

# 基于传输线法的交流接触器 动态特性有限元并行计算方法研究

杨文英, 潘宇航\*, 鲍家璇

(哈尔滨工业大学电器与电子可靠性研究所, 黑龙江省 哈尔滨市 150001)

## Parallel Computation for Finite Element Method in Dynamic Characteristics of AC Contactor Based on Transmission Line Method

YANG Wenying, PAN Yuhang\*, BAO Jiaxuan

(Institute of Reliability in Electrical Apparatus and Electronics, Harbin Institute of  
Technology, Harbin 150001, Heilongjiang Province, China)

**ABSTRACT:** The evaluation of dynamic characteristics is crucial for the reliability and optimal design of AC contactors, and the combination of digital prototype models and experimental measurements provides a novel approach to evaluating dynamic characteristics. However, the existing commercial finite element software has many problems, such as long time consumption and poor convergence when solving the digital prototype model. In response, a parallel finite element computation method for the dynamic characteristics of AC contactors based on the transmission line method (TLM) is presented in this paper to realize the accelerated solution of the dynamic characteristics of AC contactors. The method first utilizes the finite element method (FEM) and field-circuit coupling to establish a digital prototype model of electromagnetic-force coupling of AC contactors. Then, the triangular elements of the FEM model are equivalent to circuit models and transmission line models based on the TLM, and this method effectively decouples the nonlinear problems into linear networks and nonlinear networks. The nonlinear networks are equivalent to multiple independent circuits, allowing massively parallel computation of elements. The accuracy of the TLM in the calculation of the dynamic characteristics of the AC contactor is verified by comparing the results with the commercial FEM software COMSOL Multiphysics® and experimentally measured. Compared to the solving time of the dynamic characteristics with COMSOL Multiphysics®, the TLM is 2.46 times faster than COMSOL Multiphysics®.

**KEY WORDS:** AC contactor; finite element analysis (FEA);

transmission line method; parallel computation; dynamic characteristics

**摘要:** 动态特性评估对于交流接触器的可靠性和优化设计至关重要, 数字样机模型与实验测量相结合的方法为评估动态特性提供了新方案。然而, 现有商用有限元软件在求解数字样机模型时存在耗时长、收敛性差等诸多问题。对此, 该文提出一种基于传输线法的交流接触器动态特性有限元并行计算方法, 可实现交流接触器动态特性的加速求解。首先, 利用有限元法和场路耦合建立交流接触器电磁-力耦合的数字样机模型。然后, 基于传输线法将有限元模型的三角形单元等效成电路模型和传输线模型, 从而将非线性问题解耦为线性网络和非线性网络。非线性网络等效成多个独立的电路, 可以进行单元的大规模并行计算。通过与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics® 以及实验测量结果进行对比, 验证了传输线法在交流接触器动态特性计算方面的准确性。与 COMSOL Multiphysics® 求解动态特性的时间相比, 传输线法的计算速度比 COMSOL Multiphysics® 提升了 2.46 倍。

**关键词:** 交流接触器; 有限元分析; 传输线法; 并行计算; 动态特性

## 0 引言

交流接触器作为控制电路的开关和保护, 是电气控制系统的重要组成部分, 在家用电器、交通运输、工业自动化等领域被广泛应用<sup>[1-3]</sup>。二维平面有限元模型主要应用于交流电磁设备的仿真设计, 具有一定的实用性, 例如交流接触器、变压器, 相较于三维几何模型, 二维有限元模型能有效降低计算量<sup>[4-5]</sup>。尽管如此, 在采用有限元法求解瞬态非线性电磁问题时仍然存在计算效率低的问题。因此, 研究二维瞬态非线性电磁场的加速求解方法具有重

基金项目: 国家自然科学基金项目(52277141)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (52277141).

要的工作价值。

电器动态特性是指吸合、释放过程中的动态参数变化,这些参数用于描述接触器吸合与释放过程中的衔铁运动状态,与接触器的工作性能与可靠性有密切关系<sup>[6-8]</sup>。处于分合闸瞬间中的交流接触器动态特性并不容易获取,目前获取动态特性的方法分为实验方法和计算方法两种。实验方法使用传感器或高速摄像机等外部器件,对接触器动作过程中相关参数进行直接测量<sup>[9-10]</sup>。文献[11-12]中, M. Rong 与 Rudsari 分别使用传感器获得衔铁运动位移与吸合时间等参数,作为故障诊断的输入信息。直接测量方法使用传感器,成本高昂、占用体积增加,需考虑电磁干扰与空间限制等客观因素,无法广泛应用于普遍场合。计算方法通过建立数字样机模型来计算和模拟动态特性<sup>[13]</sup>,有限元计算方法是指建立接触器产品电磁与机械部分的几何模型,设置材料属性、反力曲线、衔铁行程等参数,使用商用有限元软件或编写相关程序计算动态特性<sup>[14-15]</sup>。例如,文献[16]结合了接触器电磁机构的有限元模型和碰撞弹跳动力学模型,分析了考虑碰撞弹跳的接触器动态特性。文献[17-18]基于有限元软件分别建立了考虑温度影响下的电器电磁系统和接触系统仿真模型,计及温度影响后的动态特性仿真结果更加合理。综上所述,针对接触器动态特性的获取,学者们开展了较为深入的研究,形成了多种建模与计算方法。但商用有限元软件进行动态特性仿真分析时存在耗时长、计算速度慢等问题,需要进一步提升有限元模型的求解效率。

目前,已有的有限元加速求解算法包括传输线法、网格区域分解技术、无矩阵化求解方法、基于 GPU 的并行化迭代算法等<sup>[19-22]</sup>。网格区域分解技术的优势在于网格的灵活性以及适合超算,但会增加自由度,一定程度上降低了求解效率。无矩阵化求解方法非常适合 GPU 并行计算,但在面对非线性问题时存在收敛性差、收敛速度慢的问题。传输线法(transmission line method, TLM)最初作为一种非线性求解方法引入到二维有限元静磁场计算中<sup>[23]</sup>。与上述其他加速求解算法相比,TLM 能适用于各种规模的非线性问题的加速求解,且能基于 CPU 或 GPU 开展并行计算,对计算机硬件的要求不高,具有较好的推广应用潜力。近年来,有学者开始尝试将 TLM 并行算法应用于电器非线性静磁场的加速求解中。例如,文献[24]基于优化的 TLM,给出了

三角形单元的传输线等效电路模型,对永磁接触器的二维轴对称非线性静磁场进行并行求解,取得了一定的加速效果。文献[25]提出一种黑盒传输线(black-box transmission line method, BB-TLM)模型,将有限元模型的非线性单元建立为一种新的黑盒电路模型,简化了有限元单元电路建模的难度,并通过含永磁轴对称结构接触器的有限元模型验证了 BB-TLM 的并行求解效率。但是,上述研究主要针对电器静磁场进行有限元模型的加速求解,适用于电器静态特性的加速求解。电器的动态特性分析也是实际生产加工中的重要一环,且动态特性涉及电磁-力耦合计算,目前还未见针对交流接触器动态特性有限元加速算法的相关报道。因此,将有限元加速算法推广应用于交流接触器动态特性的计算具有重要的应用价值。

鉴于此,本文提出一种基于 TLM 的交流接触器动态特性并行有限元加速方法,并将该方法应用于交流接触器二维非线性有限元模型的求解。该方法首先基于有限元法(finite element method, FEM)建立交流接触器的数字样机模型,实现电磁场、电磁力、机械运动和电路的耦合;然后,根据 TLM 将三角形单元等效成电路网络,并对电路网络进行并行迭代求解。最后,将本文计算结果与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>以及实验测量结果进行对比,验证所提加速方法的有效性和可行性。

## 1 非线性瞬态磁场的传输线并行有限元计算

### 1.1 二维瞬态磁场的有限元模型

交流接触器电磁系统的结构及其二维有限元模型如图 1 所示。当线圈被外部电源激励时,线圈中的电流密度将会产生一个动态磁场,可以由矢量磁位  $\mathbf{A}$  进行描述。对于二维平面场,矢量磁位  $\mathbf{A}$  和电流密度  $\mathbf{J}$  只存在  $z$  轴方向分量,因此二维非线性磁场的微分方程为

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_z - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{A}$  为矢量磁位在  $z$  轴方向的分量;  $\nu$  为磁阻率;  $\sigma$  为电导率;  $\mathbf{J}_z$  为电流密度在  $z$  轴方向的分量。

在图 1 中,设三角形单元  $\Omega^e$  的 3 个顶点  $K$ 、 $M$ 、 $N$  的矢量磁位分别为  $A_K$ 、 $A_M$ 、 $A_N$ 。整个三角形单元  $\Omega^e$  中任一点矢量磁位函数  $A^e$  就可以用线性插值函数去逼近,即:

$$A^e = N_K A_K + N_M A_M + N_N A_N \quad (2)$$

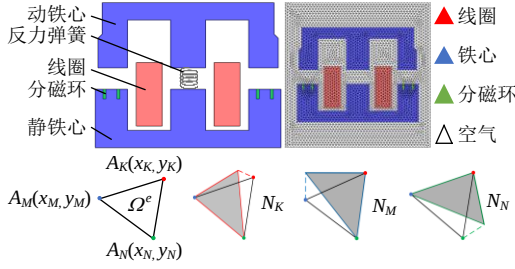


图1 交流接触器电磁系统结构及其二维有限元模型

Fig. 1 Structure and two-dimensional FEM model of the electromagnetic system of AC contactor

式中  $N_K$ 、 $N_M$  和  $N_N$  为图1中所描述的形状函数，是以  $x$ 、 $y$  为变量的函数。

这些形状函数可以定义为

$$N_i = \frac{1}{2\Delta}(p_i + q_i x + r_i y), \quad i = K, M, N \quad (3)$$

式中： $\Delta$ 为三角形单元的面积； $p_i$ 、 $q_i$ 和 $r_i$ 为与顶点坐标相关的函数，其函数关系如式(4)所示。

$$\begin{cases} p_K = x_M y_N - y_M x_N, q_K = y_M - y_N, r_K = x_N - x_M \\ p_M = x_N y_K - y_N x_K, q_M = y_N - y_K, r_M = x_K - x_N \\ p_N = x_K y_M - y_K x_M, q_N = y_K - y_M, r_N = x_M - x_K \end{cases} \quad (4)$$

根据伽辽金有限元法<sup>[17]</sup>，每个三角形单元的单元方程可离散为

$$\frac{v^e}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} r_K r_K + q_K q_K & r_K r_M + q_K q_M & r_K r_N + q_K q_N \\ r_K r_M + q_K q_M & r_M r_M + q_M q_M & r_M r_N + q_M q_N \\ r_K r_N + q_K q_N & r_M r_N + q_M q_N & r_N r_N + q_N q_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_K \\ A_M \\ A_N \end{bmatrix} + \frac{\sigma^e \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial A_K}{\partial t} \\ \frac{\partial A_M}{\partial t} \\ \frac{\partial A_N}{\partial t} \end{bmatrix} = \frac{J_z^e \Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

值得注意的是，在一个三角形单元内电导率  $\sigma^e$ 、电流密度  $J_z^e$  和磁阻率  $v^e$  均是常数。电导率  $\sigma^e$  的分布是给定的，电流密度  $J_z^e$  可以通过输入线圈的电流获得，磁阻率  $v^e$  可以通过引入磁感应强度  $\mathbf{B}$  来定量表示。对于二维场，磁感应强度  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  在一个三角形单元内部也是恒定的，仅取决于顶点  $A_K$ 、 $A_M$ 、 $A_N$ 。在一个单元中， $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{A}$  的关系定义如下：

$$B^2 = -\frac{1}{4(\Delta_e)^2} [(q_K q_M + r_K r_M)(A_K - A_M)^2 + (q_M q_N + r_M r_N)(A_M - A_N)^2 + (q_K q_N + r_K r_N)(A_K - A_N)^2] \quad (6)$$

将式(5)所示三角形单元方程进行总体装配后，可以采用 TLM 对瞬态磁场的非线性方程进行并行

求解。

## 1.2 基于传输线法的并行有限元计算

传输线迭代法<sup>[21]</sup>是一种用于求解非线性电路的方法，其基本原理是在线性电路网络和非线性电阻之间插入一段无损传输线，将原电路拆分为入射和反射两个过程。其中，入射过程被等效为一个线性电路网络，在迭代过程中传输线导纳矩阵保持不变，避免了大矩阵的反复装配；而反射过程能够被分解为多个简单且独立的非线性等效电路，可以进行单元的大规模并行计算。入射过程与反射过程进行交替求解，最终使结果收敛于真实值。为了充分发挥 TLM 多核并行计算的优势，本文将 TLM 应用于非线性瞬态磁场的计算中，达到加速求解交流接触器动态特性的目的。

图2展示了二维瞬态电磁场有限元模型中一个三角形单元如何逐步转换为等效电路模型和传输线模型。图2所示诺顿等效电路中非线性电阻和线性电容值定义如下：

$$G_{12} = -\frac{v^e}{4\Delta_e}(b_K b_M + c_K c_M), Y_{G12} = -\frac{v_g^e}{4\Delta_e}(b_K b_M + c_K c_M),$$

$$G_{23} = -\frac{v^e}{4\Delta_e}(b_M b_N + c_M c_N), Y_{G23} = -\frac{v_g^e}{4\Delta_e}(b_M b_N + c_M c_N),$$

$$G_{31} = -\frac{v^e}{4\Delta_e}(b_N b_K + c_N c_K), Y_{G31} = -\frac{v_g^e}{4\Delta_e}(b_N b_K + c_N c_K),$$

$$C_{12} = C_{23} = C_{31} = -\frac{\sigma^e \Delta_e}{12}, Y_{C12} = Y_{C23} = Y_{C31} = -\frac{\sigma^e \Delta_e}{12\Delta t},$$

$$C_{10} = C_{20} = C_{30} = \frac{4\sigma^e \Delta_e}{12}, Y_{C10} = Y_{C20} = Y_{C30} = \frac{4\sigma^e \Delta_e}{12\Delta t}$$

式中： $v^e$  的值是未知的，需要通过牛顿-拉夫逊 (Newton-Raphson, NR) 迭代求解一组 3×3 的非线性方程组获得； $v_g^e$  为预设的初始值，其值的选取是任意的，但为了使 TLM 能快速收敛， $v_g^e$  应尽可能接近真实值  $v^e$ 。

例如，可以将上一时间步求解获得的磁阻率作为当前时刻的初始值，当时间步足够小时，该值比较接近当前时刻的真实值，从而使 TLM 能够快速收敛。有了预设的初始值  $v_g^e$ ，可以通过 FEM 网格信息装配多个诺顿等效电路(如图 2(d)所示)来获得入射阶段所需的节点导纳矩阵。

如图 2(c)所示，注入边缘的入射电压分别用  $x_0$ 、 $y_0$  和  $z_0$  来表示，需要计算的反射电压则分别用  $x$ 、 $y$  和  $z$  来表示。在反射阶段，基于不同节点差值的入射电压注入至 3 个边缘中，需要求解以下 3 个耦合

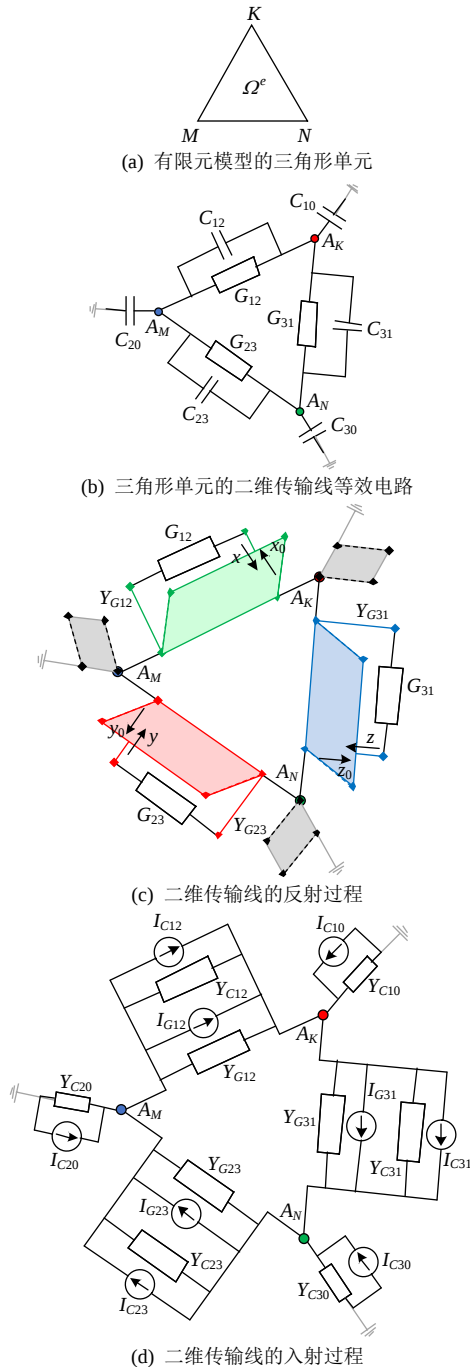


图 2 二维平面有限元三角形单元的  
传输线等效电路建模过程

Fig. 2 Equivalent circuit modeling process of transmission  
line for two-dimensional FEM triangular elements

变量的非线性代数方程组：

$$\begin{cases} G_{12}(x+x_0) - Y_{G12}(x_0-x) = 0 \\ G_{23}(y+y_0) - Y_{G23}(y_0-y) = 0 \\ G_{31}(z+z_0) - Y_{G31}(z_0-z) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

由于  $G_{12}$ 、 $G_{23}$  和  $G_{31}$  是  $(x+x_0)$ 、 $(y+y_0)$  和  $(z+z_0)$  的函数，且入射电压和反射电压的和为节点电压差，即：

$$\begin{aligned} x + x_0 &= A_K - A_M \\ y + y_0 &= A_M - A_N \\ z + z_0 &= A_N - A_K \end{aligned} \quad (8)$$

因此，可以根据式(6)和 BH 曲线与式(7)的对应关系推导出非线性代数方程。另外，非线性代数方程可以采用 NR 迭代进行快速求解。在计算  $3 \times 3$  的雅可比矩阵时，采用以下链式法则：

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{\partial G}{\partial v^e} \cdot \frac{\partial v^e}{\partial B^2} \cdot \frac{\partial B^2}{\partial x} \quad (9)$$

值得注意的是，上述反射阶段求解式(7)所描述的非线性代数方程是在三角形单元上进行的。这意味着当待求解区域包含大量有限元网格时，所有三角形单元的非线性方程组都可以等效为多个独立的电路，并采用大规模并行计算来求解这些非线性方程组。

在图 2(d)所示入射阶段，反射电压和 TLM 的电阻或电容被替换为诺顿等效电路。该等效电路是一个线性网络，在获得传输线导纳矩阵的逆矩阵后，节点电压值可以通过逆矩阵与向量的乘积来更新。值得注意的是，传输线的节点导纳矩阵在每个时间步只需装配一次，在迭代过程中保持不变，从而节省计算时间。

## 2 交流接触器的动态特性数值计算方法

### 2.1 电磁力计算与机械运动方程

线圈通入交流电后，交流接触器的铁心在磁场中会受到电磁力的作用，当动铁心受到向下的电磁力大于回位弹簧反力时，动铁心会发生运动。

本文采用 FEM 与虚功法相结合的方式计算电磁力。根据虚功法理论，三角形单元的节点  $k$  在  $\mathbf{q}$  方向受到的节点力可表示为

$$\mathbf{F}_{kq} = -\frac{\partial W_{mk}}{\partial \mathbf{q}} \quad (10)$$

式中  $W_{mk}$  为三角形单元内某一节点的磁场能量。

根据虚功法原理，认为只有动铁心的邻接单元会发生形变，其余单元的几何形状保持不变。动铁心所受电磁力可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{kq} = & -\left( \frac{A_e}{2} \frac{\partial \mathbf{B}_e^2}{\partial \mathbf{q}} v^e + \frac{A_e}{2} \mathbf{B}_e^2 \frac{\partial v^e}{\partial \mathbf{B}_e^2} \frac{\partial \mathbf{B}_e^2}{\partial \mathbf{q}} + \right. \\ & \left. \frac{\partial A_e}{\partial \mathbf{q}} v^e \frac{\mathbf{B}_e^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

交流接触器的二维平面模型中， $y$  方向的单元节点力  $F_{ky}$  为

$$F_{ky} = -\frac{lA_e}{2} \times \left[ (B_e^2 \frac{\partial A_e}{\partial y_k} \frac{1}{A_e} + \frac{\partial B_e^2}{\partial y_k}) v^e + B_e^2 \frac{\partial v^e}{\partial B_e^2} \frac{\partial B_e^2}{\partial y_k} \right] \quad (12)$$

式中:  $l$  为有限元模型的轴向长度;  $\partial v^e / (\partial B_e^2)$  可以从铁心材料的 BH 曲线中获得。

通过计算瞬态电磁场获得节点矢量磁位  $A$  和单元磁感应强度  $B$  后, 将交流接触器的铁心与空气邻接区域的节点力进行累加, 即可实现电磁力的计算。

交流接触器的动铁心在电磁力的作用下会在  $y$  轴方向进行运动, 其机械运动方程<sup>[26]</sup>可描述为

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} [F_{ey}(y) - F_f(y)] = a \\ \frac{dy}{dt} = v \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $m$  为动铁心的质量;  $y$  为动铁心的位移;  $v$  为动铁心的速度;  $a$  为动铁心的加速度;  $F_{ey}$  为在  $y$  轴方向作用于动铁心的电磁力;  $F_f$  为作用于动铁心的弹簧反力。

## 2.2 电磁场-电路耦合

交流接触器线圈的控制电路如图3所示, 其回路方程表示为

$$V = rI + \frac{NI}{\Delta_s} \int_s \frac{\partial A}{\partial t} ds \quad (14)$$

式中:  $V$  为线圈电压;  $r$  为线圈电阻;  $I$  为控制电路的电流;  $N$  为线圈匝数;  $l$  为线圈的轴向长度;  $S$  为线圈区域;  $\Delta_s$  为线圈区域的面积。

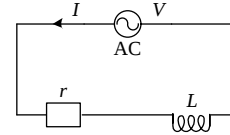


图3 交流接触器的控制电路

Fig. 3 Control circuit for AC contactor

根据 FEM 计算获得各个节点的矢量磁位分布后, 式(14)可改写为非线性方程的迭代形式:

$$f(I) = rI + \frac{NI}{\Delta_s} \sum_{e=1}^{N_{\text{coil}}} \frac{A_e}{3\Delta t} [N_K^e (A_K^e - A_{K\_old}^e) + N_M^e (A_M^e - A_{M\_old}^e) + N_N^e (A_N^e - A_{N\_old}^e)] - V = 0 \quad (15)$$

式中:  $N_{\text{coil}}$  为线圈单元数量;  $\Delta t$  为离散时间步长;  $A_{K\_old}$ 、 $A_{M\_old}$  和  $A_{N\_old}$  分别为三角形单元上一时刻的节点矢量磁位值。

通过牛顿-拉夫逊法, 将式(15)构造迭代格式, 计算得到第  $k+1$  步的电流值  $I^{(k+1)}$ , 迭代格式如下:

$$I^{(k+1)} = I^{(k)} - \frac{f^{(k)}}{df^{(k)} / dI} \quad (16)$$

获得电流值  $I^{(k+1)}$  后, 将其代入下一个时刻的瞬态磁场进行迭代计算, 获得下一时刻的节点矢量磁位值, 即可实现交流接触器的电磁场与控制电路的场路耦合。

交流接触器动态特性计算需要将上述电磁场、电磁力、机械运动方程和场路耦合进行联合求解。为了发挥多核 CPU 的并行优势, 本文采用 TLM 对瞬态电磁场进行并行求解, 对电磁力也采用并行计算, 从而实现动态特性的加速计算。图4和图5分别给出交流接触器动态特性数值计算的流程图及其伪代码。

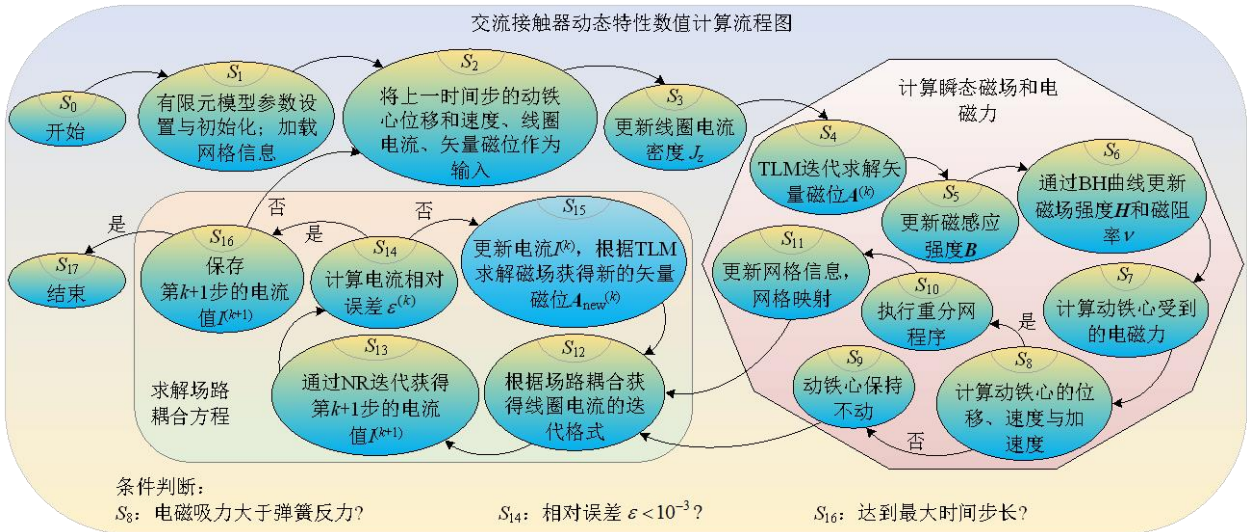


图4 交流接触器动态特性数值计算的流程图

Fig. 4 Flowchart for numerical computation of dynamic characteristics of AC contactor

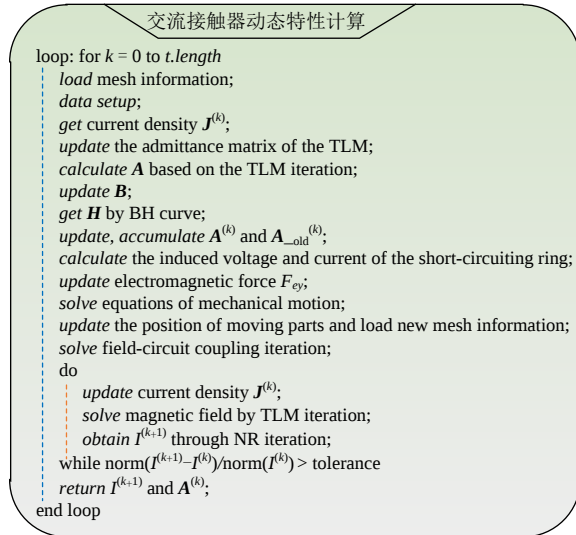


图 5 交流接触器动态特性数值计算的详细伪代码

Fig. 5 Detailed pseudo-code for numerical computation of dynamic characteristics of AC contactor

### 3 案例分析

#### 3.1 案例描述与设置

案例分析在型号为施耐德 LC1D09M7C 的交流接触器上展开, 用于验证本文所提动态特性并行加速方法的准确性和有效性。该型号交流接触器电磁系统的结构示意图和对应的有限元模型如图 1 所示。动铁心的质量为 63 g, 通过实验测量获得的动铁心受到的弹簧反力与其位移的关系如图 6 所示。交流接触器的铁心材料为硅钢片, 对应的 BH 曲线如图 7 所示。同时, 线圈由 220 V、50 Hz 的交流电源供电, 线圈匝数为 4 785 匝, 线圈电阻为 546  $\Omega$ 。当交流电流过零时, 交流接触器可能会出现重新断开的趋势, 可以在静铁心的侧柱中嵌入两个由铝制成的分磁环, 其中感应电流相对于线圈中的电流会产生相移, 即使线圈中的电流过零时也会提供一定的牵引磁力, 防止接触器断开。

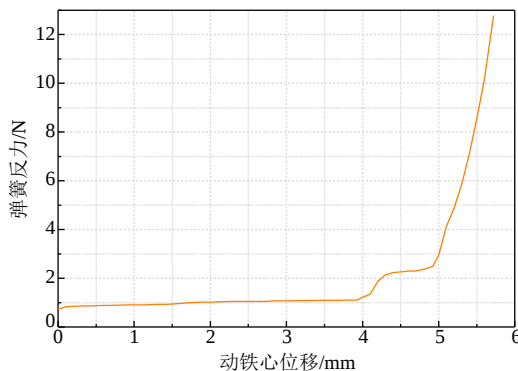


图 6 反力特性

Fig. 6 Characteristic of reaction force

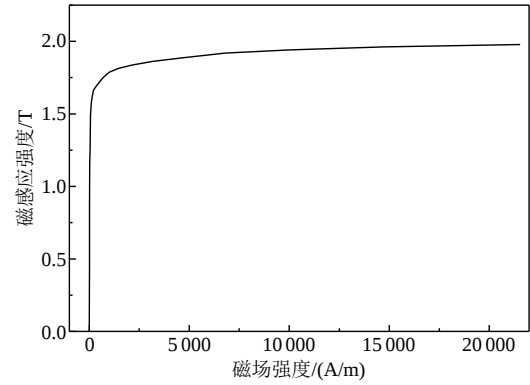


图 7 铁心区域非线性材料的 BH 曲线

Fig. 7 BH curve for nonlinear materials in the iron core region

为了验证本文所提动态特性并行计算方法的准确性和有效性, 在商用有限元软件 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>上对交流接触器的动态特性进行仿真研究, 并记录 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>计算动态特性的仿真总时间, 与本文传输线并行算法进行求解效率对比。另外, 本文数值计算所使用的有限元模型的网格与 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>保持一致, 确保了计算精度和求解效率对比的公平性。交流接触器处于断开位置时的有限元模型包含 3 693 个节点和 7 184 个单元, 在闭合位置时由于存在气隙, 导致分网数量增加, 共包含 4 233 个节点和 8 264 个单元。动态特性的仿真总时间设置为 25 ms, 时间步长设置为 0.2 ms。TLM 和 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>的收敛误差  $\varepsilon$  均设置为  $1.0 \times 10^{-3}$ , 以便非线性瞬态磁场的求解能快速收敛。此外, 为了发挥多核 CPU 的并行优势, TLM 和 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>的计算均在一台 64 位 Windows 服务器上进行, 该服务器内存为 64 GB, 包括一个 13th Gen Intel(R) Core(TM) i9-13900HX 的 CPU(24 核 32 线程)和一个 NVIDIA GeForce RTX 4060 Laptop(8 GB)的 GPU。

#### 3.2 动态特性计算与实验验证

在线圈上电后电流会逐渐增大, 动铁心在电磁吸力的驱动下会进行运动, 因此交流接触器的动态特性涉及电磁-力耦合计算。交流接触器的动态特性求解首先要求解有限元模型, 然后采用后处理的方式获得动态特性的参数。求解有限元模型得到的直接变量是矢量磁位  $A$ , 在获得矢量磁位  $A$  后可以计算磁感应强度  $B$ 、电磁力和线圈电流。因此, 矢量磁位  $A$  的准确性将直接影响交流接触器动态特性计算的精确度, 有必要将矢量磁位  $A$  的计算结果与有限元软件进行对比。分别采用 TLM 和

COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>进行瞬态磁场计算,在采样时刻  $t_1=8\text{ms}$  和  $t_2=16\text{ms}$  的矢量磁位分布云图如图 8 所示。同时,图 9 给出 TLM 和 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>

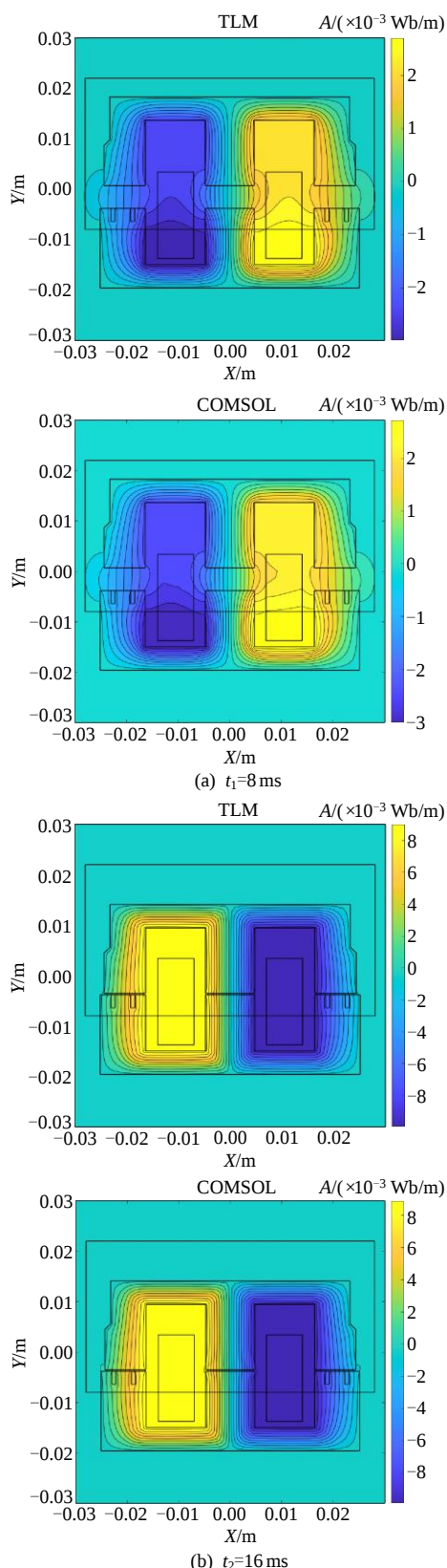


图 8 交流接触器在不同采样时刻的矢量磁位比较

Fig. 8 Comparison of the magnetic vector potential of AC contactor at different sampling moments

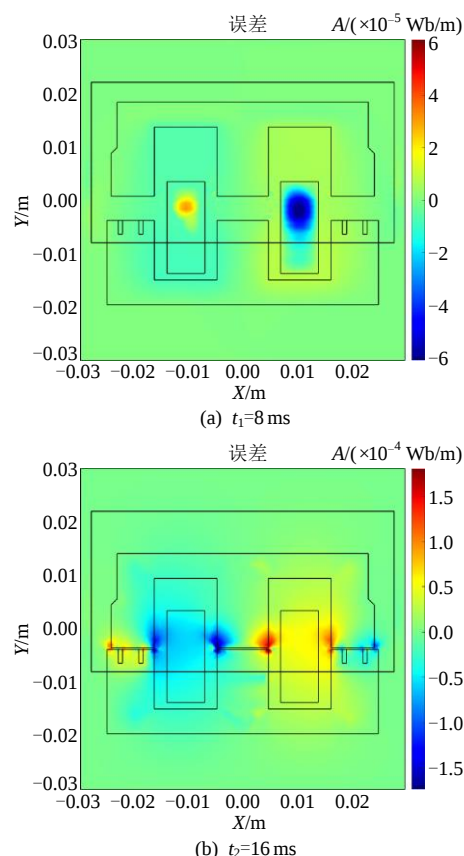


图 9 TLM 和 COMSOL 在不同采样时刻的矢量磁位误差比较

Fig. 9 Comparison of magnetic vector potential errors at different sampling times between TLM and COMSOL

的矢量磁位在对应该采样时刻的误差分布图。

从图 8、9 所示的矢量磁位分布云图可以看出, TLM 的磁场计算结果与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>基本一致。TLM 的磁场计算结果与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>的相对误差不超过 3%, 这确保了通过后处理获得动态特性关键参数的准确性。为了进一步验证本文所提数字样机模型求解动态特性的准确性, 搭建了交流接触器的动态特性实验测量平台, 如图 10 所示。将交流接触器开壳后露出动铁心, 采用高速摄像机捕捉动铁心的运动。同时, 上电期间的线圈电流变化通过电流钳反馈给示波器进行记录。

根据图 10 的实验测量装置对交流接触器的动态特性进行测试, 并将测量结果与 TLM 和 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>的求解结果进行对比, 如图 11 所示。另外, 在图 11 中还补充了商用有限元软件 FLUX 的动态特性仿真结果, 并给出了 TLM 与 FLUX 之间相对误差的平均值。通过与不同商用有限元软件的仿真结果进行对比, 证明本文所提方法的有效性和适用性。误差的比较以 COMSOL 或

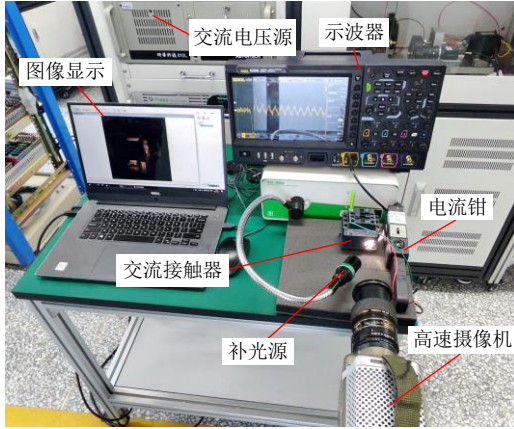


图 10 交流接触器的动态特性实验测量平台

Fig. 10 Experimental measurement platform for dynamic characteristics of AC contactor

FLUX 的仿真结果为参照，具体定义如下：

$$\left\{ \begin{aligned} D_{\text{Error1}} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{D_{\text{TLM}}^{(n)} - D_{\text{COMSOL}}^{(n)}}{D_{\text{COMSOL}}^{(n)}} \right| \times 100\% \\ D_{\text{Error2}} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{D_{\text{TLM}}^{(n)} - D_{\text{FLUX}}^{(n)}}{D_{\text{FLUX}}^{(n)}} \right| \times 100\% \end{aligned} \right.$$

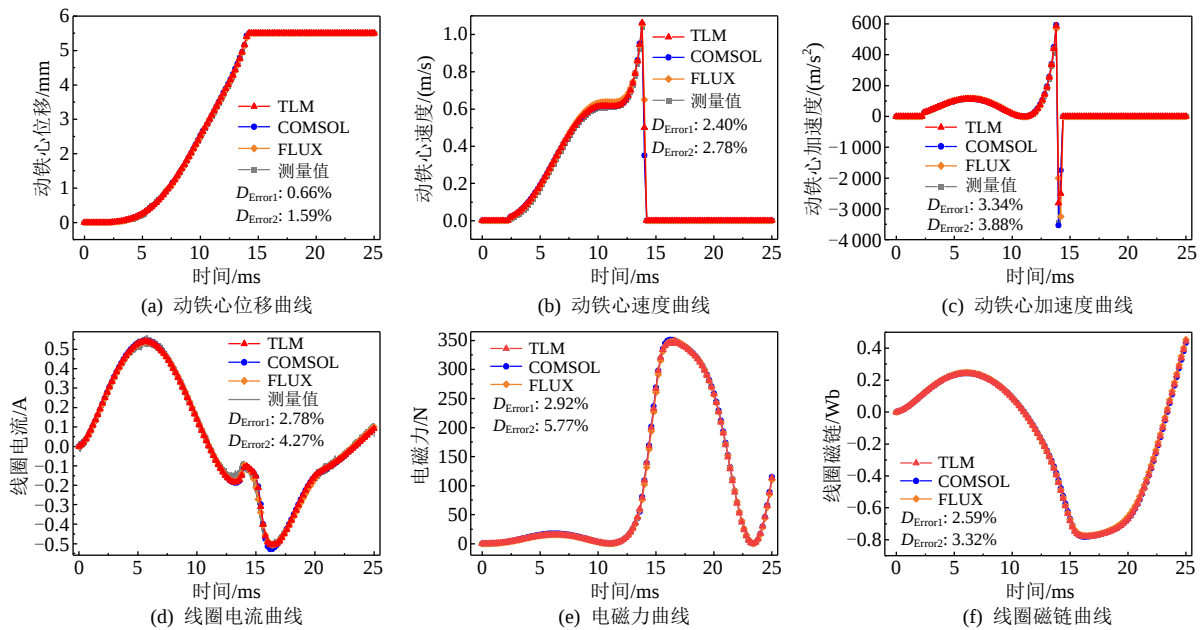


图 11 交流接触器的动态特性曲线

Fig. 11 Dynamic characteristics curves of AC contactor

### 3.3 求解效率比较

为了比较 TLM 和商用有限元软件 COMSOL Multiphysics® 求解交流接触器动态特性的计算效率，证明本文所提加速求解方法的可行性，在相同计算环境下采用 TLM 和 COMSOL Multiphysics® 求解交流接触器的动态特性。分别记录了 TLM 并行算法和 COMSOL Multiphysics® 求解交流接触器动态特性所消耗的总时间。图 12 给出 TLM 在不同线

从图 11 可以看出，当线圈上电后交流接触器在初始阶段会有一个启动过程。在开始阶段，线圈受到电源供电产生磁场，开始产生电磁力。随着时间的推移，电磁力逐渐增强，最终克服弹簧反力使触点完全吸合，这一动态过程是快速且连续的。进入稳定状态后，交流接触器可以可靠地传导电流和控制设备。因此，电磁系统的动态响应对于交流接触器的正常运行至关重要，必须充分考虑和评估其动态特性。同时，本文采用 TLM 求解的交流接触器动态特性曲线与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics® 以及实验测量结果的吻合度较高，误差小于 3%，证明了本文所提动态特性数值计算方法的准确性。此外，还发现 TLM 与 FLUX 的误差值要大于 COMSOL Multiphysics®，这是因为本文模型所使用的网格与 COMSOL Multiphysics® 完全一致，而 FLUX 使用的网格有所差异，从而导致 FLUX 的动态特性仿真结果与 TLM 的结果有一定差异，但 FLUX 与实验测量结果也非常吻合。

程数目下求解交流接触器的动态特性时，每个时间步所需的计算时间。图 12 的横轴表示动态特性的仿真时间，纵轴表示采用 TLM 计算每个时间步的动态特性时所需要的求解时间。

从图 12 可以看出，在接触器吸合附近时 TLM 的单步求解时间有明显增加。这是因为在交流接触器吸合的瞬间，接触器内部的电磁场和电流密度等参数会发生突变，非线性效应变得更加显著，从而

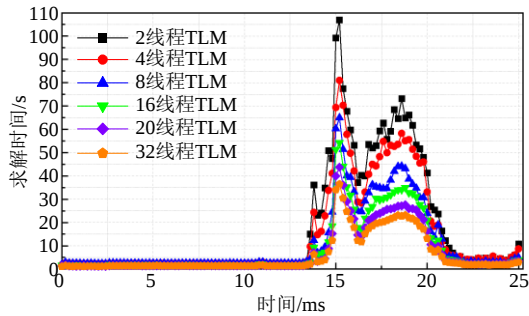


图 12 TLM 在不同线程数目下的动态特性求解信息对比图

**Fig. 12 Comparison of solution information of dynamic characteristics for TLM under different number of threads**

导致 TLM 在这些时刻的迭代步数和计算时间都大幅增加。另外，从图 12 还可以发现，随着线程数目的增加，并行计算的优势得以发挥，TLM 在每个时间步的计算时间有明显减少。但使用 20 线程和 32 线程的求解时间差别不大，这意味着使用 20 线程以上的规模加速效果不再明显。这是因为随着线程数量的增加，并行计算任务的分配和协调可能会变得更加复杂，线程数量过多会导致线程之间的通信和同步消耗更多的时间，这可能会抵消并行计算带来的性能提升。当所求解问题的规模和复杂度进一步提升时，例如三维问题，才能充分利用更多线程所提供的并行计算能力。因此，采用 TLM 求解大规模非线性问题时，提升硬件的并行计算能力即可实现数字样机模型的加速计算，非常适合大规模分网的计算。

表 1 给出 TLM 和 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>在不同线程数下求解交流接触器动态特性的计算总时间，其中第一列数字表示计算动态特性时使用的 CPU 线程数。

表 1 交流接触器二维 FEM 模型动态特性的  
计算总时间与线程数比较

**Table 1 Comparison of computational total time and number of threads for dynamic characteristics of two-dimensional FEM model of AC contactor**

| 线程数 | COMSOL <sup>TM</sup> /min | TLM/min | 加速比  |
|-----|---------------------------|---------|------|
| 2   | 71.6                      | 36.1    | 1.98 |
| 4   | 60.5                      | 29.9    | 2.02 |
| 8   | 49.7                      | 22.9    | 2.17 |
| 16  | 41.3                      | 18.4    | 2.24 |
| 20  | 34.7                      | 14.8    | 2.34 |
| 32  | 30.8                      | 12.5    | 2.46 |

从表 1 可以看出，TLM 在多线程并行计算条件下的计算速度明显快于 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>。在 2 线程时，TLM 的计算时间为 36.1 min，COMSOL

Multiphysics<sup>®</sup>的计算时间为 71.6 min，TLM 的计算速度仅比 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>快 1.98 倍。这是因为 TLM 进行内存分配和并行数据交互会花费一定的时间，采用较少的硬件资源进行计算无法凸显并行求解的优势，因此相较于 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>加速效果并不明显。但随着线程数的增加，TLM 的并行优势逐渐体现，TLM 的计算时间相较于 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>有明显下降。当线程数为 20 线程时，TLM 计算时间为 14.8 min，COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>的计算时间为 34.7 min，此时的加速比为 2.34，加速效果显著。随着线程数继续增加，在 32 线程时加速比达到了最大值 2.46。尽管此时的加速比达到了最大，但加速比的提升率却不再显著。32 线程比 20 线程多了 12 线程，但加速比却仅比 20 线程多了 0.12，并行效率较低，此时继续增加线程数并不能取得更好的并行效果。因此，采用 20 线程时 TLM 的并行效率较高，并行加速效果较好。综上所述，采用 TLM 并行算法求解交流接触器的动态特性能够取得较好的加速效果。同时，TLM 非常适合大规模非线性问题的求解，其加速效果会随着计算机硬件并行能力的提高而提升。

综上所述，在求解精度相同的条件下，TLM 的求解时间相较于 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>可以显著减少，本文案例中传输线并行算法的计算速度比 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>提升了 2.46 倍。数字样机模型求解效率的提升，对于减少电器产品的生产周期和成本具有重要意义。随着计算机并行能力的提升，TLM 的计算速度还能进一步提升，具有广阔的应用前景。

4 结论

为了快速计算交流接触器的动态特性，本文提出一种基于 TLM 的交流接触器动态特性有限元并行计算方法，从而实现交流接触器动态特性的加速求解。案例分析在一个交流接触器上展开，通过与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>和实验测量结果对比，验证了所提并行加速方法的准确性和有效性，并得出以下结论：

1) 动态特性数字样机模型考虑了电磁场、电磁力、机械运动和电路的耦合，计算结果与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>以及实验测量结果吻合较好。同时，本文所提数字样机建模方法可以扩展到其他结构和类型的交流电器产品中，提高

了数字样机建模方法的适用性。

2) TLM 可以将混合电路网络解耦为线性网络和非线性网络, 线性网络的导纳矩阵在每个时间步只需装配一次, 迭代过程保持不变; 非线性网络的单元等效电路可以实现大规模并行计算, 从而加速非线性瞬态磁场的求解。

3) 将传输线并行算法应用于二维交流接触器的动态特性求解中, 与商用有限元软件 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>进行了求解效率对比, 在相同计算环境下, 传输线并行算法的计算速度比 COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>提升了 2.46 倍。随着计算机硬件并行计算能力的提升, 其加速效果还能进一步提升。另外, 本文基于 TLM 提出的动态特性数值计算方法可以推广至三维仿真中应用, 具有较好的推广应用潜力。

## 参考文献

- [1] 李东晖, 周学, 王傲, 等. 考虑制造参数的批量化真空交流接触器机械寿命预测[J]. 电工技术学报, 2023, 38(7): 1982-1990.  
LI Donghui, ZHOU Xue, WANG Ao, et al. Mechanical life prediction of batch electromagnetic switches considering manufacturing parameters[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(7): 1982-1990(in Chinese).
- [2] 刘树鑫, 宋健, 刘洋, 等. 交流接触器触头系统运动分析及故障诊断研究[J]. 电工技术学报, 2021, 36(S2): 477-486.  
LIU Shuxin, SONG Jian, LIU Yang, et al. Research on motion analysis and fault diagnosis of contact system of AC contactor[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(S2): 477-486(in Chinese).
- [3] 汤龙飞, 郑兴新. 单稳态永磁接触器集成化磁链闭环控制技术[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(12): 4956-4966.  
TANG Longfei, ZHENG Xingxin. Integrated flux closed loop control technology for monostable permanent magnet contactor[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(12): 4956-4966(in Chinese).
- [4] LIU Peng, LIN Ning, DINAVAHI V. Integrated massively parallel simulation of thermo-electromagnetic fields and transients of converter transformer interacting with MMC in multi-terminal DC grid[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2020, 62(3): 725-735.
- [5] YANG Wenying, PAN Yuhang, QIU Zilan, et al. Electromagnetic transient model and field-circuit coupling numerical calculation of Sen transformer based on finite-element method[J]. Electric Power Systems Research, 2023, 214: 108941.
- [6] 杜太行, 崔景瑞, 孙曙光, 等. 基于混合式仿真模型的交流接触器动态特性研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(10): 187-194.  
DU Taihang, CUI Jingrui, SUN Shuguang, et al. Study on dynamic characteristics of AC contactor based on hybrid simulation model[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(10): 187-194(in Chinese).
- [7] 李奎, 段宇, 黄少坡, 等. 基于 Wiener 过程的交流接触器剩余电寿命预测[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(13): 3978-3986.  
LI Kui, DUAN Yu, HUANG Shaopo, et al. Residual electrical life prediction of AC contactor based on the wiener process[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(13): 3978-3986(in Chinese).
- [8] 张照资, 高偲智, 汪倩, 等. 自触型低压混合式直流断路器系统设计与开断特性研究[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(11): 4544-4556.  
ZHANG Zhaozi, GAO Sizhi, WANG Qian, et al. System design and breaking characteristics research of self-triggered low voltage hybrid DC circuit breaker[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(11): 4544-4556(in Chinese).
- [9] SHU Liang, WU Lang, WU Guichu, et al. A fully coupled framework of predicting the dynamic characteristics of permanent magnet contactor[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2016, 52(8): 8001607.
- [10] LI Yang, XU Shuiqing, CHEN Hongtian, et al. A general degradation process of useful life analysis under unreliable signals for accelerated degradation testing[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2023, 19(6): 7742-7750.
- [11] RONG Mingzhe, WANG Xiaohua, YANG Wu, et al. Mechanical condition recognition of medium-voltage vacuum circuit breaker based on mechanism dynamic features simulation and ANN[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2005, 20(3): 1904-1909.
- [12] RUDSARI F N, RAZI-KAZEMI A A, SHOOREHDELI M A. Fault analysis of high-voltage circuit breakers based on coil current and contact travel waveforms through modified SVM classifier[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2019, 34(4): 1608-1618.
- [13] 何晓燕, 许志红. 交流接触器虚拟样机设计技术[J]. 电工技术学报, 2016, 31(14): 148-155.  
HE Xiaoyan, XU Zhihong. Virtual prototyping technology of AC contactor[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(14): 148-155(in Chinese).
- [14] 林抒毅, 许志红. 交流接触器三维动态过程数值计算与分析[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(18): 2967-2975.  
LIN Shuyi, XU Zhihong. Simulations and numerical

- analysis on 3D dynamic process of alternating current contactors[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(18): 2967-2975(in Chinese).
- [15] 苏秀苹, 田海波, 穆思叶. 智能交流接触器电磁系统结构设计及优化[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(5): 43-50. SU Xiuping, TIAN Haibo, MU Siye. Structural design and optimization of electromagnetic system for intelligent AC contactor[J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(5): 43-50(in Chinese).
- [16] 杨文英, 刘兰香, 刘洋, 等. 考虑碰撞弹跳的接触器动力学模型建立及其弹跳特性影响因素分析[J]. 电工技术学报, 2019, 34(9): 1900-1911. YANG Wenying, LIU Lanxiang, LIU Yang, et al. Establishing of contactor dynamic model considering collision bounce and analysis of influencing factors of bounce characteristics[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(9): 1900-1911(in Chinese).
- [17] 杨文英, 郭久威, 王茹, 等. 继电器电磁机构电磁-热耦合模型建立与计算方法[J]. 电工技术学报, 2017, 32(13): 169-177. YANG Wenying, GUO Jiuwei, WANG Ru, et al. Establishing and calculating methods of electromagnetic-thermal coupling model of relay's electromagnetic mechanism[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(13): 169-177(in Chinese).
- [18] 杨文英, 刘兰香, 翟国富. 热场影响下新能源用接触器弹跳特性研究[J]. 电工技术学报, 2019, 34(22): 4687-4698. YANG Wenying, LIU Lanxiang, ZHAI Guofu. The bounce characteristics of contactors for new energy under the influence of thermal field[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(22): 4687-4698(in Chinese).
- [19] LIU Peng, DINAVAH V. Real-time finite-element simulation of electromagnetic transients of transformer on FPGA[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2018, 33(4): 1991-2001.
- [20] LIU Peng, DINAVAH V. Matrix-free nodal domain decomposition with relaxation for massively parallel finite-element computation of EM apparatus[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2018, 54(9): 7402507.
- [21] LI Jiacong, LIU Peng, DINAVAH V. Matrix-free edge-domain decomposition method for massively parallel 3-D finite element simulation with field-circuit coupling[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2020, 56(10): 7401013.
- [22] LIU Peng, LI Jiacong, DINAVAH V. Matrix-free nonlinear finite-element solver using transmission-line modeling on GPU[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(7): 7401605.
- [23] LOBRY J, TRECAT J, BROCHE C. The transmission line modeling(TLM) method as a new iterative technique in nonlinear 2-D magnetostatics[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1996, 32(2): 559-566.
- [24] 彭飞, 杨文英, 翟国富. 基于优化的传输线法的并行静磁场有限元方法[J]. 电工技术学报, 2019, 34(13): 2716-2725. PENG Fei, YANG Wenying, ZHAI Guofu. An optimized parallel transmission line iteration for parallel finite element analysis in magnetostatic field[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(13): 2716-2725(in Chinese).
- [25] 彭飞, 杨文英, 杨春玲. 基于传输线法的非线性静磁场四边形有限元加速求解方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(13): 3947-3954. PENG Fei, YANG Wenying, YANG Chunling. Acceleration of quadrilateral shape finite element method in nonlinear magnetostatics field based on transmission line method[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(13): 3947-3954(in Chinese).
- [26] 汤龙飞, 柯昌辉, 许志红. 智能单稳态永磁接触器动作特性的联合仿真[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(4): 1641-1651. TANG Longfei, KE Changhui, XU Zhihong. Co-simulation of action characteristics of intelligent monostable permanent magnet contactor[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(4): 1641-1651(in Chinese).



杨文英

在线出版日期: 2024-12-02。

收稿日期: 2024-07-08。

作者简介:

杨文英(1982), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电器多物理场耦合建模与虚拟样机设计技术、电器耐环境可靠性设计理论与技术, yangwy@hit.edu.cn;

\*通信作者: 潘宇航(1994), 男, 博士研究生, 研究方向为电器多物理场耦合数值计算、有限元并行算法, yhpan424@163.com;

鲍家璇(1998), 男, 硕士研究生, 研究方向为计算电磁学和多物理场耦合仿真, baojx0423@163.com。

(编辑 陈娟)