 \quad (11)$$

对于图5(c)所示的全桥逆变器,若两组对角开关管采用相同的控制信号, v_{ab} 为矩形波。假设 Q_1 和 Q_3 的驱动信号占空比为 d , v_{ab} 可表示为

$$v_{ab} \approx V_{in} \tanh(b(\cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi)))。 \quad (12)$$

全桥逆变器的 v_{ab} 还可通过移相调节。若 Q_2 、 Q_3 的驱动信号分别相对于开关管 Q_4 、 Q_1 的驱动信号前移 $\pi - \alpha$, v_{ab} 为正负脉冲宽度各为 α 的阶梯波,可表示为

$$v_{ab} \approx \frac{V_{in}}{2} [\tanh(b(\cos\varphi_1 - \cos(d\pi))) - \tanh(b(\cos\varphi_2 - \cos(d\pi)))]。 \quad (13)$$

式中: $\varphi_1 = \omega t + \theta - d\pi$, $\varphi_2 = \omega t + \theta - d\pi - \alpha$ 。式(13)包含了 v_{ab} 的频率、占空比、初相位和移相角信息,因而可统一描述PWM、PFM与PSM。即无论采用何种调制方式,上述逆变桥的输出电压均可用S型函数来表示。在实际应用中,陡度因子 a 和 b 可根据开关延迟时间和死区时间选取,以便更准确地描述逆变桥的输出电压。

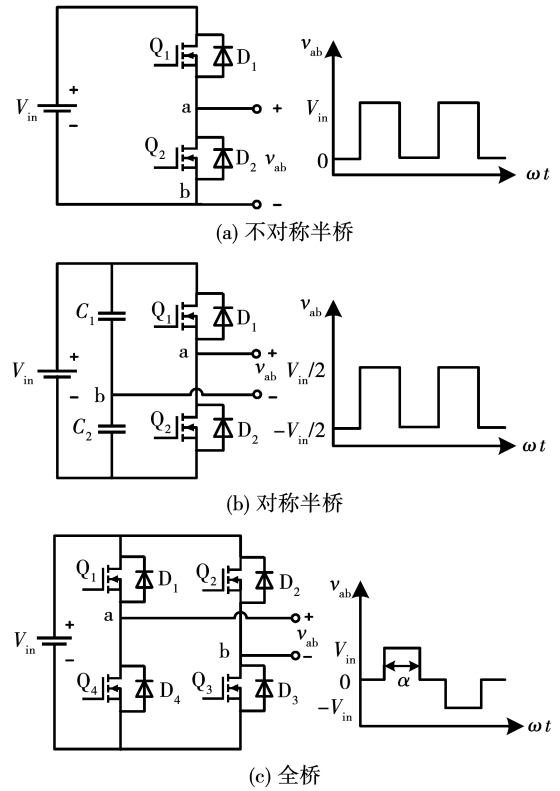


图5 电压型逆变桥及输出波形

Fig. 5 Voltage source inverters and output waveforms

1.2 整流桥的S型函数模型

在谐振DC-DC变换器中,常在谐振网络后接桥式整流滤波电路以获得直流输出。对于如图6所示的单相整流桥,根据二极管的通断状态,它有4种可能的模式。模式1: D_1 、 D_3 导通, D_2 、 D_4 截止;模式2: D_2 、 D_4 导通, D_1 、 D_3 截止;模式3: D_1 、 D_2 、 D_3 和 D_4 均截止;模式4: D_1 、 D_2 、 D_3 和 D_4 均导通。

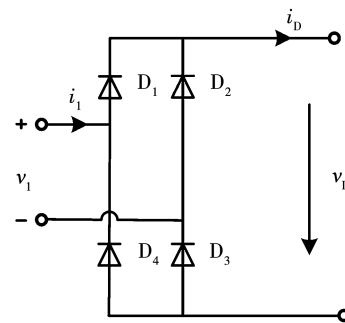


图6 单相整流桥

Fig. 6 Single-phase rectifier bridge

当运行于模式1时, $i_1 > 0$, $v_1 > 0$, $|v_1| > v_D$, $i_D > 0$ 。考虑二极管的正向导通电压 V_f ,则 $v_1 = v_D + 2V_f$, $i_D = i_1$ 。

当运行于模式2时: $i_1 < 0$, $v_1 < 0$, $|v_1| > v_D$, $i_D > 0$, $v_1 = -v_D - 2V_f$, $i_D = -i_1$ 。

当运行于模态 3 时, $i_1 = 0, |v_1| < v_D, i_D = 0$ 。 v_1 和 v_D 无关, 分别由输入端和输出端的外部回路决定, 不妨设 $v_1 = v_{ex1}, v_D = v_{ex2}$ 。

当运行于模态 4 时, $v_1 = 0, v_D = -2V_f$ 。 输入端被短接, i_1 和 i_D 无关, 分别由输入端和输出端短路时的外部支路决定, 不妨设 $i_1 = i_{ex1}, i_D = i_{ex2}$ 。

因此, 端口电压 v_1, v_D 和端口电流 i_1, i_D 的关系可统一描述为:

$$v_1 = (v_D + 2V_f) \operatorname{sgn} i_1 + (1 - \operatorname{sgn}^2 i_1) v_{ex1}; \quad (14)$$

$$i_1 = i_D \operatorname{sgn} v_1 + (1 - \operatorname{sgn}^2 v_1) i_{ex1}; \quad (15)$$

$$v_D = (|v_1| - 2V_f) \operatorname{sgn} i_D + (1 - \operatorname{sgn} i_D) v_{ex2} = \\ (v_1 \operatorname{sgn} v_1 - 2V_f) \operatorname{sgn} i_D + (1 - \operatorname{sgn} i_D) v_{ex2}; \quad (16)$$

$$i_D = |i_1| \operatorname{sgn}(v_D + 2V_f) + \\ [1 - \operatorname{sgn}(v_D + 2V_f)] i_{ex2} = \\ i_1 \operatorname{sgn} i_1 \operatorname{sgn}(v_D + 2V_f) + \\ [1 - \operatorname{sgn}(v_D + 2V_f)] i_{ex2}。 \quad (17)$$

用双曲正切函数替代 sgn 函数, 即对式 (14) ~ 式 (17) 进行光滑化处理, 并将整流桥等效表示为图 7 所示的受控源二端口网络。在图 7(a) 中, 整流桥的输入和输出端口分别被等效为受控电压源 (controlled voltage source, CVS) $v_1(t)$ 和受控电流源 (controlled current source, CCS) $i_D(t)$:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &\approx (v_D + 2V_f) \tanh(bi_1) + [1 - \tanh^2(bi_1)] v_{ex1}; \\ i_D &\approx i_1 \tanh(bi_1) \tanh(b(v_D + 2V_f)) + \\ &\quad [1 - \tanh(b(v_D + 2V_f))] i_{ex2}。 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

在图 7(b) 中, 整流桥的输入和输出端口分别被等效为 CCS $i_1(t)$ 和 CVS $v_D(t)$:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &\approx i_D \tanh(bv_1) + [1 - \tanh^2(bv_1)] i_{ex1}; \\ v_D &\approx [v_1 \tanh(bv_1) - 2V_f] \tanh(bi_D) + \\ &\quad [1 - \tanh(bi_D)] v_{ex2}。 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

受控源模型式 (18) 和式 (19) 统一描述了整流桥所有的工作模式, 是一个准确的瞬时值模型。

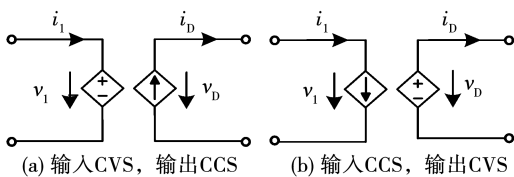


图 7 整流桥的受控源等效电路

Fig. 7 Controlled source equivalent circuit of rectifier bridge

2 整流滤波电路的忆阻器模型

FHA、EDF 和 GSSA 法将带电阻负载的桥式整流滤波电路等效为一个纯电阻, 无法反映其非线性特性。研究发现桥式整流滤波电路属于扩展忆阻器。文献[20-21]根据二极管的本构特性构建了桥式整流滤波电路的等效忆阻器模型, 但该模型包含依赖二极管型号的参数, 建模过程复杂。为简化模型, 本文基于 S 型函数建立桥式整流滤波电路的等效忆阻器模型。

忆阻器是描述磁通 φ 和电荷 q 之间关系的第 4 种基本无源电路元件, 其概念已被推广至更为一般的扩展忆阻器。流控型 (荷控型) 扩展忆阻器的表达式为^[28]:

$$\left. \begin{aligned} v &= R(\mathbf{x}, i) i; \\ \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= f(\mathbf{x}, i)。 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: R 为忆阻值; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$ 为 n 维状态变量。压控型 (磁控型) 扩展忆阻器的表达式为^[28]:

$$\left. \begin{aligned} i &= G(\mathbf{x}, v) v; \\ \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= g(\mathbf{x}, v)。 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中 G 为忆导值。扩展忆阻器满足限定条件: $R(\mathbf{x}, 0) \neq \infty$ 或 $G(\mathbf{x}, 0) \neq \infty$ 。

滤波环节的结构往往根据谐振网络的结构确定, 当谐振网络为串联结构时, 滤波环节仅采用电容 C 滤波, 如图 8(a) 所示; 当谐振网络为并联结构时, 滤波环节采用 LC 电路滤波, 如图 8(b) 所示。下面分别建立这两种类型的整流滤波电路的等效忆阻器模型。

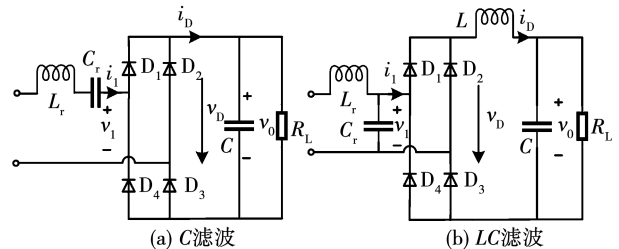


图 8 桥式整流滤波电路

Fig. 8 Bridge rectifier filter circuit

2.1 C 滤波桥式整流电路的忆阻器模型

对图 8(a) 所示 C 滤波桥式整流电路, 选择 i_1 和 v_D 为控制量, 受控源采用图 7(a) 的形式, 得到等效

电路如图9所示。由于不包含模态4,可忽略 i_{ex2} 项。对模态3进行近似,忽略 v_{ex1} 项。根据式(18),得到受控源表达式为:

$$v_1 \approx (v_D + 2V_f) \tanh(bi_1); \quad (22)$$

$$i_D \approx i_1 \tanh(bi_1)。 \quad (23)$$

式(23)包含了对模态1、2和3的端口电流关系统一描述。式(22)仅包含对模态1和2的端口电压描述,在模态3阶段,状态变量仍按原有方式演化。基于式(22)和式(23),根据KCL定律建立C滤波桥式整流电路的忆阻器模型:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= R_M(v_D, i_1) i_1; \\ \frac{dv_D}{dt} &= f(v_D, i_1) = \frac{i_1 \tanh(bi_1)}{C} - \frac{v_D}{R_L C} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中

$$R_M(v_D, i_1) = \frac{(v_D + 2V_f) \tanh(bi_1)}{i_1}。 \quad (25)$$

模型式(24)具有式(20)的形式,其中状态变量 $\mathbf{x} = v_D$ 。由于 $\lim_{i_1 \rightarrow 0} \tanh(bi_1) = 0$ 和 $\lim_{i_1 \rightarrow 0} i_1 = 0$,根据洛必达法则可以得到 $\lim_{i_1 \rightarrow 0} R_M(v_D, i_1) = b(v_D + 2V_f) \neq \infty$ 。因此C滤波桥式整流电路可视为一个流控型扩展忆阻器,其忆阻值为 R_M ,如图9所示。

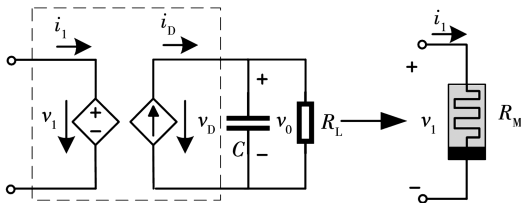


图9 C滤波桥式整流电路等效为流控型扩展忆阻器
Fig.9 C filter bridge rectifier circuit is equivalent to current-controlled extended memristor

为验证模型式(24)的准确性与忆阻特性,采用正弦激励信号 $i_1 = I_m \sin(2\pi ft)$ 作为整流桥的输入电流源。取 $C = 1\,000\,\mu\text{F}$, $R_L = 12\,\Omega$, $V_f = 0.4\,\text{V}$ 和 $b = 1\,000$ 进行仿真与实验,将仿真结果与Simulink电路模型的仿真结果进行对比。图10(a)给出了 $I_m = 60\,\text{mA}$, $f = 200, 500$ 和 $2\,000\,\text{Hz}$ 时的 $i_1 - v_1$ 仿真曲线,其中忆阻器模型的曲线用点线表示,Simulink电路模型的曲线用实线表示。可看出两种模型的仿真曲线高度一致,都是在原点收缩的紧磁滞回线,符合流控型忆阻器的特征。搭建硬件电路验证仿真结果的正确性,实验结果如图10(b)所示,与仿真结果基本一致。

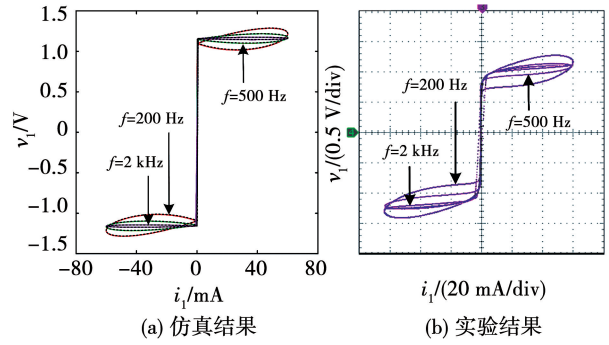


图10 不同频率下C滤波桥式整流电路的紧磁滞回线
Fig.10 Pinched hysteresis loops of C-filtering bridge rectifier circuit with different frequencies

2.2 LC滤波桥式整流电路的忆阻器模型

对图8(b)所示LC滤波桥式整流电路,选择 v_1 和 i_D 为控制量,受控源采用图7(b)的形式,得到等效电路如图11所示。对于模态4,由于电感电流不能突变,忽略 i_{ex1} 。根据式(19),得到受控源表达式:

$$i_1 \approx i_D \tanh(bv_1); \quad (26)$$

$$\begin{aligned} v_D \approx & [v_1 \tanh(bv_1) - 2V_f] \tanh(bi_D) + \\ & [1 - \tanh(bi_D)] v_{ex2}。 \end{aligned} \quad (27)$$

式(27)包含对4种模态端口电压关系的统一描述,且 $v_{ex2} = v_o$ 。式(26)包含对模态1、2和3端口电流的描述,对模态4进行了近似。基于式(26)和式(27),根据KVL和KCL定律建立LC滤波桥式整流电路的忆阻器模型:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= G_M(i_D, v_1) v_1; \\ \frac{di_D}{dt} &= \frac{[v_1 \tanh(bv_1) - 2V_f - v_o] \tanh(bi_D)}{L} + \frac{V_T}{L}; \\ \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_D}{C} - \frac{v_o}{R_L C} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中 $G_M(i_D, v_1) = [i_D \tanh(bv_1)]/v_1$ 。为描述二极管导通的电压条件加入了电压启动项 $V_T = [1 - \tanh(bi_D)][v_1 \tanh(bv_1) - 2V_f - v_{ex2}][1 + \tanh(b(v_1 \tanh(bv_1) - 2V_f - v_{ex2}))]/2$ 。当状态变量的初始值为0时,若式(28)不包括 V_T ,则其解恒为0。当 $|v_1| > 2V_f + v_{ex2}$ 且 $i_D = 0$ 时,整流桥臂变为导通, $V_T = |v_1| - 2V_f - v_{ex2}$ 是电感L两端电压;当 $|v_1| < 2V_f + v_{ex2}$ 或 $i_D > 0$, $V_T = 0$ 。

模型式(28)与式(21)形式一致,状态变量 $\mathbf{x} = [i_D, v_o]^T$ 。由于 $\lim_{v_1 \rightarrow 0} \tanh(bv_1) = 0$ 和 $\lim_{v_1 \rightarrow 0} v_1 = 0$,根据洛

必达法则可以得到 $\lim_{v_1 \rightarrow 0} G_M(i_D, v_1) = bi_D \neq \infty$ 。因此 LC 滤波桥式整流电路可视为一个压控型扩展忆阻器,其忆导值为 G_M ,如图 11 所示。

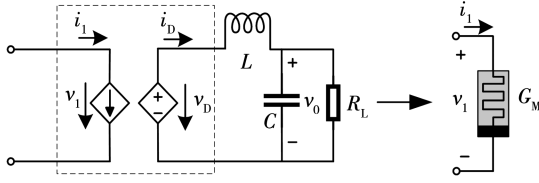


图 11 LC 滤波桥式整流电路等效为压控型扩展忆阻器

Fig. 11 LC filter bridge rectifier circuit is equivalent to voltage-controlled extended memristor

为验证模型式(28)的准确性与忆阻特性,采用正弦激励信号 $v_1 = V_m \sin(2\pi ft)$ 作为整流桥的输入电压源。选取电路参数为 $L = 4 \text{ mH}$, $C = 68 \text{ }\mu\text{F}$, $R_L = 12 \text{ }\Omega$, $V_f = 0.4 \text{ V}$ 和 $b = 1\ 000$ 进行仿真与实验。图 12(a)给出了 $V_m = 3.4 \text{ V}$, $f = 700$ 、 $1\ 000$ 和 $1\ 450 \text{ Hz}$ 时 $v_1 - i_1$ 曲线的仿真结果,其中忆阻器模型和 Simulink 电路模型的曲线分别用点线和实线表示。可见二者的仿真曲线相符,都是在原点收缩的紧磁滞回线,符合压控型忆阻器的特征。搭建硬件电路进行实验验证,结果如图 12(b)所示,与仿真结果基本一致。

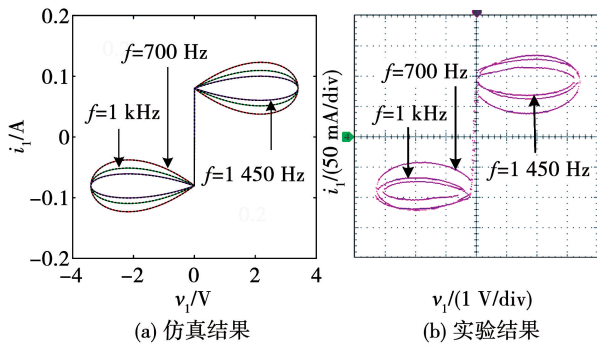


图 12 不同频率下 LC 滤波桥式整流电路的紧磁滞回线

Fig. 12 Pinched hysteresis loops of LC -filtering bridge rectifier circuit with different frequencies

3 串联谐振 DC-DC 变换器的忆阻电路动态模型

以采用 PFM + PWM 混合调制串联谐振 DC-DC 变换器(如图 13 所示)为例,用第 1、2 节所提出的方法建立其忆阻电路动态模型。图中 V_m 为直流侧输入电压,逆变环节采用单相全桥逆变电路。谐振

网络采用 L_r 、 C_r 串联结构,桥式整流电路后接电容 C 滤波, R_L 为电阻负载。

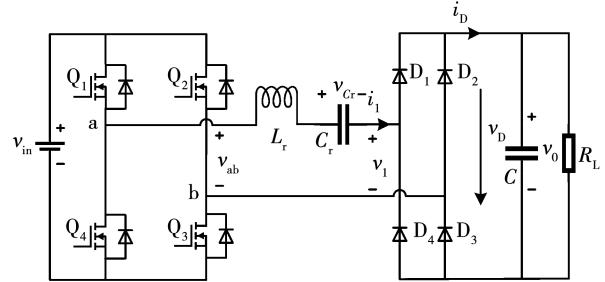


图 13 串联谐振 DC-DC 变换器拓扑结构

Fig. 13 Topological structure of series resonant DC-DC converter

假设对角开关管 Q_1 、 Q_3 的驱动信号占空比为 d ,当系统运行于 PFM 时,通常 $d = 0.5$ 。将逆变桥的输出电压 v_{ab} 用 S 型函数模型式(12)表示,整流滤波及负载部分用流控型忆阻器模型式(24)表示,得到串联谐振 DC-DC 变换器的等效忆阻电路如图 14 所示。其状态空间方程为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{1}{L_r}(-v_{Cr} - R_M i_1 + v_{ab}); \\ \frac{dv_{Cr}}{dt} &= \frac{1}{C_r} i_1; \\ \frac{dv_o}{dt} &= \frac{1}{C} i_1 \tanh(bi_1) - \frac{v_o}{R_L C} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中 $v_{ab} = V_m \tanh(b(\cos(\omega t + \theta - d\pi) - \cos(d\pi)))$, $\omega = 2\pi f$, $R_M = (v_D + 2V_f) \tanh(bi_1)/i_1$ 。模型式(29)中包含了开关频率 f 、占空比 d 、初相位 θ 和整流滤波电路的等效忆阻器 R_M 。模型阶数与电路阶数相等,均为 3。

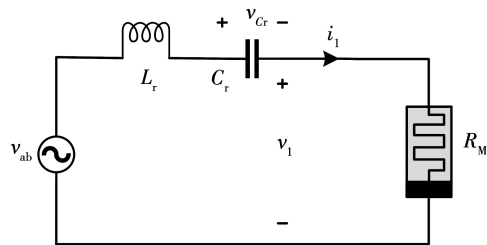


图 14 串联谐振 DC-DC 变换器的等效忆阻电路

Fig. 14 Equivalent memristive circuit diagram of series resonant DC-DC converter

3.1 仿真验证

为验证串联谐振 DC-DC 变换器忆阻电路动态模型式(29)的准确性及其忆阻特性,用 MATLAB 对

模型进行求解,并将计算结果与 Simulink 电路模型、FHA 模型和 EDF 模型的仿真结果进行对比。

根据 FHA 法的原理^[9],建立系统的 FHA 模型:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{-v_{Cr} - \frac{8R_L i_1}{\pi^2}}{L_r} + \frac{f_1(d, V_{in}) \sin(\omega t + \psi_1(d, V_{in}))}{L_r}; \\ \frac{dv_{Cr}}{dt} &= \frac{i_1}{C_r}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

式中的 $f_1(d, V_{in})$ 和 $\psi_1(d, V_{in})$ 分别表示将电压 v_{ab} 展开为傅里叶级数后基波分量的幅值和初相位,由占空比 d 和电压 V_{in} 决定,其表达式分别为:

$$f_1(d, V_{in}) = \frac{2}{\pi} V_{in} \sqrt{\varphi_4^2 + (1 - \varphi_5)^2}; \quad (31)$$

$$\psi_1(d, V_{in}) = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{2}{\pi} V_{in} \varphi_4}{\frac{2}{\pi} V_{in} - \frac{2}{\pi} V_{in} \varphi_5} \right). \quad (32)$$

式中: $\varphi_4 = \sin(2\pi d)$; $\varphi_5 = \cos(2\pi d)$ 。

根据 EDF 法的原理^[10],建立系统的 EDF 模型:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{1s}}{dt} &= \frac{1}{L_r} \left(f_1(d, V_{in}) - v_{Cr} - \frac{4i_{1s}v_o}{\pi \sqrt{\varphi_3}} \right) + \omega i_{1c}; \\ \frac{di_{1c}}{dt} &= \frac{1}{L_r} \left(-v_{Cr} - \frac{4i_{1c}v_o}{\pi \sqrt{\varphi_3}} \right) - \omega i_{1s}; \\ \frac{dv_{Cr}}{dt} &= \frac{i_{1s}}{C_r} + \omega v_{Cr}; \\ \frac{dv_{Cr}}{dt} &= \frac{i_{1c}}{C_r} - \omega v_{Cr}; \\ \frac{dv_o}{dt} &= \frac{1}{C} \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{\varphi_3} - \frac{v_o}{R_L} \right). \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式中: i_{1s} 和 i_{1c} 分别表示 i_1 的正弦和余弦分量; v_{Cr} 和 v_{Cr} 分别表示 v_{Cr} 的正弦和余弦分量; $\varphi_3 = i_{1s}^2 + i_{1c}^2$ 。FHA 模型式(30)和 EDF 模型式(33)不能将开关频率 f 、占空比 d 和初相位 $\psi_1(d, V_{in})$ 清楚地分开表示,其初相位与占空比相关。并且,两个模型均只包含基波分量,将整流桥交流侧等效为 $8R_L/\pi^2$ 的线性电阻。EDF 模型的阶数为 5,高于电路阶数。

系统参数设置如下: $V_{in} = 24$ V, $L_r = 0.2$ mH, $C_r = 0.02$ μ F, $C = 10$ μ F, $R_L = 20$ Ω , $V_r = 0.4$ V, $b = 1000$,谐振频率 f_r 约为 80 kHz。计算步长均为 10^{-8} s。分别对开关频率 f 与占空比 d 同时变化、开

关频率 f 与占空比 d 切换变化这两种 PFM + PWM 混合调制策略下忆阻电路动态模型的准确性进行了仿真验证,其结果分别见图 15 和图 16。为进行对比,图中也给出了 Simulink 电路模型、FHA 模型和 EDF 模型的仿真结果。在图 15 中,当 $t = 0.02$ s 时, f 由 80 kHz 变化至 60 kHz,同时 d 由 0.5 变化至 0.2。在图 16(a) 中,系统开始时运行于 PFM 模式, $f = 80$ kHz,占空比为 $d = 0.5$;在 $t = 0.02$ s 时 f 变化至 60 kHz 并切换至 PWM 模式;在 $t = 0.0204$ s 时 d 由 0.5 变化至 0.2。为进一步对比 f 与 d 切换变化时 4 种模型的仿真结果,图 16(b) 给出了在 $t = 0.02$ s 前后 f 发生变化、图 16(c) 给出了在 $t = 0.0204$ s 前后 d 发生变化时 v_{ab} 和 i_1 的波形。

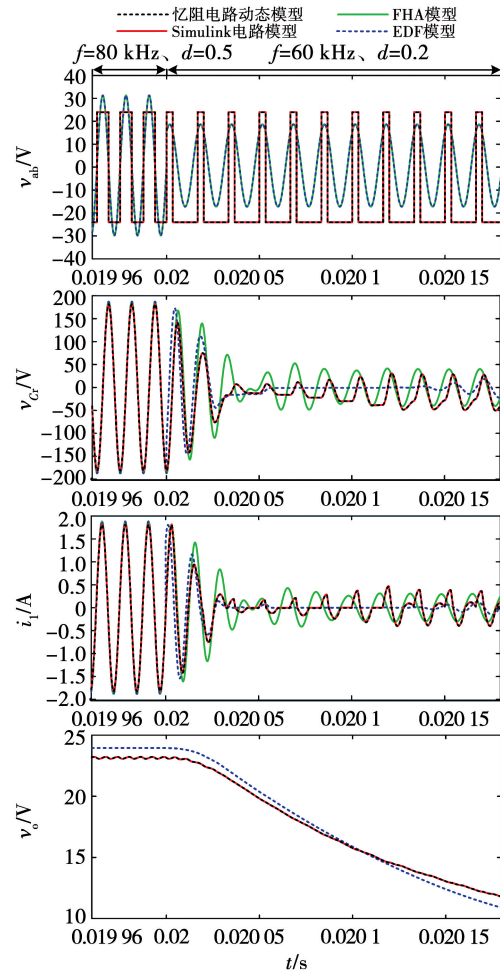
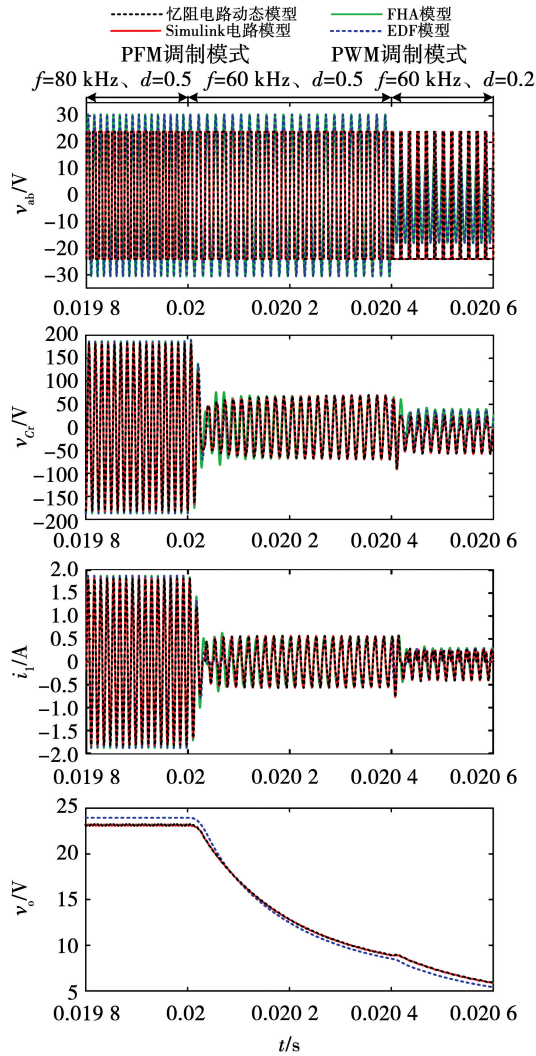


图 15 PFM + PWM 混合调制下 f 和 d 同时变化时 4 种模型的仿真结果

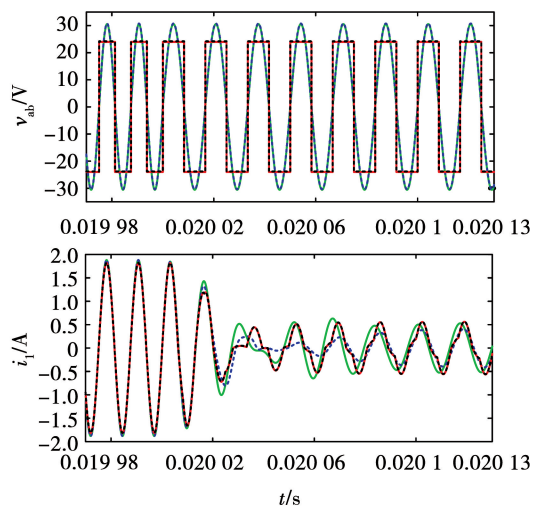
Fig. 15 Simulation results of four models under PFM + PWM hybrid modulation with f and d changing simultaneously

由图 15 ~ 图 16 可知,无论是 f 和 d 保持不变的

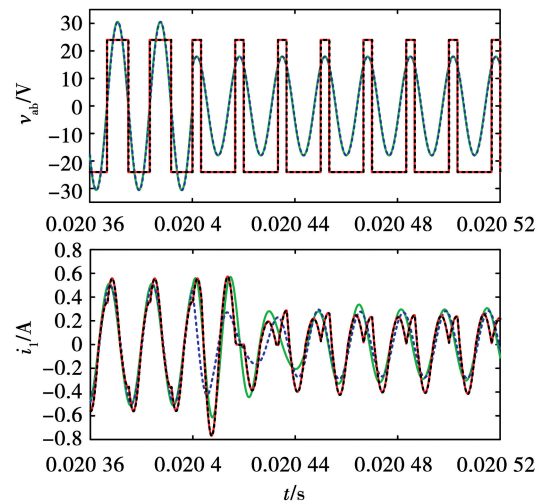
稳态,还是 f 和 d 发生变化后的瞬态过程,忆阻电路动态模型与 Simulink 电路模型的仿真结果均高度一致,而 FHA 模型、EDF 模型与 Simulink 电路模型的仿真结果均存在较大误差。



(a) f 和 d 切换变化



(b) f 变化 d 不变



(c) d 变化 f 不变

图 16 PFM + PWM 混合调制下 f 与 d 切换变化 4 种模型的仿真结果

Fig. 16 Simulation results of four models under PFM + PWM hybrid modulation with f and d changing alternately

以 Simulink 电路模型的仿真结果为基准,对图 16(a) 中系统稳态运行时,3 种模型在不同 f 、 d 下在一个开关周期内状态变量的均方根误差 (root mean square error, RMSE) 进行计算,结果见表 1。可见,在 3 种不同的 f 、 d 情形下忆阻电路动态模型的 RMSE 均很小,远小于 FHA 模型和 EDF 模型。另外,在 $d = 0.5$ 正负半周波形对称时 FHA 模型、EDF 模型与 Simulink 电路模型之间的误差较小,而在 $d = 0.2$ 时误差较大。

表 1 不同的 f 和 d 下稳态运行时,3 种模型的仿真结果与 Simulink 电路模型仿真结果之间的 RMSE

Table 1 RMSE between simulation results of three models and simulation results of Simulink circuit model during steady-state operation with different f and d

f 和 d	模型	v_{cr}/V	i_l/A	v_o/V
$f = 80 \text{ kHz}$ $d = 0.5$	所提模型	0.044	4.390×10^{-4}	7.620×10^{-5}
	FHA 模型	0.281	0.003	—
	EDF 模型	0.273	0.003	0.052
$f = 60 \text{ kHz}$ $d = 0.5$	所提模型	0.007	7.134×10^{-5}	0.002
	FHA 模型	0.245	0.004	—
	EDF 模型	0.245	0.004	0.018
$f = 60 \text{ kHz}$ $d = 0.2$	所提模型	0.010	1.150×10^{-4}	0.001
	FHA 模型	1.297	0.009	—
	EDF 模型	1.297	0.009	0.010

进一步观察图15中 v_{Cr} 、 i_1 与图16中 i_1 在 f 、 d 变化时的瞬态响应,可见FHA模型和EDF模型均存在较大误差。尤其是在 f 和 d 同时变化时,FHA模型、EDF模型的误差更大。

仿真结果表明,相比FHA和EDF模型,忆阻电路动态模型能更准确地描述PFM+PWM混合调制下谐振DC-DC变换器随时间变化的动态行为,包括瞬态响应与稳态响应。此外,忆阻电路动态模型能够独立表示开关频率 f 、占空比 d 和初相位 θ ,便于基于该模型应用非线性系统理论设计混合控制器。

进一步验证所提出的模型能否准确描述谐振DC-DC变换器的忆阻特性,图17给出了系统运行于PFM+PWM混合调制下4种模型的 i_1-v_1 曲线。可看出在不同的 f 和 d 条件下,忆阻电路动态模型与Simulink模型的仿真结果相符, i_1-v_1 曲线均为在原点收缩的紧磁滞回线。由于开关频率很高,紧磁滞回线的旁瓣面积很小,伏安特性曲线近乎为单值折线段。并且随着 f 或 d 的减小, i_1 、 v_1 的幅值也逐渐减小,呈现出流控型忆阻器特征。而FHA模型与EDF模型的 i_1-v_1 曲线均为经过原点的直线段,这是因为这两个模型均将整流桥交流侧近似为线性电阻,忽略了其忆阻特性。忆阻电路动态模型包含了整流滤波环节的忆阻特性,因此基于此模型除了可以研究常规的分岔、混沌等动力学行为外,还可研究与忆阻特性有关的多稳定动力学行为。

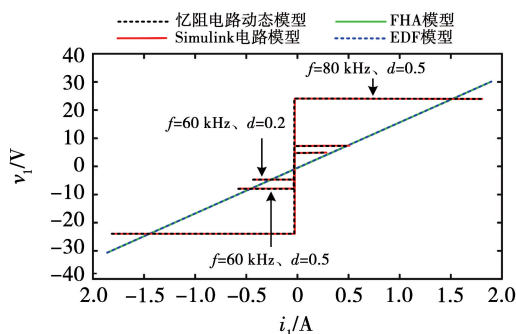


图17 不同 f 和 d 时4种模型的 i_1-v_1 曲线仿真结果

Fig. 17 Simulation results of i_1-v_1 curves for four models with different f and d

3.2 实验验证

为进一步验证串联谐振DC-DC变换器忆阻电路动态模型的准确性及其忆阻特性,搭建如图18所示的实验平台进行验证,实验参数与仿真参数一致,

系统运行在PFM+PWM混合调制下。

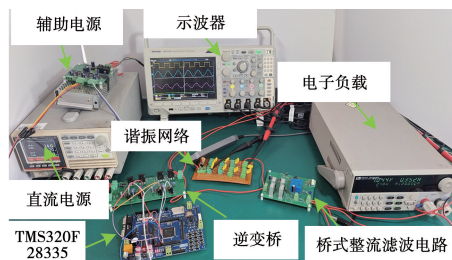


图18 PFM+PWM串联谐振DC-DC变换器实验平台

Fig. 18 Experimental platform for PFM+PWM series resonant DC-DC converter

图19和图20分别给出了 f 与 d 同时变化、 f 与 d 切换变化时的实验结果。由图19可以看出, f 由80 kHz变为60 kHz且同时 d 由0.5变为0.2前后系统的瞬态、稳态响应与图15所示的仿真结果一致。图20(a)、图20(b)分别给出了 $d=0.5$ 保持不变而 f 由80 kHz变为60 kHz前后、 $f=60$ kHz保持不变而 d 由0.5变为0.2前后系统的瞬态与稳态响应,与图16(b)、图16(c)所示的仿真结果一致。图21给出了 i_1-v_1 曲线的实验结果。可以看出在高开关频率下,不同 f 和 d 下的 i_1-v_1 曲线均收缩为折线段,与图17所示仿真结果一致。

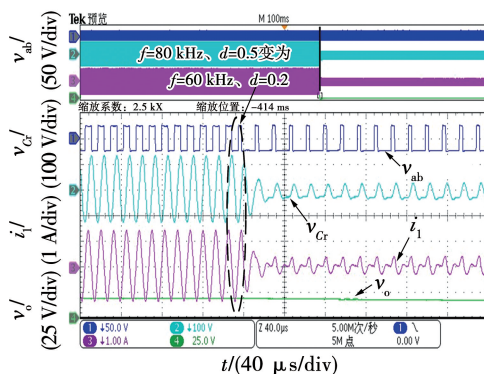


图19 PFM+PWM混合调制下 f 和 d 同时变化的实验结果

Fig. 19 Experimental results under PFM+PWM hybrid modulation with f and d changing simultaneously

实验结果表明,所建立的忆阻电路动态模型能统一准确描述PFM+PWM混合调制下谐振DC-DC变换器的动静态特性以及系统所包含的忆阻特性,与仿真结果相符。

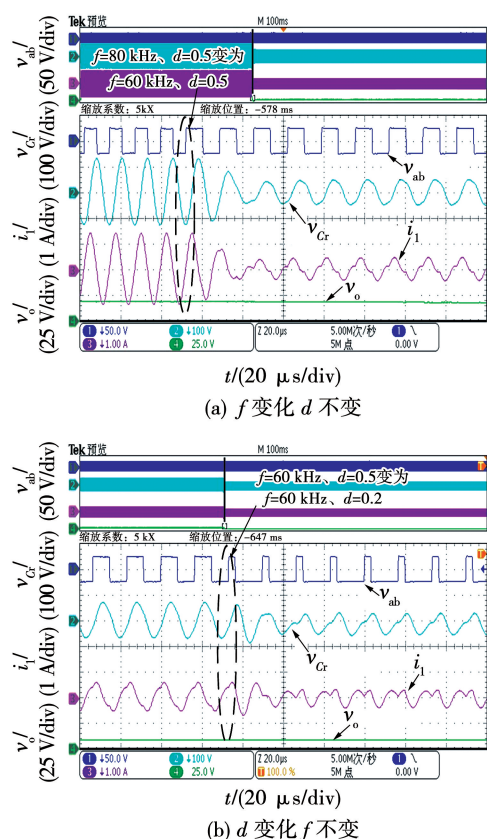


图 20 PFM + PWM 混合调制下 f 与 d 切换变化的实验结果

Fig. 20 Experimental results under PFM + PWM hybrid modulation with f and d changing alternately

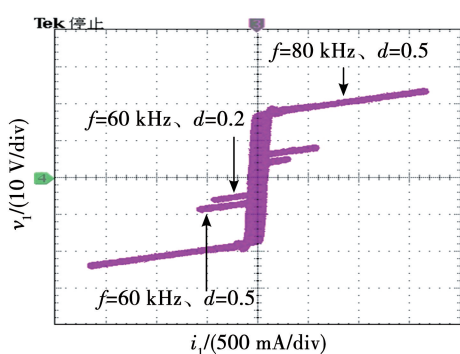


图 21 不同 f 和 d 时 $i_l - v_l$ 曲线实验结果

Fig. 21 Experimental results of $i_l - v_l$ curves with different f and d

4 结 论

基于 S 型函数建立了谐振 DC-DC 变换器忆阻电路动态模型,通过仿真与实验验证了模型的准确

性。所提出的模型具有如下特点:

1) 模型的准确度远高于 FHA、EDF 和 GSSA 模型,能统一地描述各种混合调制方式的谐振 DC-DC 变换器的瞬态与稳态响应。

2) 模型体现了谐振 DC-DC 变换器的忆阻特性,为研究系统与忆阻特性相关的多稳定性现象奠定了基础。

3) 模型的建模过程简单,物理意义清晰。模型中包含频率、占空比和初相位变量,这为以频率、占空比和相位作为控制变量,依据自动控制理论设计各种混合控制策略,实现对谐振 DC-DC 变换器输出的高性能调节奠定了基础。

参 考 文 献:

- [1] 鲁静,同向前,尹军,等. L-LLC 谐振型双向 DC-DC 变换器轻载优化控制策略研究[J]. 电工技术学报, 2022, 37(17): 4458.
LU Jing, TONG Xiangqian, YIN Jun, et al. The optimal control strategy for L-LLC bi-directional resonant DC-DC converter under light load [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(17): 4458.
- [2] 冯兴田,李紫岩,周广睿,等. 输入电压波动下变模式宽增益谐振变换器研究[J]. 电机与控制学报, 2024, 28(5): 130.
FENG Xingtian, LI Ziyang, ZHOU Guangrui, et al. Research on wide gain resonant converter with mode switching under input voltage variation [J]. Electric Machines and Control, 2024, 28(5): 130.
- [3] 何圣仲,陈宇航,代东雷,等. 一种 PWM 控制宽输出 LLC 变换器[J]. 电机与控制学报, 2022, 26(6): 62.
HE Shengzhong, CHEN Yuhang, DAI Donglei, et al. PWM controlled wide output LLC converter[J]. Electric Machines and Control, 2022, 26(6): 62.
- [4] 李福,邓红雷,张国驹,等. 一种中间电容谐振型级联双向 DC-DC 变换器[J]. 电工技术学报, 2022, 37(20): 5253.
LI Fu, DENG Honglei, ZHANG Guojun, et al. A cascaded bidirectional DC-DC converter with intermediate capacitor resonance [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(20): 5253.
- [5] KIM J W, PARK M H, HAN J K, et al. PWM resonant converter with asymmetric modulation for ZVS active voltage doubler rectifier and forced half resonance in PV application[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(1): 508.
- [6] CHENG Y T, WU H J, LIAO Y C, et al. An optimal frequency-modulated hybrid MPPT algorithm for the LLC resonant converter in PV power applications[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2022, 37(1): 944.
- [7] WU J Y, LI S N, TAN S C, et al. Fixed-frequency phase-shift

- modulated capacitor-clamped LLC resonant converter for EV charging[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2022, 37(11): 13730.
- [8] FENG J J, LI Q, LEE F C, et al. LCCL-LC resonant converter and its soft switching realization for omnidirectional wireless power transfer systems[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 36(4): 3828.
- [9] RATHORE A K, VAKACHARLA V R. A simple technique for fundamental harmonic approximation analysis in parallel and series-parallel resonant converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 67(11): 9963.
- [10] TAHAVORGAR A, QUAICOE J E. Stability and small-signal analyses of the dual series-resonant DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(2): 1420.
- [11] DAHL N J, AMMAR A M, KNOTT A, et al. An improved linear model for high-frequency class-DE resonant converter using the generalized averaging modeling technique[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2020, 8(3): 2156.
- [12] 宋胜利, 李卓强, 姚志, 等. 三相双有源桥式直流变换器建模与控制方法[J]. 电工技术学报, 2019, 34(S2): 573.
- SONG Shengli, LI Zhuoqiang, YAO Zhi, et al. Modeling and closed loop control of three phase double active bridge DC transformer[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(S2): 573.
- [13] 曹靖, 许建平, 陈一鸣, 等. PWM-PFM 混合控制 LCC 谐振变换器研究[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(12): 3629.
- CAO Jing, XU Jianping, CHEN Yiming, et al. Study of PWM-PFM hybrid controlled LCC resonant converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(12): 3629.
- [14] 李菊, 阮新波. 全桥 LLC 谐振变换器的混合式控制策略[J]. 电工技术学报, 2013, 28(4): 72.
- LI Ju, RUAN Xinbo. Hybrid control strategy of full bridge LLC converters[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, 28(4): 72.
- [15] URKIN T, PERETZ M M. PFM-PWM digital controller for miniaturized high-frequency isolated LLC converters integrated in advanced IoT devices[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2024, 39(1): 180.
- [16] SUN X F, SHEN Y F, LI W Y, et al. A PWM and PFM hybrid modulated three-port converter for standalone PV/battery power system[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2015, 3(4): 984.
- [17] RYU S H, KIM D H, KIM M J, et al. Adjustable frequency-duty-cycle hybrid control strategy for full-bridge series resonant converters in electric vehicle chargers[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(10): 5354.
- [18] PARK H P, JUNG J H. PWM and PFM hybrid control method for LLC resonant converters in high switching frequency operation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(1): 253.
- [19] TANG X X, XING Y, WU H F, et al. An improved LLC resonant converter with reconfigurable hybrid voltage multiplier and PWM-plus-PFM hybrid control for wide output range applications[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(1): 185.
- [20] CORINTO F, ASCOLI A. Memristive diode bridge with LCR filter[J]. Electronics Letters, 2012, 48(14): 824.
- [21] BAO B C, YU J J, HU F W, et al. Generalized memristor consisting of diode bridge with first order parallel RC filter[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2014, 24(11): 1450143.
- [22] LU Y M, DOU H P. Memristor equivalent model of an inductive wireless power transfer system based on the sigmoid function[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2024, 39(5): 6455.
- [23] BAO H, WANG N, BAO B C, et al. Initial condition-dependent dynamics and transient period in memristor-based hypogenetic jerk system with four line equilibria[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2018, 57: 264.
- [24] CHEN M, SUN M X, BAO H, et al. Flux-charge analysis of two-memristor-based Chua's circuit: dimensionality decreasing model for detecting extreme multistability[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 67(3): 2197.
- [25] LU Y M, WEI X F, HUANG X F, et al. Memristive characteristics and extreme multistability of LLC DC-DC resonant converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2024, 71(7): 7020.
- [26] LU Y M, HUANG X F, HUANG Y Z, et al. Sigmoid function model for a PFM power electronic converter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 35(4): 4233.
- [27] LU Y M, ZHONG S W. Sigmoid function model for a PWM DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2023, 38(12): 15327.
- [28] CHUA L. Everything you wish to know about memristors but are afraid to ask[J]. Radioengineering, 2015, 24(2): 319.

(编辑:朱美华)