

输电网强度大幅变化下的 主动配电网静态电压稳定约束

秦玉文¹, 段超^{1*}, 杨祺铭², 戴博伟¹, 周长城³, 杨铎炯³, 别朝红¹

(1. 西安交通大学电气工程学院, 陕西省 西安市 710049; 2. 国网上海市电力公司浦东供电公司, 上海市 浦东新区 200122; 3. 南方电网数字电网研究院股份有限公司, 广东省 广州市 510000)

Steady-state Voltage Stability Constraints for Active Distribution Network Under Large Variations in Transmission Grid Strength

QIN Yuwen¹, DUAN Chao^{1*}, YANG Qiming², DAI Bowei¹, ZHOU Changcheng³,
YANG Duotong³, BIE Zhaohong¹

(1. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi Province, China;
2. Pudong Power Supply Company of State Grid Shanghai Electric Power Co., Ltd., Pudong New Area, Shanghai 200122, China;
3. China Southern Power Grid Digital Grid Research Institute Co., Ltd., Guangzhou 510000, Guangdong Province, China)

ABSTRACT: Extreme events can trigger faults in the transmission grid, weakening its support for the active distribution network. This exacerbates the instability risk of intermittent renewable energy sources, various types of distributed resources, and diverse load equipment interfaced with power electronic converters in the network. Ensuring the system reaches a stable operational equilibrium point after a fault is essential for maintaining safe and reliable operation. To address this problem, this paper formulates a steady-state voltage stability measure and corresponding constraints based on Brouwer's fixed-point theorem, ensuring the strict existence of an operational equilibrium point upon connecting a device to the distribution network. Specifically, the study initiates by defining a network characteristic function based on the current balance form, fully capturing the dynamic interactions between the network-connected devices and the infeed device. After that, based on the Brouwer's fixed-point theorem, a sufficient condition is established through the network characteristic function to guarantee the existence of an equilibrium point within the steady-state voltage stability constraint. The proposed measure of distribution network strength is defined based on the sufficient condition, quantifying the voltage support capability and stability margins of the distribution network, respectively. When the distribution network strength at the infeed point exceeds 1, it is sufficient to ensure the

existence of an equilibrium point within the voltage operating range after connecting the device to the distribution network. Finally, the simulation results of IEEE 33-bus distribution network demonstrate that when the infeed points satisfy the proposed static voltage stability constraints, the system reaches an operational equilibrium in both single-infeed and multi-infeed scenarios. This validates the correctness and effectiveness of the proposed constraints.

KEY WORDS: active distribution network; steady-state voltage stability constraint; extreme events; distribution network strength; voltage support capacity; fixed-point theorem

摘要: 极端事件易引发输电网故障, 降低输电网对主动配电网电压支撑强度, 势必加剧配电网中通过电力电子变流器并网的间歇性新能源、多类型分布式资源和多元化负荷设备的失稳风险。保证故障后存在运行平衡点是维持系统安全稳定运行的必要条件, 为此, 该文基于 Brouwer 不动点定理提出一种严格刻画电力电子设备接入配电网时平衡点存在性的静态电压稳定指标及相应约束条件。首先, 基于元件稳态注入电流模型和网络方程定义任意一个或一组给定并网点的电网特性函数, 表征配电网与接入设备间的非线性交互影响; 然后, 引入 Brouwer 不动点定理建立系统在电压稳定边界内存在平衡点的充分条件, 进而据此定义配网强度指标量化系统电压支撑能力和静态电压稳定裕度。当馈入点配网强度大于 1 时, 可严格保证设备接入配电网后在电压稳定运行边界内存在平衡点; 最后, IEEE 33 节点配电网的算例分析结果表明, 当馈入点满足所提出的静态电压稳定约束时, 单

馈入和多馈入场景下系统均存在运行平衡点,验证该文所提静态电压稳定约束的正确性和有效性。

关键词: 主动配电网; 静态电压稳定约束; 极端事件; 配网强度; 电压支撑能力; 不动点定理

0 引言

近年来,严重自然灾害和人为恶意攻击等极端事件给新型电力系统安全稳定运行带来严峻挑战。极端事件通常会使高电压等级输电网出现严重故障且难以短时间恢复,引起系统传送功率和电压频率大幅波动,极大地降低输电网对配电网公共耦合点(point of common coupling, PCC)的支撑能力^[1-4]。同时,输电网的故障类型、故障位置和拓扑结构等因素均会影响配电网 PCC 点强度,因此,研究配电网馈入点电压支撑能力时,有必要充分计及输电网强度影响。

随着风电、光伏、储能和电动汽车等各种分布式资源大规模接入配电网,主动配电网已成为一个设备类型差异化、控制特性多样化和交互影响紧密化的高维非线性复杂系统^[5-7]。以电力电子为并网接口的设备一般采用锁相环实现电网电压相位跟踪,其正常工作需要电网提供足够的电压支撑。然而,极端事件下输电网对配电网支撑能力大幅下降,配电网中并网节点电压缺乏足够的电压支撑,将导致电力电子设备因失去运行平衡点而锁相失败,进而引发设备振荡失稳^[8-11]。电力系统运行平衡点的存在性问题传统上被称为静态电压稳定问题。为保证输电网强度大幅变化情况下设备接入主动配电网存在可靠的运行平衡点,亟须建立多源复杂主动配电网强度指标及相应的静态电压稳定约束。

电网电压支撑强度(简称“电网强度”)是度量接入设备对电网影响强弱的概念之一^[12-13]。电网强度越大,系统在给定扰动下电压变化越小,因而为保证系统静态电压稳定性,电网强度必须满足一定约束。为此,国内外进行了大量研究并提出多种电网强度评价指标,根据技术路线可将其大致分为基于网络参数的指标和基于系统潮流特性的指标。基于网络参数的电网强度指标采用网络等值阻抗矩阵反映接入设备与网络的交互影响。文献[14-15]计及新能源无功出力、线路阻抗比和节点电压相角改进传统多馈入短路比(multi-infeed short circuit ratio, MISCR),建立适用于多新能源场景接入系统的电网强度指标,并将 2.0~2.5 作为指标临界值。

文献[16]根据单机无穷大系统静态传输极限定义网络-负载导纳比,并将其严格推广到配电网电压稳定性分析。文献[17]基于放射形配电网特殊结构解耦节点交互影响,进而利用阻抗模判据分析节点电压稳定性。文献[18]将无功补偿设备并入系统阻抗矩阵,同时考虑不同新能源设备间的交互影响,进一步完善阻抗模指标。但基于网络参数的评价指标简化了系统中复杂设备间的特性影响,考虑到配电网中大量电力电子设备与并网点电压非线性交互影响,因此,该类方法难免会带来馈入点电网强度量化误差。此外,该类指标临界值的获取依赖于系统拓扑结构、运行方式和网络参数,难以严格地给出理论值,因而其对高比例新能源渗透系统的电网强度评估准确性有待进一步加强。

基于系统潮流方程的电网强度指标是通过灵敏度分析或雅可比矩阵奇异性建立的系统电压稳定判断指标。文献[19-20]通过系统扩展雅可比潮流方程构建降阶后的电压-有功灵敏度系数方程,然后,结合设备动态功率电压特性推导混合馈入短路比指标。文献[21]利用潮流方程的雅可比矩阵在系统静态电压稳定临界点处的奇异性,建立系统稳定裕度指标。文献[22]在潮流方程中进一步考虑电力电子设备不同控制特性,并通过矩阵谱半径定义电网强度指标。文献[23-25]从系统的雅可比传递函数建立系统变换特征方程,进而基于特征方程奇异性严格推导电力电子设备多馈入广义短路比及其临界值,具有明确的物理意义。上述指标临界值刻画的是系统极限功率传输边界,无法给出系统在电压要求运行区间下存在平衡点的条件。当电力电子设备接入电网时,器件弱过流能力带来的故障穿越特性对并网点电压稳定运行范围提出严格要求,进而使上述指标在指导实际系统安全稳定运行时准确性不够。

为此,本文研究计及多类型设备交互作用的主动配电网运行平衡点存在性充分条件,提出了配电网电压支撑能力量化指标和静态电压稳定约束。主要工作和贡献如下:

1) 考虑极端灾害下输电网对配电网支撑强度变化影响,利用电网特性函数和 Brouwer 不动点定理建立严格保证多种设备同时接入配电网存在运行平衡点的充分条件。

2) 从不动点角度提出一种充分计及输电网强度、馈入点电压运行边界、初始状态和配电网设备

间非线性交互作用的配网强度指标,比传统短路比更准确地量化多源复杂配电网电压支撑能力和稳定裕度。

3) 解析推导并建立应对输电网强度大幅变化下的配电网静态电压稳定约束,当馈入点配网强度大于1时,一定能保证设备接入系统后存在运行平衡点,且配网强度越大,系统稳定裕度越多,为极端灾害下主动配电网合理调整运行方式提供了理论支撑。

1 问题陈述

输电网覆盖面积广、传输容量大,极端灾害发生时,输电网基础设施损坏将导致系统传输能力大幅降低,难以为主动配电网提供足够的电压支撑。主动配电网中包含大量具有电压敏感特性的电力电子设备,其并网点电压必须严格限制在稳定边界内,否则将使设备进入故障穿越状态,严重情况下可能引起设备脱网。因此,当主动配电网受到扰动或接入设备时,并网点要具备一定的电压支撑能力才能使其存在运行平衡点。

1.1 主动配电网单馈入静态电压问题定义

考虑如图1所示的含有 n 个节点的主动配电网,其中包括光伏、燃料电池、蓄电池、工业负荷和居民负荷等设备。为简化分析,将输电网简化为无穷大电源通过等效阻抗与配电网PCC点相接。等效阻抗大小直接刻画了输电网强度,间接表征了输电网受极端灾害影响的强弱;等效阻抗越大,输电网强度下降越多,对配电网PCC点的电压支撑能力越弱。

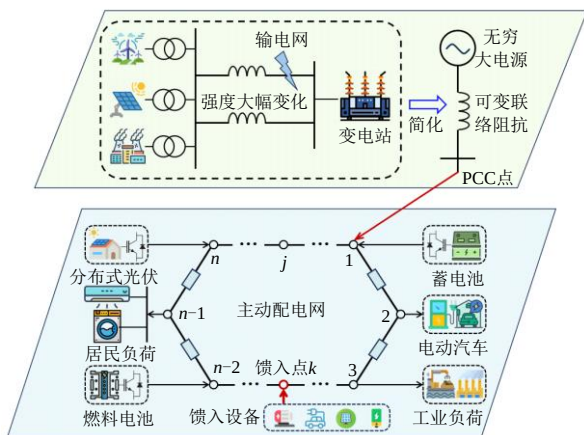


图1 主动配电网示意图

Fig. 1 Diagram of active distribution network

当单个新增设备接入配电网节点(简称“单馈入系统”)时,为保证设备接入配电网后稳定运行,

馈入设备需要在其电压稳定约束下存在运行平衡点。单馈入系统静态电压稳定问题定义为当设备接入配电网中的第 k 个节点时,在非线性方程组和电压不等式约束下存在节点电压幅值 $\mathbf{V}$ 和相位 θ ,满足:

$$\mathbf{Y}[\mathbf{e}^{j\theta}] \mathbf{V} = [\mathbf{e}^{j\theta}] \left\{ \sum_{i=1, i \neq k}^n [h_{di}(V_i) - j h_{qi}(V_i)] \mathbf{e}_i + (I_{dk} - j I_{qk}) \mathbf{e}_k \right\} \quad (1)$$

$$I_{dk} = h_{dk}(V_k) \quad (2)$$

$$I_{qk} = h_{qk}(V_k) \quad (3)$$

$$V_{kmin} \leq V_k \leq V_{kmax} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^n$ 分别为配电网导纳矩阵和节点电压幅值; $\theta \in \mathbb{R}^n$ 为系统 xy 参考坐标系下各节点的相角; $\mathbf{e}_i$ 为第 i 个元素为1的 n 维单位向量; 对于任意向量 $\mathbf{X}$, $[\mathbf{X}]$ 表示以 $\mathbf{X}$ 为对角元的对角矩阵, 则 $[\mathbf{e}^{j\theta}]$ 为以 $\mathbf{e}^{j\theta}$ 为元素的对角矩阵; 函数 $h_{di}(V_i)$ 和 $h_{qi}(V_i)$ 分别表征连接在节点 i 上的设备向系统注入电流的 d 轴和 q 轴分量, 它们取决于设备运行特性和节点电压大小, 具体表达式见1.2节。

式(1)~(3)详细计及了配电网中所有设备的控制特性, 准确刻画了馈入设备通过网络与其他设备间的非线性交互影响。当给定馈入设备控制参数后, 可将式(2)、(3)代入式(1)中, 进而利用数值计算方法求解。如果在式(4)约束下方程有解, 则说明单馈入系统在电压稳定区间内存在平衡点; 否则, 馈入设备将失去稳定。为简单直接地判断新增设备接入配电网后是否存在平衡点, 本文将研究建立在静态电压稳定运行区间下代数方程解的存在性条件, 进而推导出主动配电网静态电压稳定约束。

1.2 节点注入电流解析表达

代数方程可解性分析依赖于设备各节点注入电流的准确表达。为此, 本节在各设备本地 dq 坐标系下建立注入电流关于并网点电压的解析表达式。

1.2.1 PCC点注入电流

假设输电网电势为 $E \angle 0$, 输电网和PCC点间等效阻抗为 X_{eq} , 当给定PCC点电压 $V_p \angle \theta_p$ 时, 得到输电网向PCC点注入电流为:

$$I_d = -\frac{E \sin \theta_p}{X_{eq}} \quad (5)$$

$$I_q = \frac{E \cos \theta_p - V_p}{X_{eq}} \quad (6)$$

等效阻抗越大, 在相同PCC点电压下, 输电

网向 PCC 点注入电流幅值越小，其对 PCC 点支撑能力越弱，故而等效阻抗值能有效模拟输电网强度变化对配电网的影响。

在实际应用时，等效阻抗可通过预想事故集结合时域仿真获取。首先，构建反应多故障位置、强故障耦合的预想 $N-k(k>2)$ 事故集。然后，在计及系统中直流和新能源复杂控制特性和交互影响下，利用机电暂态仿真软件计算出每种事故中配电网 PCC 点的短路电流，短路电流越大，表明输电网对配电网支撑强度越大。最后，根据短路电流和无穷大电源电势计算出每种事故对应的等效电抗，从而用其表征每种事故下输电网对配电网的支撑强弱。

1.2.2 分布式电源注入电流

主动配电网中含有大量以跟网型控制方式并网的光伏、蓄电池和燃料电池等分布式资源。跟网型控制方式利用锁相环使内部坐标系 d 轴与并网点电压方向保持一致，进而通过功率外环和电流内环协同工作控制变流器输出设定的有功和无功参考值。在分析静态电压稳定问题时，可将分布式电源等效为 PQ 节点，推导出注入电流表达式为

$$\begin{cases} I_d = P/V \\ I_q = Q/V \end{cases} \quad (7)$$

为充分利用变流器容量，新能源发电单元一般工作在最大功率跟踪模式且运行于单位功率因数，因而节点无功功率为 0。储能设备需参与全系统电压控制，通常同时输出有功和无功功率。

1.2.3 ZIP 负荷注入电流

主动配电网负荷类型日益多样化和复杂化，使负荷精确建模变得十分困难。为简化分析，本文采用 ZIP 模型近似描述各种负荷特性。ZIP 模型由恒定阻抗、电流和功率 3 种成分按照一定比例组合而成。ZIP 负荷向系统注入电流表示为：

$$I_d = -(a_d V + b_d + c_d \frac{1}{V}) \quad (8)$$

$$I_q = -(a_q V + b_q + c_q \frac{1}{V}) \quad (9)$$

式中 a_d 、 b_d 、 c_d 、 a_q 、 b_q 、 c_q 为 ZIP 负荷比例参数，并且满足：

$$a_d + b_d + c_d = 1 \quad (10)$$

$$a_q + b_q + c_q = 1 \quad (11)$$

针对配电网中的电动机、照明设备和电动汽车等多元类型负荷，利用不同的比例参数模拟其特性。

2 基于不动点定理的单馈入系统静态电压稳定约束

2.1 电网特性函数

将配电网中每个设备注入电流代入式(1)后，可得到系统注入电流平衡方程，它描述了在计及设备间交互影响下馈入点设备注入电流 I_{dk} 和 I_{qk} 对系统电压状态的影响。当仅考察节点 k 新增设备时，对于任意给定注入电流向量 I_{dk} 和 I_{qk} ，可以从式(1)中解出系统各节点电压，从而建立节点 k 的电压幅值关于其注入电流向量的隐函数。本文将此函数定义为节点 k 处的电网特性函数，即：

$$V_k = f(I_{dk}, I_{qk}) \quad (12)$$

然后，把设备注入电流特性函数式(2)、(3)代入式(12)中，单馈入系统静态电压稳定性即由式(13)中不动点的存在性所刻画：

$$V_k = f[h_{dk}(V_k), h_{qk}(V_k)] \quad (13)$$

由式(13)可知，单馈入系统平衡点存在性由电网特性和馈入设备特性共同决定。

精准分析系统的平衡点存在问题在理论上需要准确构建每种馈入元件的稳态数学模型，并且其分析的结论仅适用于馈入元件的特定控制模式。然而，从工程实际应用来看，其往往要求在未知馈入元件精确特性的条件下判断系统平衡点存在性，或者要求所得出的结论普遍适用于给定设备容量限制下各类不同的控制策略。为此，本文仅假设已知馈入设备最大输出电流 $I_{\max}$ 而不对其具体稳态控制策略进行限定，即仅假设：

$$I_{dk}^2 + I_{qk}^2 \leq I_{\max}^2 \quad (14)$$

进而据此建立单馈入系统简洁且高效的平衡点存在性判断条件。

2.2 平衡点存在性条件

馈入设备和配电网通过节点电压进行交互影响且存在如下机理：从配网侧来看，馈入设备向网络中注入电流将引起系统中所有节点电压变化，此时其他设备向网络注入电流值也会随之改变，从而影响馈入点电压；从馈入设备侧来看，馈入点母线电压的变化使设备注入电流相应改变，进而影响配网侧所有节点电压状态。在此过程中，馈入设备通过并网节点电压与配网侧设备进行非线性的交互作用，直到收敛至系统平衡点。

系统平衡点是通过式(13)所示非线性方程组的不动点进行刻画，为此，引入代数拓扑学中 Brouwer

不动点定理建立非线性方程组存在平衡点的充分条件^[26]。该定理的核心思想是紧致凸集 C 到自身的连续映射必有不动点, 直观解释是无论如何将闭单位球体内的点在 $f(\cdot)$ 作用下进行连续映射, 总有至少一个点会映射回其自身。结合前述馈入系统交互影响机理可知, Brouwer 不动点定理恰好契合馈入系统平衡点分析问题。Brouwer 不动点定理的数学描述如下:

定理 1 若 $f(\cdot)$ 是一个从集合 C 到自身的连续映射, 即 $f(C) \subseteq C$, 并且 C 为凸紧集, 那么, 映射 $f(\cdot)$ 在 C 中存在不动点。

由于馈入点电压稳定运行区间是一个非空凸紧集, 当电网特性函数是从馈入点电压稳定运行区间到自身的连续映射时, 系统在此电压运行区间内至少存在一个平衡点。因此, 从定理 1 可知单馈入系统平衡点存在性条件是电网特性函数满足自映射要求, 即对应于下述结论 1。

结论 1 如果设备在馈入点电压区间 $[V_{\min}, V_{\max}]$ 下注入电流满足式(14), 馈入点电网特性函数 $f(I_{dk}, I_{qk}) \in [V'_{\min}, V'_{\max}]$, 且满足:

$$V_{\min} \leq V'_{\min} \quad (15)$$

$$V'_{\max} \leq V_{\max} \quad (16)$$

则单馈入系统存在平衡点且馈入点电压幅值 $V_k \in [V_{\min}, V_{\max}]$ 。

证明: 电网特性函数 $f(I_{dk}, I_{qk})$ 的最小值和最大值为

$$\begin{cases} V'_{\min} = \min_{I_{dk}^2 + I_{qk}^2 \leq I_{\max}^2} f(I_{dk}, I_{qk}) \\ V'_{\max} = \max_{I_{dk}^2 + I_{qk}^2 \leq I_{\max}^2} f(I_{dk}, I_{qk}) \end{cases} \quad (17)$$

由于馈入设备的注入电流向量是注入电流幅值约束集合式(14)的子集, 故式(17)所得结果是不依赖于馈入元件具体特性的最优函数值的上下界。又因为给定馈入设备注入电流满足:

$$h_{dk}^2(V_k) + h_{qk}^2(V_k) \leq I_{k\max}^2 \quad (18)$$

则有:

$$\begin{cases} V'_{\min} \leq \min_{V_k \in [V_{\min}, V_{\max}]} f[h_{dk}(V_k), h_{qk}(V_k)] \\ V'_{\max} \geq \max_{V_k \in [V_{\min}, V_{\max}]} f[h_{dk}(V_k), h_{qk}(V_k)] \end{cases} \quad (19)$$

结合式(15)、(16)可得 $[h_{dk}(V_k), h_{qk}(V_k)] \in [V_{\min}, V_{\max}]$ 。同时馈入点电压集合是一个凸紧集, 所以根据定理 1 可知单馈入系统在该集合内一定存在不动点且 $V_k \in [V_{\min}, V_{\max}]$ 。

优化问题式(17)等价于:

$$\begin{cases} V'_{\min} = \min_{V, \theta, I_{dk}, I_{qk}} e_k^T V \text{ s.t. 式(1)、(14)} \\ V'_{\max} = \max_{V, \theta, I_{dk}, I_{qk}} e_k^T V \text{ s.t. 式(1)、(14)} \end{cases} \quad (20)$$

为求解上述优化问题, 将目标函数最大值转换为最小值形式, 进而统一采用拉格朗日乘数法求解目标函数最值。

首先, 令式(1)等号右边第 1 部分内容为:

$$g_r(V, \theta) = \operatorname{Re}\{[e^{j\theta}] \left\{ \sum_{i=1, i \neq k}^n [h_{di}(V_i) - j h_{qi}(V_i)] e_i \right\}\} \quad (21)$$

$$g_i(V, \theta) = \operatorname{Im}\{[e^{j\theta}] \left\{ \sum_{i=1, i \neq k}^n [h_{di}(V_i) - j h_{qi}(V_i)] e_i \right\}\} \quad (22)$$

以及 $Y = G + jB$, 然后以 $\{V, \theta, I_{dk}, I_{qk}, \lambda, \mu, \eta\}$ 为决策变量, 构造拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L = & e_k^T V + \lambda^T \{G[\cos \theta]V - B[\sin \theta]V - \\ & g_r(V, \theta) - I_{dk} \cos \theta_k - I_{qk} \sin \theta_k\} + \\ & \mu^T \{B[\cos \theta]V + G[\sin \theta]V - g_i(V, \theta) + \\ & I_{qk} \cos \theta_k - I_{dk} \sin \theta_k\} + \eta(I_{dk}^2 + I_{qk}^2 - I_{\max}^2) \end{aligned} \quad (23)$$

式中 λ, μ, η 均为拉格朗日乘子。进而根据含有不等式和等式混合约束优化问题的 KKT 条件得到代数方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial V} = e_k + \{G[\cos \theta] - B[\sin \theta] - \frac{\partial g_r(V, \theta)}{\partial V}\}^T \lambda + \\ \quad \{B[\cos \theta] + G[\sin \theta] - \frac{\partial g_i(V, \theta)}{\partial V}\}^T \mu = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} = (-G[V] \sin \theta - B[V] \cos \theta - \frac{\partial g_r(V, \theta)}{\partial \theta} + \\ \quad I_{dk} \sin \theta_k - I_{qk} \cos \theta_k)^T \lambda + (-B[V] \sin \theta + \\ \quad G[V] \cos \theta - \frac{\partial g_i(V, \theta)}{\partial \theta} - I_{qk} \sin \theta_k - \\ \quad I_{dk} \cos \theta_k)^T \mu = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial I_{dk}} = -e_k^T [\cos \theta] \lambda - e_k^T [\sin \theta] \mu + 2\eta I_{dk} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial I_{qk}} = -e_k^T [\sin \theta] \lambda + e_k^T [\cos \theta] \mu + 2\eta I_{qk} = 0 \\ 0 = G[\cos \theta]V - B[\sin \theta]V - g_r(V, \theta) - \\ \quad I_{dk} \cos \theta_k - I_{qk} \sin \theta_k \\ 0 = B[\cos \theta]V + G[\sin \theta]V - g_i(V, \theta) + \\ \quad I_{qk} \cos \theta_k - I_{dk} \sin \theta_k \\ 0 = \eta(I_{dk}^2 + I_{qk}^2 - I_{\max}^2) \\ \eta \geq 0 \\ I_{dk}^2 + I_{qk}^2 - I_{\max}^2 \leq 0 \end{cases} \quad (24)$$

通过求解式(24)可获取拉格朗日函数的驻点,

进而找到函数最值。如果电网特性函数最值 $V'_{\min}$ 和 $V'_{\max}$ 满足不等式(15)、(16)，则电网特性函数满足不动点定理的自映射条件，因此，在静态电压稳定运行范围 $[V_{\min}, V_{\max}]$ 中至少存在一个不动点。

2.3 配网强度与静态电压稳定约束

上文运行平衡点的存在性条件对满足最大电流限制式(14)的各类元件均成立，并不依赖于馈入元件的具体控制特性。在这个意义上，该条件反映的是电网在馈入节点的固有特性，与馈入设备的控制策略无关。因此，基于此条件可定义配电网的强度指标。给定设备最大输出电流 $I_{\max}$ 时，通过求解优化问题式(20)得到电网特性函数最大值 $V'_{\max}$ 和最小值 $V'_{\min}$ ，进而定义配网强度(distribution network strength, DNS)为

$$D_{NS} = \min\left(\frac{V_{\max} - V_0}{V'_{\max} - V_0}, \frac{V_0 - V_{\min}}{V_0 - V'_{\min}}\right) \quad (25)$$

式中 V_0 为馈入点开路电压。配网强度指标量化了配电网对馈入设备的电压支撑能力，为分析配电网馈入元件或受到扰动后电压稳定性问题提供了一个简单切入点。当配网强度越大时，并网点电压对接入设备有功、无功的注入或吸收响应越小，表明配电网具有更大的电压支撑强度。

系统正常运行时，可认为 $V_{\min} \leq V_0 \leq V_{\max}$ 和 $V'_{\min} \leq V_0 \leq V'_{\max}$ ，故当 $D_{NS} \geq 1$ 时，不等式(15)、(16)一定成立。因此，馈入点配网强度大于 1 是保证系统静态电压稳定的约束条件。该静态电压稳定约束充分计及了输电网强度、配电网初始运行状态和网络与设备间的交互影响，定量给出了评价配电网电压支撑能力的标准，同时配网强度与临界值 1 的差值准确反映了系统静态电压稳定裕度。

2.4 配网强度与传统短路比和阻抗模指标的比较

衡量配电网馈入点电压支撑能力本质上是考察一组如下包含设备控制特性和网络特性的非线性方程组解的存在性问题：

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I}(\mathbf{V}) \quad (26)$$

从电力系统物理特性来看，节点电压变化必须遵循相应的物理约束，因此，基于电路理论的短路比和阻抗模指标可有效地评估系统解的存在性。短路比(short circuit ratio, SCR)定义为系统馈入点短路容量 S_{ac} 与设备接入容量 P 的比值^[8]：

$$S_{CR} = \frac{S_{ac}}{P} = \frac{E_{eq}^2}{|Z_{eq}|P} \quad (27)$$

式中 E_{eq} 和 Z_{eq} 分别为系统戴维南等值电势和等值阻抗。阻抗模(impedance modulus, IM)定义为馈入设备等值阻抗 Z_1 与馈入点戴维南等值阻抗的比值^[18]：

$$IM = |Z_1 / Z_{eq}| \quad (28)$$

这两种指标均反应了电气距离(通过 Z_{eq} 表征)对节点电压支撑能力的影响，当电气距离越小时，短路比或阻抗模越大，配电网对馈入设备电压支撑能力越强。

从 Brouwer 不动点定理来看，当式(26)的不动点迭代格式满足自映射条件时，系统中存在运行平衡点。为此，首先，令式(26)等号右侧等于 $f(\mathbf{V})$ 并假定设备稳定运行区间是 $[a, b]$ ， $f(\mathbf{V})$ 在定义域 $[a, b]$ 上是一个自映射的充分条件是 Lipschitz 常数 L 小于 1，即：

$$\|f(\mathbf{V}_1) - f(\mathbf{V}_2)\| \leq L \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2\|, \forall \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2 \in [a, b], L < 1 \quad (29)$$

由于定义域是有界闭集，此处 L 的值可取为 $f'(\mathbf{V})$ 的上界，记为 $f'_{up}(\bar{\mathbf{V}})$ ：

$$f'_{up}(\bar{\mathbf{V}}) = |Z_{eq} \mathbf{I}'(\bar{\mathbf{V}})| \leq |Z_{eq}| |\mathbf{I}'(\bar{\mathbf{V}})| \quad (30)$$

当线路电气距离减小时，系统 Lipschitz 常数 $f'_{up}(\bar{\mathbf{V}})$ 也相应减小，从而使 $f(\mathbf{V})$ 更容易满足自映射条件。因此，短路比与阻抗模指标和基于 Brouwer 不动点定理建立的配网强度指标从电气距离角度来看是统一的，它们在数学层面上均表征了电气距离对非线性方程组解的存在性的影响，在物理层面上描述了电气距离对配电网馈入点电压支撑能力的影响。

虽然上述指标均能刻画馈入点电压支撑能力，但它们的理论基础和应用范围却有一定区别。短路比和阻抗模指标是基于线性电路理论范畴，在同步机为主导的电力系统中有较好的应用效果。然而，随着新能源设备大规模接入电力系统，设备间控制特性通过网络交互耦合使系统非线性大幅增加，传统短路比和阻抗模指标无法充分的考虑设备控制特性并给出明确的临界值，因而在部分场景中准确度较差。相反，本文所提配网强度指标是基于代数拓扑学中的 Brouwer 不动点定理，它严格地给出了在计及配电网各运行设备复杂交互影响情况下，馈入设备在电压允许运行区间内存在平衡点的充分条件；而且本文在平衡点存在性条件基础上推导了配网强度临界值，它不依赖于网络拓扑结构或设备控

制特性,进而结合配网强度能有效地评估馈入点的电压支撑强度和稳定裕度。因此,与传统短路比和阻抗模指标相比,所提配网强度指标在复杂多源配电网的电压支撑能力评估中能展现出更好的效果。

3 多馈入系统静态电压稳定约束

多个设备同时接入配电网多个节点(下文简称多馈入系统)给系统安全稳定运行带来了更大的挑战。由于馈入设备间电气距离接近,不仅存在馈入设备与电网间的交互耦合,馈入设备之间也会发生复杂的交互影响。为此,本节采用 Brouwer 不动点定理将单馈入系统平衡点存在条件推广到多馈入系统,并建立多馈入系统的静态电压稳定约束。

不失一般性,假设多馈入系统有 n 个节点,其中,前 m 个为馈入点,则系统的注入电流平衡方程表示为

$$\mathbf{Y}[\mathbf{e}^{j\theta}]\mathbf{V} = [\mathbf{e}^{j\theta}]\left\{\sum_{i=m+1}^n [h_{di}(\mathbf{V}_i) - jh_{qi}(\mathbf{V}_i)]\mathbf{e}_i + \sum_{k=1}^m (\mathbf{I}_{dk} - j\mathbf{I}_{qk})\mathbf{e}_k\right\} \quad (31)$$

根据隐函数定理从式(31)定义向量值电网特性函数:

$$\mathbf{F}(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q) = [f_1(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q), \dots, f_m(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q)]^T \quad (32)$$

$$f_k(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q) = f_k(\mathbf{I}_{d1}, \mathbf{I}_{q1}, \dots, \mathbf{I}_{dm}, \mathbf{I}_{qm}) \quad (33)$$

式中: $\mathbf{I}_d$ 和 $\mathbf{I}_q$ 分别为馈入设备在各自本地坐标系下的 d 轴和 q 轴电流向量; $f_k(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q)$ 为 $\mathbf{F}(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q)$ 的第 k 个分量函数。与单馈入系统类似,多馈入系统中仍仅假设已知各设备最大注入电流 $I_{k\max}$, 即:

$$I_{dk}^2 + I_{qk}^2 \leq I_{k\max}^2, \forall k=1, \dots, m \quad (34)$$

给定每个馈入设备的最大注入电流后,可求得每个分量函数 $f_k(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q)$ 的最大值 $V'_{k\max}$ 和最小值 $V'_{k\min}$:

$$\begin{cases} V'_{k\min} = \min_{\mathbf{V}, \theta, \mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q} \mathbf{e}_k^T \mathbf{V}, \text{ s.t. 式(31)、(34)} \\ V'_{k\max} = \max_{\mathbf{V}, \theta, \mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q} \mathbf{e}_k^T \mathbf{V}, \text{ s.t. 式(31)、(34)} \end{cases} \quad (35)$$

要使式(31)有解,需要满足下述结论。

结论 2 如果设备在馈入点 $\mathbf{I}=[1, \dots, m]$ 电压向量 $\mathbf{V}_I \in [\mathbf{V}_{\min}, \mathbf{V}_{\max}]$ 下注入电流满足式(34), 馈入点电网特性分量函数 $f_k(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q) \in [V'_{k\min}, V'_{k\max}]$, 且满足:

$$V_{k\min} \leq V'_{k\min} \quad (36)$$

$$V'_{k\max} \leq V_{k\max} \quad (37)$$

则多馈入系统存在平衡点且馈入点电压幅值向量 $\mathbf{V}_I \in [\mathbf{V}_{\min}, \mathbf{V}_{\max}]$ 。

证明: 当系统接入多个设备并计及每个馈入设备特性时,对于 $k=1, \dots, m$, 分量函数 $f_k(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q)$ 可以表示为

$$f_k(\mathbf{I}_d, \mathbf{I}_q) = f_k[h_{d1}(\mathbf{V}_1), h_{q1}(\mathbf{V}_1), \dots, h_{dm}(\mathbf{V}_m), h_{qm}(\mathbf{V}_m)] \quad (38)$$

且每个馈入设备电流满足:

$$h_{dk}^2(\mathbf{V}_k) + h_{qk}^2(\mathbf{V}_k) \leq I_{k\max}^2 \quad (39)$$

同时,根据式(36)、(37)可知:

$$\begin{cases} V_{k\min} \leq f_k[h_{d1}(\mathbf{V}_1), h_{q1}(\mathbf{V}_1), \dots, h_{dm}(\mathbf{V}_m), h_{qm}(\mathbf{V}_m)] \\ V_{k\max} \geq f_k[h_{d1}(\mathbf{V}_1), h_{q1}(\mathbf{V}_1), \dots, h_{dm}(\mathbf{V}_m), h_{qm}(\mathbf{V}_m)] \end{cases} \quad (40)$$

进而电网特性向量函数 $\mathbf{F}(\mathbf{V}_I) \in [\mathbf{V}_{\min}, \mathbf{V}_{\max}]$ 。由于电压向量集合 $\mathbf{V}_I$ 是一个凸紧集,因此,根据 Brouwer 不动点定理可得多馈入系统一定存在该集合内的运行平衡点且馈入点电压幅值向量 $\mathbf{V}_I \in [\mathbf{V}_{\min}, \mathbf{V}_{\max}]$ 。

为量化多馈入系统的电压支撑能力,以上述多馈入系统平衡点存在性条件为基础,定义配网强度指标:

$$D_{NS} = \min(D_{NS1}, \dots, D_{NSk}, \dots, D_{NSm}) \quad (41)$$

$$D_{NSk} = \min\left(\frac{V_{k\max} - V_{k0}}{V'_{k\max} - V_{k0}}, \frac{V_{k0} - V_{k\min}}{V_{k0} - V'_{k\min}}\right) \quad (42)$$

式中: V_{k0} 为多馈入系统节点 k 的开路电压; $V'_{k\max}$ 和 $V'_{k\min}$ 分别为向量值电网特性函数第 k 个分量的最大值和最小值。由式(41)可知,多馈入配网强度表示为所有馈入点配网强度的最小值,当配网强度 $D_{NS} \geq 1$ 时,多馈入系统一定存在满足并网点电压幅值要求的平衡点,同时,配网强度与其临界值 1 的差值反映了整个多馈入系统稳定裕度。因此,多馈入系统静态电压稳定约束即为配网强度大于等于 1。

在上述定义下,单馈入和多馈入配网强度均为一个标量指标。它不仅实现了形式上的统一,有利于工程技术人员将单馈入系统中的实践经验移植到多馈入系统,而且深刻地反映了单馈入与多馈入系统的联系。基于 Brouwer 不动点定理的自映射条件,多馈入系统可以被自然地解耦为多个单馈入系统,且每个单馈入系统对应于不同的电网特性函数和配网强度。由于单馈入系统配网强度越小,表示系统电压支撑能力越弱,故最小配网强度的单馈入系统就决定了多馈入系统的静态电压稳定性及其稳定裕度。因此,从构建系统稳定性判断条件的方

法来看,所提配网强度指标与传统多馈入短路比和广义短路比是统一的。

4 算例分析

采用 IEEE 33 节点对配电网静态电压稳定约束进行分析和验证,配电网拓扑如图 2 所示。新能源设备接入节点 5、9、12、15、17、22、27 和 31,储能设备位置为节点 6 和 16,节点 11、23 和 33 设置为馈入点,其余节点接入 ZIP 负荷。整个系统功率基准值为 10 MW,电压基准值为 12.66 kV,利用 MATLAB/Simulink 进行计算与仿真验证。

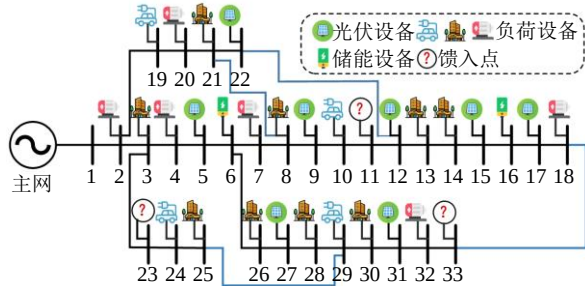


图 2 IEEE 33 节点配电网示意图

Fig. 2 Diagram of IEEE 33-node distribution network

4.1 单馈入系统平衡点分析

4.1.1 平衡点存在条件有效性验证

将图 2 所示配电网中节点 11 作为单馈入系统的馈入点,分析设备不同最大注入电流条件下系统平衡点存在性。假定系统馈入节点电压稳定运行区间是[0.9, 1.1],最大注入电流依次取 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5 和 0.6 pu。首先,计算给定最大注入电流时电网特性函数的最大值和最小值,然后,结合节点电压允许边界和节点开路电压 0.978 1 计算配网强度。6 种电流值对应的电网特性函数最大值、最小值和配网强度如表 1 所示。

表 1 不同最大注入电流下节点 11 的配网强度
Table 1 Distribution network strength at node 11 for different maximum current injections

$I_{\max}/\text{pu}$	$V_{k\max}/\text{pu}$	$V_{k\min}/\text{pu}$	D_{NS}
0.1	0.993 0	0.963 2	5.226 1
0.2	1.007 8	0.948 2	2.607 4
0.3	1.022 6	0.933 1	1.734 3
0.4	1.037 3	0.918 0	1.297 7
0.5	1.052 0	0.902 7	1.035 6
0.6	1.066 7	0.887 4	0.860 8

由表 1 可知,当接入设备的最大注入电流小于等于 0.5 pu 时,配网强度均大于 1,因此,任一满足静态电压稳定约束的设备接入配电网后均存在运行平衡点。同时,接入设备最大注入电流越小,

配网强度与临界值间距越大,表明馈入点具有更大的稳定裕度。但当最大注入电流为 0.6 pu 时,电网特性函数最小值低于节点电压稳定边界下限值,使配网强度小于 1。此时,电网特性函数不满足自映射条件,从而无法保证各种设备接入配电网后均存在运行平衡点。

为验证静态电压稳定约束条件的有效性,在不同最大电流时,将不同类型设备接入配电网,通过数值计算判断在规定电压稳定边界内系统是否存在运行平衡点。并网点接入的设备包括光伏、储能电池,以及恒阻抗、恒电流、恒功率 3 种负荷,通过控制它们的运行参数改变输出电流值,在满足节点最大注入电流要求下接入电网,得到系统稳定运行时馈入点电压值如图 3 所示。

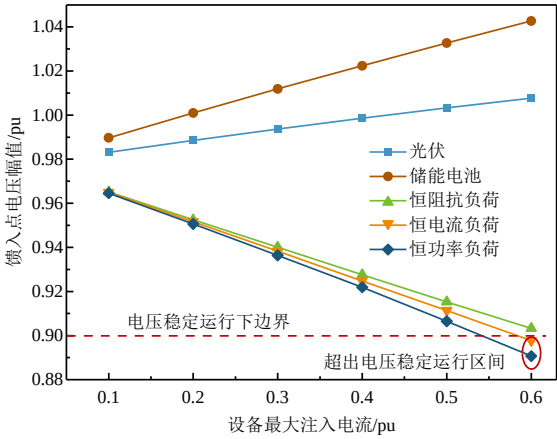


图 3 不同设备接入配电网后馈入点电压幅值

Fig. 3 Voltage magnitudes at the equilibrium points for various infeed devices

由图 3 可知,最大注入电流小于 0.5 pu 时,所有设备接入配电网后均在稳定边界内存在平衡点,验证了基于不动点理论建立的单馈入系统静态电压稳定约束的有效性。当最大注入电流为 0.6 pu 时,光伏、储能电池和恒阻抗负荷接入配电网后系统均存在平衡点,而恒电流和恒功率负荷在要求运行范围内不存在平衡点。这是因为配网强度计算时忽略了设备具体特性,因而对某些设备会存在不同程度的保守性。若要针对某一特定设备建立配网强度,可将设备特性代入电网特性函数,同时,计及设备特性对应的输出电流约束,即可计算出针对特定控制策略设备的配网强度。

4.1.2 电网特性函数可视化

电网特性函数刻画了节点注入电流通过网络和其他设备交互作用后对节点电压的影响,是决定系统平衡点存在性的关键因素。为进一步验证静态

电压稳定约束的有效性,本文利用网格搜索绘制了如图4所示的电网特性函数值随注入 d 轴和 q 轴电流变化情况。图4中曲线分别代表最大注入电流为0.5和0.6 pu时电网特性函数值。

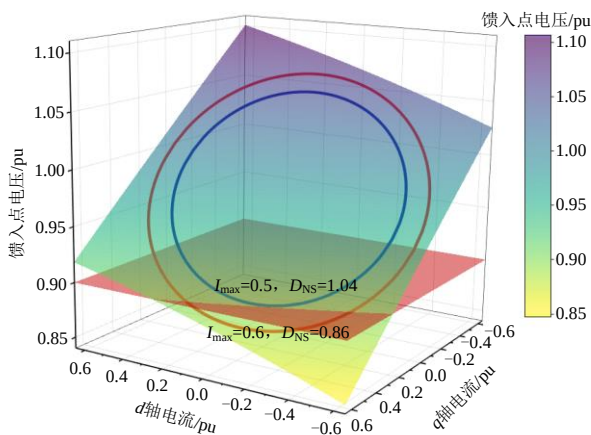


图4 电网特性函数值

Fig. 4 Network characteristic function values

由图4可知,当最大注入电流小于0.5 pu时,电网特性函数值总是在节点电压稳定边界内,满足不动点定理的自映射条件,系统一定存在平衡点。此外,图4也直观地展示了当最大注入电流为0.6 pu时,部分设备接入配电网后运行平衡点小于节点电压稳定下边界,这与表1中结果一致。

4.1.3 输电网强度大幅变化时配电网中馈入点并网容量分析

配电网的静态电压稳定性与输电网强度密切相关,极端灾害引起输电网故障后会造成配电网PCC点强度下降。并网容量是反映系统馈入点电压临界支撑能力,即配网强度等于临界配网强度值时的量化指标,能有效衡量输电网不同程度故障后的配电网馈入点电压支撑强度。

本节将输电网与PCC点间等效阻抗从0.05 pu增加至0.3 pu以模拟输电网强度大幅降低,然后,计算每种情况下节点11的设备并网容量(通过最大注入电流表征),最后,在图5中绘制出设备并网容量随输电网强度变化关系图。

由图5可知,随着输电网与PCC点间等效阻抗的增大,输电网强度不断下降,节点11可承受的并网容量不断减小。当等效阻抗增大1倍时,设备并网容量仅有原来的一半,表明了临界配网强度对应的馈入点并网容量对配电网节点电压支撑强度评估的有效性。因此,当输电网强度在极端灾害下出现大幅变化时,配电网必须及时调整运行状态,否则将导致节点电压越出稳定运行边界,进而引发

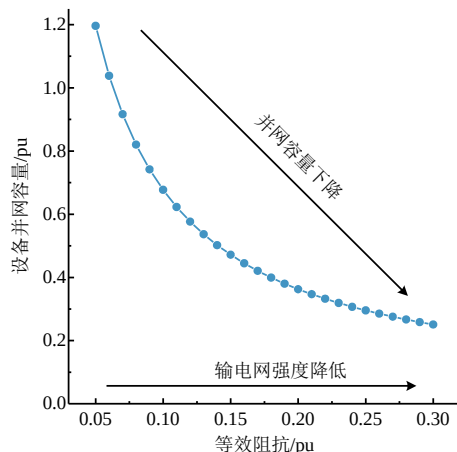


图5 设备并网容量与输电网强度关系

Fig. 5 Relationship between device grid-connected capacity and transmission grid strength

安全事故。

4.1.4 配电网不同位置和拓扑下的馈入点配网强度分析

配网强度是馈入点电压支撑能力在不同外界激励下的量化指标,能有效表征系统电压支撑能力和稳定裕度。由于不同位置和网络拓扑结构对馈入点并网容量的影响远小于输电网强度变化,因而本节在相同输电网强度下,利用配网强度指标衡量配电网不同位置和拓扑结构对馈入点电压稳定裕度影响情况。

在图2中分别选取节点11、23和33作为系统馈入点,计算得到不同注入电流下节点配网强度,如图6所示。由图6可知,节点11、23和33的最大注入电流分别为0.5176、0.6288和0.4617 pu,说明节点23比节点11和33具有更大的电压支撑强度。同时,在相同注入电流下,节点23配网强度最大,节点11次之,节点33最小,表明配网强度数

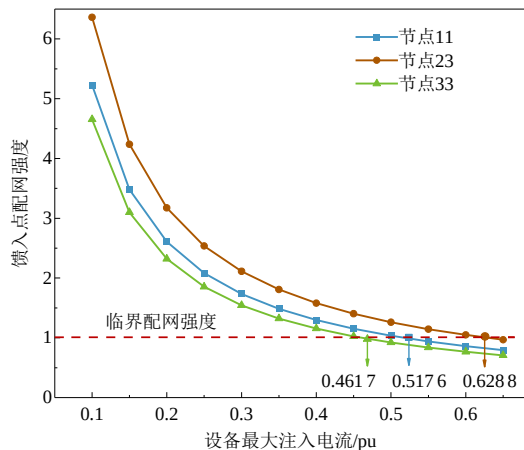


图6 不同节点的配网强度比较

Fig. 6 Comparison of distribution network strength at different infeed nodes

值越大，节点电压支撑能力越强。此外，从图 2 中观察发现，节点 23 离输电网电气距离最近，节点 33 最远，这同配网强度反映出的结果一致，从而进一步证明所提配网强度指标的合理性和有效性。

为分析配电网网络拓扑对馈入节点配网强度影响，以节点 11 作为系统馈入点，计算分别断开联络线 8-21 和 6-7 两种结构下的配网强度，其结果如图 7 所示。由图 7 可知，只断开联络线 8-21 时，配网强度略微下降。但当断开联络线 6-7 时，配网强度出现明显的下降，表明联络线 6-7 比 8-21 对配网强度有更大的影响。若联络线 6-7 出现故障将造成比联络线 8-21 故障更严重的后果。因此，配网强度指标能够快速、灵敏、准确地刻画配电网各部分变化对馈入点电压支撑能力和稳定裕度的影响，有助于识别配电网运行薄弱点，从而指导配电网安全稳定运行。

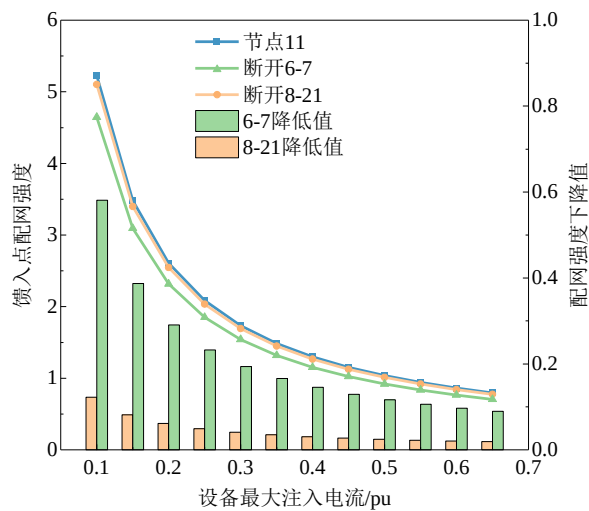


图 7 不同拓扑的配网强度比较
Fig. 7 Comparison of the strength of distribution networks with different topologies

4.2 多馈入系统平衡点分析

4.2.1 平衡点存在条件有效性验证

在图 2 所示配电网的节点 11、23 和 33 同时接入 3 个设备，分析三馈入系统在电压稳定运行区间 [0.9, 1.1] 下运行平衡点存在性。本文设置了 7 种关于节点 11、23 和 33 的最大注入电流组合方式 [0.1;0.1;0.1], [0.2;0.1;0.1], [0.1;0.2;0.1], [0.1;0.1;0.2], [0.1;0.2;0.2], [0.2;0.1;0.2], [0.2;0.2;0.1]，并将其命名为场景 1—7。根据 3 节中阐述的计算方法，得到不同场景下每个馈入点的配网强度如表 2 所示。

由表 2 可知，场景 1—4 和场景 7 下配网强度都大于 1，根据多馈入系统平衡点存在条件可知，

表 2 不同馈入点电流组合下配网强度
Table 2 Distribution network strength for different combinations of current injections

场景	节点			DNS
	11	23	33	
1	1.837 7	2.140 6	1.655 8	1.655 8
2	1.354 9	1.604 6	1.244 8	1.244 8
3	1.391 5	1.596 4	1.255 8	1.255 8
4	1.379 4	1.604 5	1.217 1	1.217 1
5	1.110 6	1.276 7	0.985 2	0.985 2
6	1.087 1	1.281 9	0.978 4	0.978 4
7	1.094 7	1.276 7	1.003 2	1.003 2

任何满足节点最大注入电流要求的设备同时接入配电网后均存在运行平衡点。而场景五和六配网强度小于 1，无法保证多个设备同时接入配电网后存在运行平衡点。同时，由表 2 可知，受不同馈入点间的交互影响，多馈入系统中馈入点最大注入电流显著低于单馈入系统，体现出研究多馈入系统平衡点时计及馈入设备间交互影响的必要性。此外，场景 5、6 和 7 的结果表明，即使所有馈入点电流总和相同，但由于不同节点电压支撑能力的差异，配电网也只能在某些场景下严格存在运行平衡点。

为分析上述结果的有效性，在场景 6 和 7 的电流约束下，将 3 个馈入点分别同时接入光伏、储能电池和负荷设备，其电压幅值如表 3 所示。由表 3 可知，在场景 7 下，配电网同时接入各设备后节点电压幅值均大于 0.9 pu；而场景 6 在馈入点接入负荷设备时，节点 33 电压幅值小于 0.9 pu，不满足馈入点电压运行区间要求。

表 3 不同设备接入下多馈入系统电压平衡点

Table 3 Voltage magnitudes at the equilibrium points for various infeed devices in multi-infeed system

场景 6/pu				场景 7/pu			
节点	光伏	储能	负荷	节点	光伏	储能	负荷
11	1.000 5	1.027 5	0.907 0	11	0.999 9	1.026 8	0.911 2
23	1.006 5	1.032 7	0.920 0	23	1.006 8	1.032 8	0.923 2
33	0.993 9	1.021 0	0.898 2	33	0.992 6	1.019 0	0.904 6

为进一步验证多馈入系统平衡点分析有效性，本节通过 Simulink 仿真模型直观地展示设备接入配电网时馈入点电压动态过程。其中，负荷采用 1.2.3 节中所述 ZIP 模型，光伏变流器包括锁相环、功率外环和故障穿越控制，由于光伏变流器的电流内环动作速度远快于锁相环和功率外环，故该环节忽略不计。场景 7 下光伏接入配电网(存在运行区间

内平衡点)和场景 6 下负荷接入配电网(不存在运行区间内平衡点)对应的馈入节点电压变化情况如图 8 所示。

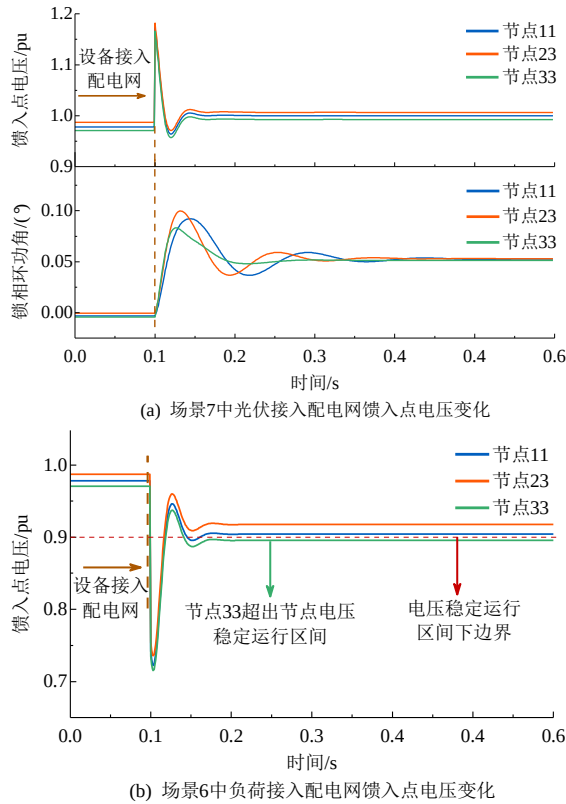


图 8 各设备接入配电网馈入点电压动态变化过程

Fig. 8 Voltage variation process at the infeed points after various devices connecting to the distribution network

由图 8(a)可知,当馈入点具有足够电压支撑能力时,锁相环能准确实现相位跟踪,使设备顺利过渡至系统平衡点并在电压稳定运行区间内向配电网持续输送目标功率。图 8(b)表明,节点 33 电压支撑能力不足,负荷接入后节点电压快速下降,无法保证馈入负荷运行在电压稳定区间内,系统存在安全稳定风险,从而验证了多馈入配电网平衡点存在性条件的有效性。

4.2.2 配网强度指标对比

传统的短路比和阻抗模指标是常用于评估网络强度的指标,其相关定义和概念解释已在 2.4 节中陈述,它们在多馈入场景下的形式是对单馈入形式的直接推广,故不在此赘述。场景 6 和 7 下,不同节点的短路比和阻抗模指标分别如表 4 和 5 所示。其中,选择 2 作为短路比指标临界值,1 作为阻抗模指标临界值,进而用其判断系统运行状态。

由表 4、5 可知,多馈入短路比和阻抗模指标能较为有效地判断系统平衡点的存在性,且与所提配网强度在多个场景下表现出一致的趋势。但它们

表 4 不同类型设备接入时多馈入系统短路比指标

Table 4 MISCR indicator at each node for various infeed devices in multi-infeed system 单位: pu

场景 6				场景 7			
节点	光伏	储能	负荷	节点	光伏	储能	负荷
11	6.803 9	6.956 2	6.140 4	11	7.446 3	7.646 6	6.785 7
23	6.980 3	7.162 0	6.380 4	23	7.679 1	7.879 0	7.042 9
33	6.676 5	6.858 6	6.040 4	33	7.332 3	7.529 6	6.684 3

表 5 不同类型设备接入时多馈入系统阻抗模指标

Table 5 IM indicator at each node for various infeed devices in multi-infeed system 单位: pu

场景 6				场景 7			
节点	光伏	储能	负荷	节点	光伏	储能	负荷
11	19.695 2	20.256 9	16.041 4	11	19.695 5	20.586 9	16.041 6
23	40.254 4	42.377 3	33.636 2	23	20.127 2	21.188 7	16.816 3
33	19.219 4	20.281 8	15.731 4	33	38.438 8	40.563 5	31.462 8

在场景 6 负荷接入配电网时均出现误判,这是因为传统的短路比和阻抗模指标刻画的是电力网络极限输送能力对应的电压崩溃临界点,无法有效衡量电压稳定运行区间下的平衡点存在性。在同步机主导系统中,系统特性不会随节点电压变化而大幅改变,传统短路比和阻抗模指标足以反应系统静态电压稳定性。但在高比例新能源的主动配电网中,电力电子设备的电压敏感特性要求节点电压必须严格运行在要求范围下,因而所提配网强度指标在主动配电网中具有更大的实用价值。

指标临界值是反映指标有效性的一个关键维度。传统的短路比和阻抗模指标临界值的建立依赖于系统电压稳定临界点,若在此状态上增大馈入点输入功率将导致系统崩溃。为验证上述两种指标临界值的有效性,首先,计算出指标临界值对应的馈入设备注入功率,其中,短路比临界值对应的节点 11、23 和 33 的注入功率分别为 6.43、7.36 和 4.61 MW,阻抗模临界值对应于节点 11、23 和 33 的注入功率分别为 30.52、32.04 和 29.91 MW;然后,在 Simulink 模型中仿真配电网接入略小于临界注入功率设备时馈入点电压动态过程,其结果如图 9 所示。

由图 9 可知,当向配电网注入略小于两种指标临界值对应功率时,两种情况下配电网都不存在平衡点,馈入节点电压一直处于非正常振荡状态。这是由于两种指标主要用于分析近似线性网络的节点电压支撑能力,同时它们的临界值依赖于工程经

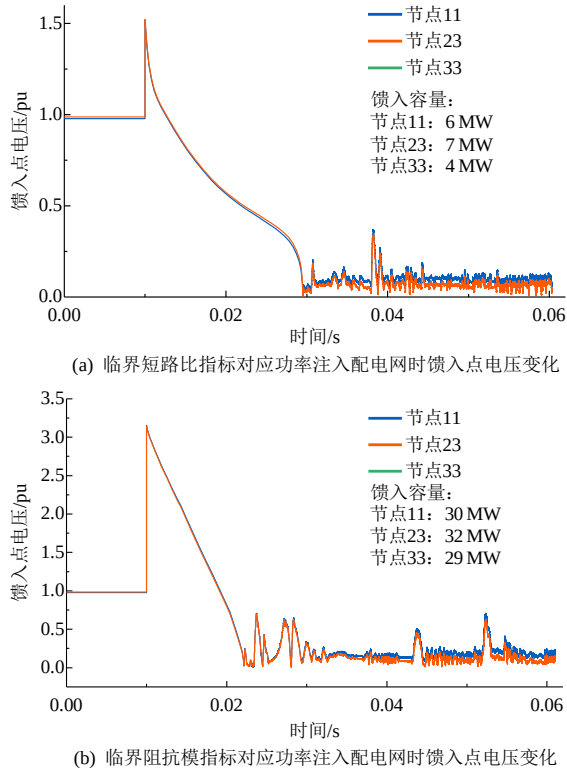


图9 临界指标对应功率注入时馈入点电压动态变化过程

Fig. 9 Voltage variation process at the infeed points when the power injection corresponds to the critical indicator

验，因而对于高度非线性网络分析效果较差，无法严格保证设备接入系统后存在运行平衡点。相反，本文所提配网强度计算方法基于严格的数学推导，并给出指标精确的临界值与稳定约束条件，具有更高的准确度。

5 结论

本文针对主动配电网静态电压稳定问题，定义了刻画系统馈入点注入电流与电压幅值非线性关系的电网特性函数，结合 Brouwer 不动点定理提出准确衡量配电网电压支撑能力的配网强度指标，推导了静态电压稳定约束，通过 IEEE 33 节点仿真算例验证了所提出指标和约束条件的正确性和有效性。具体结论如下：

1) 相较于采用传统短路比或阻抗模指标量化系统电压支撑能力，本文从不动点角度提出的静态电压稳定约束具有更精确的临界值和更高的准确度，能够严格保证多种设备同时馈入配电网后存在电压稳定运行区间内的平衡点。

2) 配网强度指标能有效度量配电网拓扑结构和输电网强度变化时不同馈入点的电压支撑能力。当极端灾害引发输电网对配电网支撑能力减弱时，配电网在系统静态电压稳定约束下并网容量将逐渐下

降，为合理调整配电网运行方式提供了理论支撑。

3) 为保证系统存在运行平衡点和安全稳定运行，配电网设备馈入点必须满足配网强度大于 1 的静态电压稳定约束。配网强度越大系统稳定裕度越多，同时该约束可推广至包含更多非线性设备的复杂电网。

由于本文只涉及电力电子设备正常运行状态，针对更大电压运行范围下或严重故障时配电网运行平衡点存在性条件，需要严格考虑电力电子设备动态切换过程和电流限幅特性，未来将进一步研究完善。

参考文献

- [1] 别朝红, 卞艺衡, 张理寅, 等. 新型电力系统应对极端事件的风险防范与应急管理关键技术[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(18): 7049-7068.
BIE Zhaohong, BIAN Yiheng, ZHANG Liyin, et al. Key technologies of risk prevention and emergency management against extreme events for new power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(18): 7049-7068(in Chinese).
- [2] WANG Ying, XU Yin, HE Jinghan, et al. Coordinating multiple sources for service restoration to enhance resilience of distribution systems[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(5): 5781-5793.
- [3] 杨祺铭, 李更丰, 别朝红, 等. 计及间歇性新能源的弹性城市电网输配电协同供电恢复方法[J]. 高电压技术, 2023, 49(7): 2764-2774.
YANG Qiming, LI Gengfeng, BIE Zhaohong, et al. Coordinated power supply restoration method of resilient urban transmission and distribution networks considering intermittent new energy[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(7): 2764-2774(in Chinese).
- [4] 舒印彪, 汤涌, 张正陵, 等. 新型配电网构建及其关键技术[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(17): 6721-6733.
SHU Yinbiao, TANG Yong, ZHANG Zhengling, et al. Construction of new distribution network and its key technologies[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(17): 6721-6733(in Chinese).
- [5] 杨祺铭, 李更丰, 别朝红, 等. 台风灾害下基于 V2G 的城市配电网弹性提升策略[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(12): 130-139.
YANG Qiming, LI Gengfeng, BIE Zhaohong, et al. Vehicle-to-grid based resilience promotion strategy for urban distribution network under typhoon disaster [J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(12): 130-139.

- 130-139(in Chinese).
- [6] 陈维江, 靳晓凌, 吴鸣, 等. 双碳目标下我国配电网形态快速演进的思考[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(17): 6811-6818.
- CHEN Weijiang, JIN Xiaoling, WU Ming, et al. Thinking on the rapid evolution of distribution network form under the carbon peaking and carbon neutrality goals [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(17): 6811-6818(in Chinese).
- [7] BU Siqu, MEEGAHAPOLA L G, WADDUWAGE D P, et al. Stability and dynamics of active distribution networks(ADNs) with D-PMU technology: a review [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(3): 2791-2804.
- [8] 于琳, 孙华东, 徐式蕴, 等. 电力电子设备接入电压支撑强度量化评估指标综述[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(2): 499-514.
- YU Lin, SUN Huadong, XU Shiyun, et al. Overview of strength quantification indexes of power system with power electronic equipment[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(2): 499-514(in Chinese).
- [9] 耿华, 何长军, 刘浴霜, 等. 新能源电力系统的暂态同步稳定研究综述[J]. 高电压技术, 2022, 48(9): 3367-3383.
- GENG Hua, HE Changjun, LIU Yushuang, et al. Overview on transient synchronization stability of renewable-rich power systems[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(9): 3367-3383(in Chinese).
- [10] TAUL M G, WANG Xiongfei, DAVARI P, et al. An overview of assessment methods for synchronization stability of grid-connected converters under severe symmetrical grid faults[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(10): 9655-9670.
- [11] ZHANG Xueguang, LI Meng, XU Dianguo. PCC voltage perturbation path analysis and compensation for grid-connected voltage-source converter under weak grid [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(12): 12331-12339.
- [12] 徐政. 新型电力系统背景下电网强度的合理定义及其计算方法[J]. 高电压技术, 2022, 48(10): 3805-3819.
- XU Zheng. Reasonable definition and calculation method of power grid strength under the background of new type power systems[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(10): 3805-3819(in Chinese).
- [13] IEEE. IEEE guide for planning DC links terminating at AC locations having low short-circuit capacities: 1204-1997[S]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1997: 1-216.
- [14] 孙华东, 徐式蕴, 许涛, 等. 新能源多场站短路比定义及指标[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(2): 497-505.
- SUN Huadong, XU Shiyun, XU Tao, et al. Definition and index of short circuit ratio for multiple renewable energy stations[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(2): 497-505(in Chinese).
- [15] 朱凌志, 曲立楠, 刘纯, 等. 新能源发电集群的改进等效短路比计算方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(22): 74-82.
- ZHU Lingzhi, QU Linan, LIU Chun, et al. Improved calculation method of equivalent short-circuit ratio for power generation cluster of renewable energy [J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(22): 74-82(in Chinese).
- [16] SONG Yue, HILL D J, LIU Tao. Static voltage stability analysis of distribution systems based on network-load admittance ratio[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(3): 2270-2280.
- [17] 汪芳宗, 王阳田, 李凡, 等. 基于阻抗匹配方法的放射形配电系统电压稳定性分析方法[J]. 电网技术, 2021, 45(2): 665-671.
- WANG Fangzong, WANG Yangtian, LI Fan, et al. Voltage stability analysis method for radial distribution system based on impedance match concept[J]. Power System Technology, 2021, 45(2): 665-671(in Chinese).
- [18] 孔贺, 李业成, 张哲, 等. 阻抗模裕度指标在新能源多馈入系统静态电压稳定评估的适应性分析[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(8): 3002-3015.
- KONG He, LI Yecheng, ZHANG Zhe, et al. Adaptability analysis of impedance modulus margin index for static voltage stability evaluation of multi-infeed renewable energy power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(8): 3002-3015(in Chinese).
- [19] XIAO Hao, ZHANG Yi, DUAN Xianzhong, et al. Evaluating strength of hybrid multi-infeed HVDC systems for planning studies using hybrid multi-infeed interactive effective short-circuit ratio[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2021, 36(4): 2129-2144.
- [20] 李东东, 高晓城, 孙梦显, 等. 考虑元件功率电压特性的混合馈入直流输电系统静态电压稳定分析[J]. 电网技术, 2021, 45(12): 4912-4921.
- LI Dongdong, GAO Xiaocheng, SUN Mengxian, et al. Steady-state voltage stability analysis of hybrid infeed HVDC system considering power and voltage characteristics of system components[J]. Power System Technology, 2021, 45(12): 4912-4921(in Chinese).
- [21] 徐成司, 王子翰, 董树锋, 等. 基于潮流雅可比行列式

- 的静态电压稳定分析[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(6): 2096-2108.
- XU Chengsi, WANG Zihan, DONG Shufeng, et al. Static voltage stability analysis based on power flow Jacobian [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(6): 2096-2108(in Chinese).
- [22] LI Yaran, FU Long, MENG Ke, et al. Assessment and enhancement of static voltage stability with inverter-based generators[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(3): 2737-2740.
- [23] DONG Wei, XIN Huanhai, WU Di, et al. Small signal stability analysis of multi-infeed power electronic systems based on grid strength assessment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(2): 1393-1403.
- [24] 辛焕海, 甘德强, 鞠平. 多馈入电力系统广义短路比: 多样化新能源场景[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(17): 5516-5526.
- XIN Huanhai, GAN Deqiang, JU Ping. Generalized short circuit ratio of power systems with multiple power electronic devices: analysis for various renewable power generations[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(17): 5516-5526(in Chinese).
- [25] 周瑀涵, 辛焕海, 鞠平. 基于广义短路比的多馈入系统强度量化原理与方法: 回顾、探讨与展望[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(10): 3794-3810.
- ZHOU Yuhuan, XIN Huanhai, JU Ping. System strength quantification principle and method of multi-infeed systems based on generalized short-circuit ratio: reviews, discussions and outlooks[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(10): 3794-3810(in Chinese).
- [26] LEE D, NGUYEN H D, DVIJOTHAM K, et al. Convex restriction of power flow feasibility sets[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2019, 6(3): 1235-1245.



秦玉文

在线出版日期: 2024-12-23。

收稿日期: 2024-05-06。

作者简介:

秦玉文(1999), 男, 博士研究生, 研究方向为新能源并网稳定性分析和优化控制, yuwen_hilbert@stu.xjtu.edu.cn;

*通信作者: 段超(1989), 男, 教授, 博士生导师, 入选国家青年人才计划, 研究方向为新型电力系统稳定分析、控制理论与仿真计算, cduan@xjtu.edu.cn;

杨祺铭(1999), 男, 硕士, 研究方向为电力系统恢复力, V2G 技术及其应用, yangqiming13@gmail.com;

戴博伟(1995), 男, 博士研究生, 研究方向为电力系统运行与优化, daibowei@stu.xjtu.edu.cn;

别朝红(1970), 女, 博士, IEEE fellow, 长江学者特聘教授, 研究方向为电力系统恢复力、能源互联网、电力系统规划与市场, zhbhe@mail.xjtu.edu.cn。

(责任编辑 李泽荣)