

基于碳排放流迭代算法的分布式碳表系统(一): 理论方法与分析

李业辉¹, 李姚旺¹, 刘昱良¹, 王毅², 包维瀚¹, 周特¹, 康重庆^{1,3}

(1. 清华四川能源互联网研究院, 四川省 成都市 610213;

2. 香港大学电机电子工程学系, 香港特别行政区 999077;

3. 清华大学电机工程与应用电子技术系, 北京市 海淀区 100084)

Distributed Carbon Meter System Based on Iterative Calculation of Carbon Emission Flow (I): Theoretical Method and Analysis

LI Yehui¹, LI Yaowang¹, LIU Yuliang¹, WANG Yi², BAO Weihang¹, ZHOU Te¹, KANG Chongqing^{1,3}

(1. Tsinghua Sichuan Energy Internet Research Institute, Chengdu 610213, Sichuan Province, China;

2. Department of Electrical and Electronic Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong SAR 999077, China;

3. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Haidian District, Beijing 100084, China)

ABSTRACT: The accurate and real-time carbon metering, as the driving force behind the ‘double carbon’ strategy, provides a quantitative basis for the carbon emission reduction, carbon markets and carbon trading. A carbon metering system depends on the robust carbon metering theories. However, the traditional calculation methods of carbon emission flow are insufficient to address the needs of the local carbon metering at the carbon emission sources. In response to the foregoing, this paper proposes an iterative calculation of carbon emission flow in the power system. Firstly, a mathematical model of the iterative method based on the adjacency characteristics of the buses is developed. The stability of convergence and the computability of the convergence times are then demonstrated based on the characteristics of the power grid flow. Furthermore, the practicality of utilizing the carbon meter devices to measure the carbon emission flow locally is analyzed, the synergy of the carbon meter devices in the source, network and load sides is investigated, and the applicability of the carbon meter devices in generalized bus scenarios is broadened. Finally, simulation examples of a 4-bus system and the IEEE 14-bus system are used to validate the high efficiency and accuracy of the proposed iterative method. The method

proposed in this research provides a theoretical foundation for the hardware implementation of the distributed carbon meter system.

KEY WORDS: low-carbon electricity; carbon metering; carbon emission flow; carbon meter device; iterative method

摘要: 作为“双碳”策略的底层驱动, 精确、实时的碳计量为碳减排、碳市场和碳交易的标准提供了量化依据。碳计量体系依赖于健全的碳计量理论, 但传统的电力系统碳排放流计算方法无法满足在碳排放源本地进行碳计量的需求。针对该问题, 该文提出一种用于电力系统碳排放流计算的迭代算法。首先, 基于电力系统节点的邻接特性, 建立了迭代算法的数学模型; 之后, 根据电网潮流的特点, 证明了迭代收敛的稳定性和收敛次数上下限的可计算性; 此外, 分析了利用碳表装置在本地计算碳排放流的可行性, 研究了源网荷各环节碳表装置的协同性, 并拓展了碳表装置在广义节点场景中的应用。最后, 以4节点系统和IEEE 14节点系统为仿真算例, 验证了所提迭代算法的高效率和准确性。该文提出的碳排放流的迭代算法为后续分布式碳表系统的硬件实现奠定了理论基础。

关键词: 低碳电力; 碳计量; 碳排放流; 碳表装置; 迭代法

DOI: 10.13335/j.1000-3673.pst.2023.0476

0 引言

电力行业作为重要的能源部门, 其碳排放量接近全国碳排放总量的一半, 减少电力系统的二氧化碳排放和发展低碳经济的问题亟待解决^[1]。作为碳达峰、碳中和的重要手段, 精确的碳计量对于高效地管理碳排放是至关重要的^[2]。

基金项目: 四川省重点研发计划项目(2021ZYCD007); 国家自然科学基金重点项目(52130702); 清华四川能源互联网研究院内创新计划项目“基于碳排放流理论的电力系统全环节碳计量方法及平台开发”。

Project Supported by Key R&D Program of Sichuan Province (2021ZYCD007); National Natural Science Foundation of China (Key Program) (52130702); Innovation Project of Tsinghua Sichuan Energy Internet Research Institute “Carbon Metering Method and Platform for Power System Based on Carbon Emission Flow Theory”.

目前碳排放核算的常用方法是宏观统计法和生命周期分析法。宏观统计法使用化石燃料的发电消耗量和不同化石燃料的排放因子来计算碳排放量^[3]。生命周期分析法从“时间线”角度估计碳排放量，研究整个产品或服务寿命期内的碳足迹和环境因素^[4]。这2种直接碳排放核算方法被广泛应用于计算发电侧的碳排放。然而使用电力的主体是用户，仅要求发电厂实现节能减排而忽视用户的需求是不合理的，实现节能减排的目标需要用用户的共同参与。

对电力行业而言，间接碳排放将电力系统碳排放责任从源侧传导至荷侧^[5]。电力系统碳排放流理论为电力系统的间接碳计量提供了新的研究思路^[6]。碳随二次能源流动而转移，虚拟的碳排放流依附于电力潮流存在且随潮流沿电网移动，直至用电终端。通过分析虚拟碳排放流，将发电过程中产生的碳排放传导至用户，从而研究用户用电行为差异对碳排放的影响，以推进减碳政策的实施和引导用户的减碳行为。

未来随着风电、光伏等各类可再生能源的广泛接入，新型电力系统中电源出力将会呈现出季节特性、区域聚集特性和时段特性等。碳排放流计算得到的用电侧碳排放因子体现出了碳排放的时空差异性，引起了学者们对碳排放流理论的广泛研究。文献[6-8]首先提出了电力系统碳排放流的基本概念，建立了以支路碳流率、网损碳流率、节点碳势等为核心的基本度量指标；提出了基于潮流分析的电力系统碳排放流计算方法；分析了碳排放流在电力网络中的分布特性与传输机理。在此基础上，文献[9]将递推的思想引入碳排放流计算，以发电侧碳排放强度为边界条件依次求解网络中所有节点的碳排放因子。

考虑到网损及无功潮流对碳排放流计算的影响，碳排放流理论得到进一步的完善和改进。碳排放流追踪建立在潮流追踪的理论基础之上，潮流追踪主要包括2种方式，即有功潮流追踪和复功率潮流追踪。

文献[10-11]提出解决有功潮流追踪问题的基本理论和方法，并将比例共享原则引入潮流追踪算法；文献[12]以比例共享原则为基础，建立电力碳排放区域分摊的碳排放流追踪模型，但算法中存在较多假设和近似计算；文献[13]通过计算线路等效传输功率和负荷节点等效负荷需求，把网络损耗责任分摊到负荷，进而将有损网络转换成无损网络。文献[14]根据发电机与负荷间的直接功率传递关

系，将网损产生的碳排放归算至电源侧。

文献[15]首先提出基于复功率潮流追踪的分析方法和面向全网用户的网损分摊方法；文献[16]基于复比例共享的原则，在复功率潮流追踪的基础上建立了碳排放流追踪模型；文献[17]采用复功率跟踪的思想，通过引入网损分配系数 β ，将网损责任同时分摊给用户侧和电源侧，建立了网损碳排放的双向分摊模型；文献[18]基于节点导纳矩阵运算，提出一种复功率潮流追踪方法，并给出电源、负荷及线路网损三者之间碳排放量分布关系的解析表达式。除此之外，文献[19]基于矩阵理论，采用方程对输电线损进行分摊；文献[20]采用图论法将复杂潮流图等价表示为加权有向潮流图，实现碳排放流的逐级传递和流向分布；二者都在一定程度上解决了无环流情况下的复功率潮流追踪问题。

综上所述，现有碳排放流的计算方法主要包括矩阵求解法^[7,10-19]、图论法^[20]和递推法^[9]。然而，3种方法都是以获取整个电力系统的拓扑结构和潮流分布为前提条件。因此，现有碳排放流算法的运算由中心系统完成，不仅需要高额算力和存储资源支撑，而且潮流数据采集的实时性难以保证。由电网潮流特点可知，计算碳排放流本质上是大规模稀疏矩阵求逆，迭代法的效率明显高于矩阵求解法^[21]，且更符合虚拟碳排放流的动态特性。重要的是，迭代法中每步运算可以并行独立执行，每个节点仅需要获取本地和相邻节点的信息，这使得利用碳表装置在电力系统中各碳排放源本地完成碳计量成为可能。其中，碳表装置的定义为：用于实时计量和记录电力能源系统中间接碳排放基本指标的表计^[22]。

因此，本文基于电力系统节点的邻接特性，提出了一种碳排放流的迭代算法。随后证明了该迭代算法的收敛性，构建了迭代收敛次数和电网拓扑之间的关系。然后分析了碳表装置完成碳排放流迭代计算的过程，讨论了源网荷各环节碳排放流计算的差异性和协同性，并拓展了以区域作为广义节点中碳排放流的计算方法。最后，分别以4节点系统和IEEE 14节点系统为算例，与矩阵运算结果相比，对碳排放流迭代算法的有效性进行了验证。

1 碳排放流的迭代算法

本节从去中心化的思想出发，在碳排放流理论的基础上建立了迭代算法的数学模型。然后证明了迭代算法的收敛性，给出了收敛次数上下边界的计算方法。本节对推动碳计量从理论到实践工程化的发展具有重要意义。

1.1 碳排放流迭代法的数学模型

电力系统中的潮流分布于由发电厂、变电站等连接起来的电网之中，而电网由一系列的节点和支路组成^[6]。电力系统碳排放流与潮流间存在依附关系，影响系统潮流分布的因素均会对碳排放流分布产生影响，如网络拓扑、线路和变压器阻抗、机组出力和节点负荷等因素。换句话说，电力系统碳排放流耦合于电力潮流，碳排放流常用2个指标来度量：节点碳排放因子用于描述某一节点消费单位电量对应的间接碳排放，支路碳流密度用于描述某一线路流过单位电量对应的间接碳排放。根据碳排放流的公平性原则^[6]，某一节点所有流出支路的碳流密度与该节点的碳排放因子相等。因此，追踪碳排放流的首要目标是计算各节点碳排放因子。

根据比例分配原则，节点*i*的碳排放因子的计算公式为

$$e_i = \frac{\sum_{b \in I_i^+} (P_b \rho_b) + \sum_{s \in T_i^+} (G_s e_s)}{\sum_{b \in I_i^+} P_b + \sum_{s \in T_i^+} G_s} \quad (1)$$

式中： I_i^+ 和 T_i^+ 分别表示所有向节点*i*注入有功功率的支路集合和与节点*i*相连的发电机组集合； P_b 表示支路*b*的有功功率； ρ_b 表示支路*b*的支路碳流密度； G_s 表示发电机组*s*出力的有功功率； e_s 表示发电机组*s*的碳排放因子。

如图1所示，节点*i*的所有注入支路 b_1, \dots, b_n 的碳流密度与其注入节点 j_1, \dots, j_n 的碳排放因子相等。因此，节点*i*的碳排放因子可以由其注入支路的注入节点 j_1, j_2, \dots, j_n 的碳排放因子来表示

$$e_i = \frac{\sum_{j \in I_i^+} (P_{j \rightarrow i} e_j) + \sum_{s \in T_i^+} (G_s e_s)}{\sum_{j \in I_i^+} P_{j \rightarrow i} + \sum_{s \in T_i^+} G_s} \quad (2)$$

式中： $P_{j \rightarrow i}$ 表示节点*j*向节点*i*注入的有功功率； e_j 表示注入节点*j*的碳排放因子。节点碳排放因子方程(2)是一个线性方程，可表示为

$$\left(\sum_{j \in I_i^+} P_{j \rightarrow i} + \sum_{s \in T_i^+} G_s \right) e_i - \sum_{j \in I_i^+} (P_{j \rightarrow i} e_j) = \sum_{s \in T_i^+} (G_s e_s) \quad (3)$$

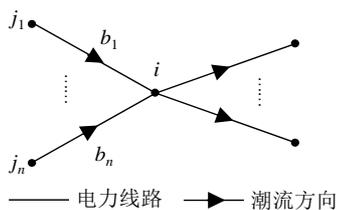


图1 电力网络中节点潮流示意图

Fig. 1 Diagram of power flow through buses in a power network

对于由*n*个节点组成的电力系统，每一个节点的碳排放因子可以由式(3)中的线性方程来表示

$$\begin{cases} \left(\sum_{j \in I_1^+} P_{j \rightarrow 1} + \sum_{s \in T_1^+} G_s \right) e_1 - \sum_{j \in I_1^+} (P_{j \rightarrow 1} e_j) = \sum_{s \in T_1^+} (G_s e_s) \\ \left(\sum_{j \in I_2^+} P_{j \rightarrow 2} + \sum_{s \in T_2^+} G_s \right) e_2 - \sum_{j \in I_2^+} (P_{j \rightarrow 2} e_j) = \sum_{s \in T_2^+} (G_s e_s) \\ \vdots \\ \left(\sum_{j \in I_n^+} P_{j \rightarrow n} + \sum_{s \in T_n^+} G_s \right) e_n - \sum_{j \in I_n^+} (P_{j \rightarrow n} e_j) = \sum_{s \in T_n^+} (G_s e_s) \end{cases} \quad (4)$$

线性方程组(4)的矩阵形式可表示为

$$(\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_B^T) \cdot \mathbf{E}_N = \mathbf{P}_G^T \cdot \mathbf{E}_G \quad (5)$$

式中： \mathbf{P}_N 为节点有功通量矩阵，为*N*阶对角阵，第*i*行对角元素 P_{Nii} 表示支路和机组注入节点*i*的有功功率之和； \mathbf{P}_B 为支路潮流分布矩阵，为*N*阶方阵，非对角元素 P_{Bij} 表示节点*j*注入节点*i*的有功功率； \mathbf{E}_N 为节点碳排放因子向量； \mathbf{P}_G 为机组注入分布矩阵； \mathbf{E}_G 为机组碳排放因子向量。

由电力系统潮流的特点可知， \mathbf{P}_N 所有非对角元素等于0， \mathbf{P}_B^T 中所有对角元素等于0且位置对称的非对角元素至少一个为0，所以求解 \mathbf{E}_N 的过程本质上是稀疏矩阵求逆。对于大规模的电力系统，不适合采用高斯消元、矩阵分解等直接法通过矩阵运算来求解。迭代法被认为是求解大规模稀疏矩阵的有效方法之一^[21]。

式(5)中线性方程组的系数矩阵为 $\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_B^T$ 。为求解迭代矩阵，将系数矩阵分割为3部分的和，其中 \mathbf{D} 为对角矩阵， \mathbf{L} 为严格下三角矩阵， \mathbf{U} 为严格上三角矩阵。因为 \mathbf{P}_N 为对角矩阵，所以 \mathbf{P}_N 等于 \mathbf{D} ，且 \mathbf{P}_B^T 等于 $-(\mathbf{L} + \mathbf{U})$ 。则Jacobi迭代法中迭代矩阵为

$$\mathbf{B} = -\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{U}) = \mathbf{P}_N^{-1} \mathbf{P}_B^T \quad (6)$$

电力网络中的悬空节点与其他节点之间的线路没有潮流经过，所以将不会对电力系统碳排放流的计算产生影响^[20]。若所有悬空节点在计算碳排放流时都被剔除，电网变为连通网络，则 \mathbf{P}_N 的对角元素不存在非零元。由此分析， \mathbf{P}_N 的可逆性得以保证。

节点碳排放因子迭代方程的矩阵形式为

$$\mathbf{E}_N^{(k+1)} = \mathbf{P}_N^{-1} \cdot \mathbf{P}_B^T \cdot \mathbf{E}_N^{(k)} + \mathbf{P}_N^{-1} \cdot \mathbf{P}_G^T \cdot \mathbf{E}_G \quad (7)$$

式中 $\mathbf{E}_N^{(k)}$ 表示*k*次迭代后的节点碳排放因子向量。

从整个电力系统的视角来看，以潮流分布、机组注入分布和碳排放因子作为边界条件，从任意的初始向量 $\mathbf{E}_N^{(0)}$ 开始进行迭代计算。每次迭代后产生的节点碳排放因子向量作为下一次迭代的初值，经过*k*+1次线性迭代直到结果收敛至 $\mathbf{E}_N^{(k+1)}$ 。实际上，每次迭代过程都是在逐次逼近收敛的节点碳排放

因子向量 $\mathbf{E}_N^{(k+1)}$ 。

节点碳排放因子迭代方程的分量形式为

$$\left\{ \begin{aligned} e_1^{(k+1)} &= \frac{\sum_{j \in I_1^+} (P_{j \rightarrow 1} e_j^{(k)}) + \sum_{s \in T_1^+} (G_s e_s)}{\sum_{j \in I_1^+} P_{j \rightarrow 1} + \sum_{s \in T_1^+} G_s} \\ e_2^{(k+1)} &= \frac{\sum_{j \in I_2^+} (P_{j \rightarrow 2} e_j^{(k)}) + \sum_{s \in T_2^+} (G_s e_s)}{\sum_{j \in I_2^+} P_{j \rightarrow 2} + \sum_{s \in T_2^+} G_s} \\ &\vdots \\ e_n^{(k+1)} &= \frac{\sum_{j \in I_n^+} (P_{j \rightarrow n} e_j^{(k)}) + \sum_{s \in T_n^+} (G_s e_s)}{\sum_{j \in I_n^+} P_{j \rightarrow n} + \sum_{s \in T_n^+} G_s} \end{aligned} \right. \quad (8)$$

式中 $e_n^{(k+1)}$ 表示节点 n 第 $k+1$ 次迭代计算得到的节点碳排放因子。

对于电力网络这样由众多节点构成的分布式网络来说，各个节点之间以电力潮流作为桥梁，但并不存在一个中心节点。电力系统中各个节点根据相邻节点的碳排放因子和潮流分布，在本地经过有限次的迭代运算求得本节点的碳排放因子。每经过一次迭代，节点只需执行一次线性方程运算和存储上一次和本次迭代的中间数据。换句话说，本文提出的碳排放流迭代算法将中心化矩阵运算的算力和存储负担，分配给分布在电网中的各个独立节点。采用并行处理分解计算量将会显著提高碳排放流计算的整体效率。

1.2 碳排放流迭代算法的收敛性

迭代法在高维度病态的线性方程组问题上常常出现无法收敛或无法求解的情况。迭代法的收敛性只取决于迭代矩阵的谱半径，本节对所提的迭代算法求解碳排放流的收敛性进行推导证明。

根据矩阵 \mathbf{P}_N 和 \mathbf{P}_B 的性质， \mathbf{P}_N^{-1} 为对角矩阵， \mathbf{P}_B^T 中所有对角元素全为 0，则迭代矩阵 \mathbf{B} 的对角元素全为 0，那么矩阵 $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{B}$ 的对角元素全为 λ ，且 $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{B}$ 的非对角元素中非 0 元素的个数和相对位置决定于 \mathbf{P}_B^T 。

若 $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{B}$ 的下三角部分存在非零元素，则可从其第一列开始，从上到下，将该列所有非零元素通过线性变换消为零。根据 \mathbf{P}_B 矩阵的性质， $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{B}$ 的非对角位置若存在非零元素 $B_{ij} \neq 0$ ，则其对称位置必有 $B_{ji} = 0$ 。则在下三角非零元消去的过程中，不会改变对角元素的值。将此操作逐行逐列进行，可将 $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{B}$ 变换为一个上三角阵，而其对角元素不发生改变。

由此分析， $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{B}$ 的行列式值即为对角线元素 λ

之积，故迭代矩阵 \mathbf{B} 的特征值全为 0。谱半径的定义为矩阵所有特征值模的最大值，所以迭代矩阵 \mathbf{B} 的谱半径 $\rho(\mathbf{B})$ 为 0。Jacobi 迭代法的收敛条件为

$$\rho(\mathbf{B}) < 1 \quad (9)$$

显然，该迭代运算必定收敛，与系统拓扑、潮流分布和机组参数等边界条件等均无关。

迭代算法的收敛速度是衡量工程可行性的决定性因素，而收敛速度与迭代矩阵的构建有关。通常情况下，迭代速度与谱半径大小成反比，可表示为

$$R(\mathbf{B}) = -\ln \rho(\mathbf{B}) \rightarrow +\infty \quad (10)$$

因此，本文提出的碳排放流迭代算法采用的迭代矩阵为最优解，且适用于任何不存在悬空节点的电力系统。

1.3 碳排放流迭代算法的收敛次数

电力系统中潮流是不断变化的，但通常认为一定时间内潮流有功功率基本保持不变，所以集中器每间隔一段时间才会采集一次潮流数据。同样，碳排放流数据也可以根据用户需求确定更新频率。然而与潮流数据传感计量的方式不同，碳排放流数据是经过多次迭代至收敛求得，迭代过程须在碳排放流的更新周期内完成。收敛次数的确定可以提前计算出迭代过程所需的时间复杂度。本节对所提迭代算法求解碳排放流的收敛次数区间范围进行推导计算。

迭代矩阵 \mathbf{B} 的特征值全为 0 与 \mathbf{B} 为幂零矩阵互为充要条件。根据幂零矩阵的性质，对于矩阵 \mathbf{B} ，必定存在正整数 k ，使得 $\mathbf{B}^k = \mathbf{0}$ 。为更直观表示，将式(7)用一般化迭代方程 $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{B}\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{f}$ 代替，则其迭代至收敛的过程为

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{x}^{(1)} &= \mathbf{B}\mathbf{x}^{(0)} + \mathbf{f} \\ \mathbf{x}^{(2)} &= \mathbf{B}^2\mathbf{x}^{(0)} + \mathbf{B}\mathbf{f} + \mathbf{f} \\ &\vdots \\ \mathbf{x}^{(k)} &= \mathbf{B}^k\mathbf{x}^{(0)} + \mathbf{B}^{k-1}\mathbf{f} + \mathbf{B}^{k-2}\mathbf{f} + \cdots + \mathbf{f} = \\ &\quad \mathbf{B}^{k-1}\mathbf{f} + \mathbf{B}^{k-2}\mathbf{f} + \cdots + \mathbf{f} \\ \mathbf{x}^{(k+1)} &= \mathbf{B}^k\mathbf{f} + \mathbf{B}^{k-1}\mathbf{f} + \cdots + \mathbf{f} = \\ &\quad \mathbf{B}^{k-1}\mathbf{f} + \mathbf{B}^{k-2}\mathbf{f} + \cdots + \mathbf{f} = \\ &\quad \mathbf{x}^{(k)} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

由式(11)可知，在经过 k 次迭代后，节点碳排放因子向量已不再随迭代次数的增加而改变，说明 k 为碳排放流迭代法的收敛次数。

同时，由幂零矩阵的性质可知^[23]，幂零矩阵 \mathbf{B} 的指数 k 与为幂零矩阵 \mathbf{B} 的秩的关系为

$$\frac{n}{n - r(\mathbf{B})} \leq k \leq r(\mathbf{B}) + 1 \quad (12)$$

式中： $r(\mathbf{B})$ 表示迭代矩阵 \mathbf{B} 的秩； n 表示迭代矩阵

B 的阶数,即电力系统中总节点数。

这里首先定义2个概念:

1) 纯电源节点为有功潮流只由机组注入的节点,将网络中纯电源节点数记为 n_s 。

2) 纯负荷节点为有功潮流只注入到负荷的节点,将网络中纯负荷节点数记为 n_l 。

由于 P_N 的对角元素全不为0,所以 P_N 是满秩矩阵。则迭代矩阵 B 的秩只取决于 P_B^T 的秩。在 P_B^T 矩阵中第 i 行和第 i 列分别表示,从其他节点注入节点 i 和节点 i 流出到其他节点的有功功率。所以,对于纯电源节点 i , P_B^T 矩阵中第 i 行元素全为0;对于纯负荷节点 i , P_B^T 矩阵中第 i 列元素全为0。因此有

$$r(B) = n - \max\{n_s, n_l\} \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)可得迭代算法收敛次数的表达式为

$$\frac{n}{\max\{n_s, n_l\}} \leq k \leq n - \max\{n_s, n_l\} + 1 \quad (14)$$

由式(14)可知,迭代法的收敛次数与总节点数、纯电源节点和纯负荷节点数有关。若电力系统的拓扑确定,可以根据节点信息求得迭代收敛所需的边界次数。无论潮流分布如何,碳排放流迭代算法的收敛次数都介于二者之间。

2 碳排放流在本地计算的实现方式

电力潮流是网络中流过各节点和支路的能量流,因此获取潮流状态对电力系统的规划和运行具有重要意义。其中,电能表作为计量支路电能的表计被广泛应用。直观上,电力系统碳排放流相当于给每条支路上的潮流加上碳排放的标签^[7]。因此,碳排放流的本地计量也需安装相应的计算支路碳流密度的碳表装置,简称为碳表。迭代法将中心系统的碳排放流计算任务分割成若干个碳表中的计算子任务。

节点流出支路的碳流密度与该节点碳排放因子相同,因此支路上的碳表只需计算其注入节点的碳排放因子。由式(1)可知,节点碳排放因子由注入支路的碳排放流和发电机组产生的碳排放流共同决定。所以计算本节点碳排放因子的前提是获取所有注入支路和与该节点相连机组的流出支路对应的碳流密度和有功功率,分别记作碳信息和电信息。

如图2所示,将支路 b_1, \dots, b_5 的碳流密度和有功功率分别记为 ρ_1, \dots, ρ_5 和 P_1, \dots, P_5 。由于碳表1和2位于碳表3注入节点 j_3 的注入支路,所以称1和2为3的上游碳表,同理称位于其流出节点 j_4 的流出支路

的4和5为3的下游碳表。

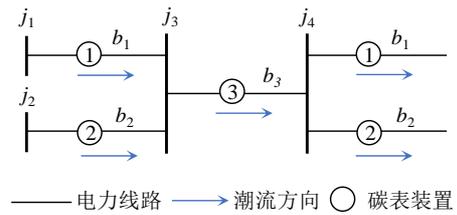


图2 电力系统中碳表装置示意图

Fig. 2 Diagram of carbon meter device in power system

如图3所示,碳表需要与其上下游碳表进行电碳信息交互。以计算支路 b_3 的碳流密度为例,碳表在本地计算碳排放流的具体步骤如下:

- 1) 碳表3获取本支路 b_3 的有功功率数据 P_3 。
- 2) 上游碳表1和2分别向碳表3通信下发支路 b_1 、 b_2 的碳流密度 ρ_1 、 ρ_2 和有功功率 P_1 、 P_2 。
- 3) 碳表3接收上游碳表下发的数据,通过式(8)在本地进行迭代运算,计算出本次迭代中节点 j_3 的碳排放因子,也即是本支路 b_3 的碳流密度 ρ_3 。
- 4) 碳表3分别向下游碳表4、5通信下发本支路 b_3 的碳流密度 ρ_3 和有功功率 P_3 。

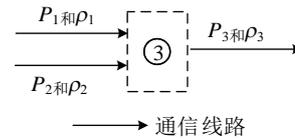


图3 碳表装置通信过程示意图

Fig. 3 Diagram of communication process of carbon meter device

依靠电力系统中节点之间的邻接特性,上下游碳表需要交互本地的电碳信息。各级碳表基于碳排放流的迭代算法,计算出注入节点的碳排放因子,即所在支路的碳流密度。最终,用户侧碳排放因子可以由机组出力的电信息和碳信息作为输入,沿着潮流流动的方向经多次迭代求得。每次迭代过程可以被看作碳排放流沿着潮流方向从电源侧向用户侧逐渐流动,这体现出碳排放流动态特性。

3 源-网-荷侧碳排放流的协同计算

在电力系统中,碳排放流从电厂出发,随潮流在电网中流动,流入用户负荷,最终由用户消费电量造成碳排放^[6]。为厘清碳排放从“源头”到“出口”的责任转移和分摊,除了要在源侧和荷侧进行碳计量,更重要的是网侧“路程上的计量”。如图4所示,针对源、网、荷环节碳排放流的特性,根据安放位置,计算方式和通信路径的不同,碳表装置可以分为源侧碳表、网侧碳表和荷侧碳表。源、网、荷侧碳表的均基于本地电计量和各环节碳表之间的协同和碳计量信息交互,计算本地碳排放因子,

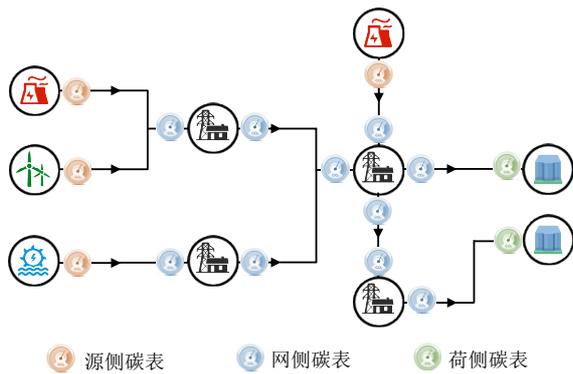


图4 电力系统源网荷侧碳表部署示意图

Fig. 4 Diagram of deployment of carbon meter on the source-, grid- and load-side in power system

进而实现全环节时空差异碳排放流的计算。

3.1 源侧碳表

源侧碳表主要用于实时计量电源侧发电产生的直接碳排放量，所以源侧碳表的部署位置为各机组出线。

源侧碳表根据发电厂的实时煤耗和所用煤炭的排放系数，计算发电厂的碳排放因子，作为机组流出支路的碳流密度。对于清洁能源电厂如水电厂、风电厂和分布式光伏电源来说，发电过程不产生额外碳排放，因此可以认为它们的碳排放因子为0。源侧碳表获取煤炭数据的方式是直接输入，所以其不存在上游碳表，只需要向下游网侧碳表交互本地的电碳信息。

3.2 网侧碳表

网侧碳表主要用于实时计量电网侧各线路上流过潮流对应的碳排放量，所以网侧碳表的部署位置为变电站进出线。

网侧碳表根据上游源侧碳表和网侧碳表的有功功率和碳流密度，计算出注入节点的碳排放因子，即本支路的碳流密度。然后进一步结合本地有功功率，计算本支路碳流率和流经本支路潮流对应的碳排放量。此外，网侧碳表不仅需要接收由上游源侧碳表和网侧碳表下发的电碳信息，还需要向下游荷侧碳表下发本地电碳信息。网侧碳表与邻居网侧碳表之间不断共享交互电碳信息，以支撑荷侧间接碳排放的准确计量。

3.3 荷侧碳表

荷侧碳表主要用于实时计量负荷侧用户电力消费对应的间接碳排放量，所以荷侧碳表的部署位置为各用户负载进线。

荷侧碳表中碳排放流计算方式与网侧碳表相同，根据网侧碳表的有功功率和碳流密度，计算出注入节点的碳排放因子，然后进一步结合用户有功

功率，计算荷侧碳排放因子和累计碳排放量，并将碳排放因子和累计碳排放量等数据呈现给用户。作为通信网络末端，荷侧碳表只需要接收上游网侧碳表而不需要下发电碳信息。

4 广义节点中碳排放流的计算

对于电网来说，配电网大量的节点和支路使得碳排放流计算较为复杂。对于用户来说，用电侧的碳排放因子往往呈现区域特性。考虑到不同应用场景的需求，碳排放流计算的空间分辨率应具有差异性。除电网中的各实际节点外，可以将一个区域、一个村镇甚至是一个城市等闭合空间分割为广义节点。如图5(a)所示，广义节点是一个多端口网络，无论其内部结构多么复杂，流入该网络的功率之和一定等于流出的功率和网损之和。所以广义节点仍然可以作为一个节点参与碳排放流的迭代运算。该空间内所有节点全部采用广义节点的整体碳排放因子。

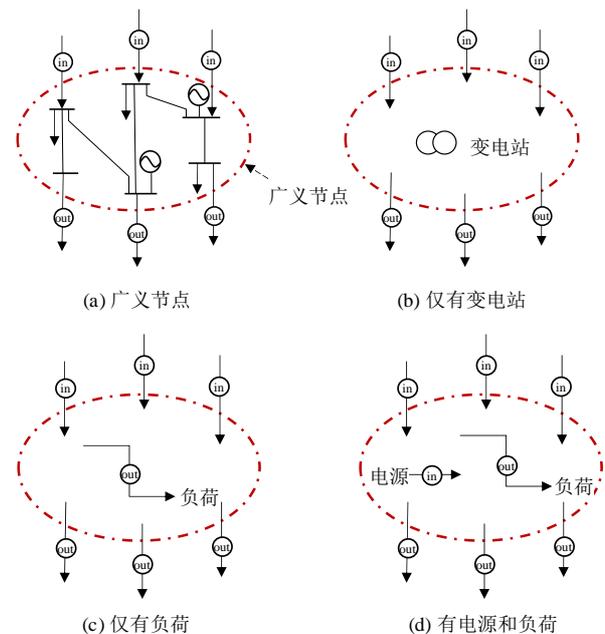


图5 电力系统广义节点碳表部署示意图

Fig. 5 Diagram of deployment of carbon meter at generalized bus in power system

如图5所示，广义节点处碳排放流的计算需要在特定位置安装碳表。根据区域内的具体的网络结构，碳表的安放位置有所不同，主要包含以下3种情况：

1) 如图5(b)所示，广义节点内的电力系统仅由变电站构成，如配电网中的某些区域。碳表只需安装在广义节点的各进出线路。

2) 如图5(c)所示，广义节点内的电力系统包含负荷，如某个用户集群。碳表需安装在广义节点各进出线路以及负载进线。

3) 如图 5(d)所示, 广义节点内的电力系统同时包含电源和负载, 如微电网。碳表需安装在广义节点的各进出线路、电源出线以及负载进线。

广义节点的碳排放因子是由其出线的碳表以其进线的碳表作为上游碳表, 执行碳排放流的迭代计算得到的。为兼顾可行性和公平性, 随着碳计量体系的完善, 未来以某个区域作为广义节点参与碳排放流计算将可能成为常态。

5 算例分析

本节分别以 2 机 4 节点系统为例, 说明了迭代法的计算过程; 以 IEEE 14 节点标准系统为例, 验证了迭代法的收敛性和收敛次数。

5.1 2 机 4 节点系统

采用如图 6 所示的 2 机 4 节点系统对本文提出的方法进行验证。图 6 中: 箭头代表潮流方向; 每条支路旁的数字代表有功功率大小, 单位为 MW; 节点旁带有下划线的数字代表节点编号。

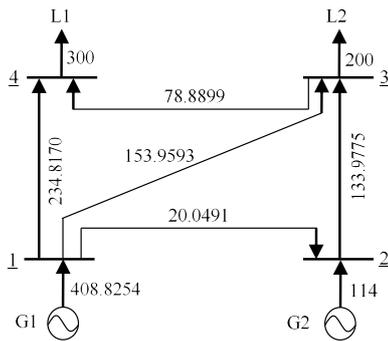


图 6 2 机 4 节点系统拓扑
Fig. 6 Topology of 4-bus system with 2 units

图 6 中节点 1 和节点 2 分别接入 1 台火电机组 G1 和 G2, 设定 G1 和 G2 的机组碳排放因子分别为 0.1682、0.8310 kgCO₂/(kW·h)。以机组参数作为边界条件, 每个节点根据式(8)计算本次迭代中本节点的碳排放因子结果。在下一迭代中, 将本次迭代中的结果作为初值继续进行迭代。经过有限次迭代计算后, 所有节点的碳排放因子收敛至一定值, 即为碳排放流追踪的结果。

利用本文所提出的迭代法求解节点碳排放因子的过程如表 1 所示, 其中 $e_n^{(k)}$ 表示节点 n 第 k 次迭代计算得到的碳排放因子, 碳排放因子结果保留至小数点后 4 位。假设所有节点的初始碳排放因子为 0。节点 1 的有功潮流仅由机组 G1 注入, 所以经过 1 次迭代后, 节点 1 的碳排放因子达到收敛值。同理, 节点 2 的有功潮流由节点 1 和机组 G2 注入, 由于节点 2 在第二次迭代时采用节点 1 第一次迭代的结果, 且节点 1 的碳排放因子在经过 1 次迭代后

表 1 2 机 4 节点系统中节点碳排放因子的迭代计算过程
Table 1 Iterative calculation process of nodal carbon intensities in 4-bus system with 2 units

节点编号	节点碳排放因子/(kgCO ₂ /(kW·h))					
	$e_n^{(0)}$	$e_n^{(1)}$	$e_n^{(2)}$	$e_n^{(3)}$	$e_n^{(4)}$	$e_n^{(5)}$
1	0	0.8310	0.8310	0.8310	0.8310	0.8310
2	0	0.1430	0.2673	0.2673	0.2673	0.2673
3	0	0	0.5109	0.5687	0.5687	0.5687
4	0	0	0.6220	0.7505	0.7650	0.7650

收敛。因此经过 2 次迭代后, 节点 2 的碳排放因子才达到收敛值。此外, 所有节点第五次迭代后碳排放因子结果与第四次迭代后节点碳排放因子结果完全一致。这说明对于 2 机 4 节点系统来说, 经过 4 次迭代即可求得所有节点的碳排放因子收敛值。

5.2 IEEE 14 节点系统

本文提出的碳排放流迭代算法同样也适用于拓扑相对复杂的电力系统。采用如图 7 所示的 IEEE 14 节点系统对本文提出的方法和理论进一步进行验证。

根据参考文献[7]给定的机组参数, 设定 G1 为燃煤机组, 其碳排放因子为 0.875 kgCO₂/(kW·h); G2 和 G4 为燃气机组, 其碳排放因子分别为 0.525、0.520 kgCO₂/(kW·h); G3 和 G5 分别为分布式风力发电机组和水电机组, 其碳排放因子为 0。

利用本文所提出的迭代法求解图 7 中各节点碳排放因子的过程如表 2 所示, 其中 $e_n^{(k)}$ 表示节点 n 经过 k 次迭代计算后得到的碳排放因子。由表 2 中数据可知, 经过 7 次迭代后 IEEE 14 节点系统中所有节点的碳排放因子已经达到收敛值。表 2 中最后一列为文献[7]中利用矩阵运算求解的节点碳排放因子结果, e_n 表示节点 n 通过直接计算得到的碳排放

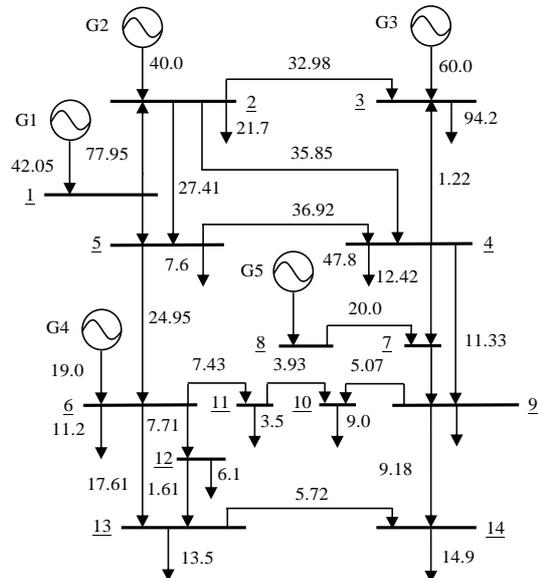


图 7 IEEE14 节点系统拓扑
Fig. 7 Topology of IEEE 14-bus system

表 2 IEEE 14 节点系统中节点碳排放因子的迭代计算过程
Table 2 Iterative calculation process of nodal carbon intensities in IEEE 14-bus system

节点编号	节点碳排放因子/(kgCO ₂ /(kW·h))									
	迭代算法									矩阵算法
	$e_n^{(0)}$	$e_n^{(1)}$	$e_n^{(2)}$	$e_n^{(3)}$	$e_n^{(4)}$	$e_n^{(5)}$	$e_n^{(6)}$	$e_n^{(7)}$	$e_n^{(8)}$	e_n
1	0	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875
2	0	0.178	0.7563	0.7563	0.7563	0.7563	0.7563	0.7563	0.7563	0.7563
3	0	0	0.0623	0.2659	0.2736	0.2751	0.2751	0.2751	0.2751	0.2751
4	0	0	0.0877	0.677	0.7928	0.7928	0.7928	0.7928	0.7928	0.7928
5	0	0	0.6	0.8282	0.8282	0.8282	0.8282	0.8282	0.8282	0.8282
6	0	0.2248	0.2248	0.5654	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949
7	0	0	0	0.0336	0.2594	0.3037	0.3037	0.3037	0.3037	0.3037
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0.0227	0.2002	0.3975	0.4304	0.4304	0.4304	0.4304
10	0	0	0	0.0982	0.111	0.3597	0.5274	0.5459	0.5459	0.5459
11	0	0	0.2248	0.2248	0.5654	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949
12	0	0	0.2248	0.2248	0.5654	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949
13	0	0	0.206	0.2248	0.5369	0.6841	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949
14	0	0	0	0.0791	0.1003	0.3295	0.5075	0.5319	0.5319	0.5319

放因子。对比 2 种方法的计算结果，迭代法收敛后的结果和矩阵求解法计算的结果完全相同，说明了本文所提迭代法的有效性。

进一步分析仿真结果。图 7 中 IEEE 14 节点系统的纯电源节点数为 2，包括节点 1 和节点 8；纯负载节点数为 3，包括节点 3、节点 10 和节点 14；总节点数为 14。根据式(14)可以计算出，在该拓扑和潮流分布下，利用迭代法求解碳排放流的理论迭代次数的范围为[5, 12]。在本算例中迭代法的实际收敛次数为 7 次，介于该区间之内，这证明了本文构建的迭代次数与电力系统拓扑之间关系的正确性。

6 结论

本文提出了一种电力系统碳排放流的迭代算法。利用 2 机 4 节点算例和 IEEE 14 节点算例分析，验证了利用迭代算法追踪碳排放流的合理性。本文的结论如下：

1) 电力系统碳排放流的计算可以在本地而非中心系统完成。电力网络中的每个节点，根据注入支路的潮流和碳排放流数据，在本地通过不断迭代求得节点碳排放因子，完成碳排放流的准确计算。

2) 无论电力系统的拓扑和潮流分布如何，若所选网络中不存在悬空节点，则利用迭代算法求解系统碳排放流必定可以收敛。收敛次数可以根据电力系统中节点信息进行估算。

3) 在源、网、荷侧各线路上部署碳表，通过各级碳表与上下游碳表交互碳信息和电信息，实现全环节碳排放流的实时追溯。该方法同样适用于以区域划分的广义节点。

参考文献

- [1] 王灿, 张雅欣. 碳中和愿景的实现路径与政策体系[J]. 中国环境管理, 2020, 12(6): 58-64.
WANG Can, ZHANG Yaxin. Implementation pathway and policy system of carbon neutrality vision[J]. Environmental Conformity Assessment, 2020, 12(6): 58-64(in Chinese).
- [2] 康重庆, 杜尔顺, 李姚旺, 等. 新型电力系统的“碳视角”: 科学问题与研究框架[J]. 电网技术, 2022, 46(3): 821-833.
KANG Chongqing, DU Ershun, LI Yaowang, et al. Key scientific problems and research framework for carbon perspective research of new power systems[J]. Power System Technology, 2022, 46(3): 821-833(in Chinese).
- [3] 陈丽霞, 孙弢, 周云, 等. 电力系统发电侧和负荷侧共同碳责任分摊方法[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(19): 106-111.
CHEN Lixia, SUN Tao, ZHOU Yun, et al. Method of carbon obligation allocation between generation side and demand side in power system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(19): 106-111(in Chinese).
- [4] LENZEN M, MUNKSGAARD J. Energy and CO₂ life-cycle analyses of wind turbines review and applications[J]. Renewable Energy, 2002, 26(3): 339-362.
- [5] KANG Chongqing, ZHOU Tianrui, CHEN Qixin, et al. Carbon emission flow from generation to demand: a network-based model[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2015, 6(5): 2386-2394.
- [6] 周天睿, 康重庆, 徐乾耀, 等. 电力系统碳排放流分析理论初探[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(7): 38-43, 85.
ZHOU Tianrui, KANG Chongqing, XU Qian Yao, et al. Preliminary theoretical investigation on power system carbon emission flow[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(7): 38-43, 85(in Chinese).
- [7] 周天睿, 康重庆, 徐乾耀, 等. 电力系统碳排放流的计算方法初探[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(11): 44-49.
ZHOU Tianrui, KANG Chongqing, XU Qian Yao, et al. Preliminary investigation on a method for carbon emission flow calculation of power system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(11): 44-49(in Chinese).
- [8] 周天睿, 康重庆, 徐乾耀, 等. 碳排放流在电力网络中分布的特性与机理分析[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(15): 39-44.

- ZHOU Tianrui, KANG Chongqing, XU Qianqiao, et al. Analysis on distribution characteristics and mechanisms of carbon emission flow in electric power network[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(15): 39-44(in Chinese).
- [9] 康重庆, 程耀华, 孙彦龙, 等. 电力系统碳排放流的递推算法[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(18): 10-16.
KANG Chongqing, CHENG Yaohua, SUN Yanlong, et al. Recursive calculation method of carbon emission flow in power systems[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(18): 10-16(in Chinese).
- [10] BIALEK J. Tracing the flow of electricity[J]. IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, 1996, 143(4): 313-320.
- [11] KIRSCHEN D, ALLAN R, STRBAC G. Contributions of individual generators to loads and flows[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1997, 12(1): 52-60.
- [12] 李保卫, 胡泽春, 宋永华, 等. 电力碳排放区域分摊的原则与模型[J]. 电网技术, 2012, 36(7): 12-18.
LI Baowei, HU Zechun, SONG Yonghua, et al. Principle and model for regional allocation of carbon emission from electricity sector[J]. Power System Technology, 2012, 36(7): 12-18(in Chinese).
- [13] 冯欣, 杨军. 考虑网络损耗的碳排放流理论改进与完善[J]. 电力自动化设备, 2016, 36(5): 81-86.
FENG Xin, YANG Jun. Improvement and enhancement of carbon emission flow theory considering power loss[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(5): 81-86(in Chinese).
- [14] 李岩松, 刘启智, 张朕搏, 等. 基于电网功率分布的碳排放流计算方法[J]. 电网技术, 2017, 41(3): 840-844.
LI Yansong, LIU Qizhi, ZHANG Zhenbo, et al. Algorithm of carbon emission flow based on power distribution[J]. Power System Technology, 2017, 41(3): 840-844(in Chinese).
- [15] 伍文城, 张友刚, 陈辉, 等. 基于复功率追踪的网损分配方法探讨[J]. 继电器, 2004, 32(12): 82-86.
WU Wencheng, ZHANG Yougang, CHEN Hui, et al. Discussion on the methods for loss allocation using complex power tracing[J]. Relay, 2004, 32(12): 82-86(in Chinese).
- [16] 龚昱, 蒋传文, 李明炜, 等. 基于复功率潮流追踪的电力用户侧碳排放计量[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(17): 113-117.
GONG Yu, JIANG Chuanwen, LI Mingwei, et al. Carbon emission calculation on power consumer side based on complex power flow tracing[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(17): 113-117(in Chinese).
- [17] 汪超群, 陈懿, 文福拴, 等. 电力系统碳排放流理论改进与完善[J]. 电网技术, 2022, 46(5): 1683-1691.
WANG Chaoqun, CHEN Yi, WEN Fushuan, et al. Improvement and perfection of carbon emission flow theory in power systems[J]. Power System Technology, 2022, 46(5): 1683-1691(in Chinese).
- [18] 毕瀚文, 范晓舟, 肖海, 等. 支撑电力系统全环节碳流追踪的节点导纳矩阵算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2022: 1-13[2023-03-31]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2107.TM.20221010.1151.002.html>.
BI Hanwen, FAN Xiaozhou, XIAO Hai, et al. A node admittance matrix algorithm to support the carbon emission tracing model of whole power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2022: 1-13 [2023-03-31]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2107.TM.20221010.1151.002.html>. (in Chinese).
- [19] ABDELKADER S M. Allocating transmission loss to loads and generators through complex power flow tracing[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2007, 1(4): 584-595.
- [20] SUN Hongbo, YU D C, ZHENG Qionglin. AC power flow tracing in transmission networks[C]//IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37077). Singapore: IEEE, 2000.
- [21] 唐坤杰, 董树锋, 宋永华. 基于不完全 LU 分解预处理迭代法的电力系统潮流算法[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(S1): 55-62.
TANG Kunjie, DONG Shufeng, SONG Yonghua. Power flow algorithm based on an iterative method with incomplete LU decomposition preconditioning[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(S1): 55-62(in Chinese).
- [22] 徐多. 全国首个实体碳表应用示范工程在常州启[EB/OL]. (2021-10-14)[2021-10-14]. <http://www.chinasmartgrid.com.cn/news/20211014/640041.shtml>.
- [23] 严坤妹. 一类矩阵的秩[J]. 福建商业高等专科学校学报, 2005(4): 59-60.
YAN Kunmei. The rank of a class of matrices[J]. Journal of Fujian Business University, 2005(4): 59-60(in Chinese).



李业辉

在线出版日期: 2023-05-09。

收稿日期: 2023-03-31。

作者简介:

李业辉(2000), 男, 博士研究生, 研究方向为低碳电力、负荷预测, E-mail: yhli@eee.hku.hk;
康重庆(1969), 男, 通信作者, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统规划、负荷预测、低碳电力技术, E-mail: cqkang@tsinghua.edu.cn。

(责任编辑 徐梅)

Distributed Carbon Meter System Based on Iterative Calculation Method of Carbon Emission Flow (I) : Theoretical Method and Analysis

LI Yehui¹, LI Yaowang¹, LIU Yuliang¹, WANG Yi², BAO Weihai¹, ZHOU Te¹, KANG Chongqing^{1,3}

- (1. Tsinghua Sichuan Energy Internet Research Institute, Chengdu 610213, Sichuan Province, China;
- 2. Department of Electrical and Electronic Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China;
- 3. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Haidian District, Beijing 100084, China)

KEY WORDS: low-carbon electricity; carbon metering; carbon emission flow; carbon meter device; iterative method

As an important energy sector, the power industry emits nearly half of the total carbon emissions in China. The accurate and real-time carbon metering provides a quantitative basis for the carbon emission reduction, carbon markets and carbon trading. A carbon metering system depends on the robust carbon metering theories. However, the traditional calculation methods of carbon emission flow are insufficient to address the needs of the local carbon metering at the carbon emission sources.

This paper proposes an iterative calculation of carbon emission flow in a power system. Each bus in the power system locally calculates its own carbon emission factor after a finite number of iterations based on the carbon emission factor and the injected power flow from the upstream bus.

The component form of the iterative equation for the nodal carbon emission factor is given as follows:

$$\begin{cases}
 e_1^{(k+1)} = \frac{\sum_{j \in I_1^+} P_{j \rightarrow 1} e_j^{(k)} + \sum_{s \in T_1^+} G_s e_s}{\sum_{j \in I_1^+} P_{j \rightarrow 1} + \sum_{s \in T_1^+} G_s} \\
 e_2^{(k+1)} = \frac{\sum_{j \in I_2^+} P_{j \rightarrow 2} e_j^{(k)} + \sum_{s \in T_2^+} G_s e_s}{\sum_{j \in I_2^+} P_{j \rightarrow 2} + \sum_{s \in T_2^+} G_s} \\
 \vdots \\
 e_n^{(k+1)} = \frac{\sum_{j \in I_n^+} P_{j \rightarrow n} e_j^{(k)} + \sum_{s \in T_n^+} G_s e_s}{\sum_{j \in I_n^+} P_{j \rightarrow n} + \sum_{s \in T_n^+} G_s}
 \end{cases} \quad (1)$$

where $e_n^{(k+1)}$ denotes the carbon emission factor of bus n calculated in the $k+1$ th round of iteration.

Only one linear equation operation and the storage of the previous and the current intermediate data is needed to be calculated for each bus during one round of the iteration, which enables the local carbon emission flow calculation using a flexible carbon meter. Furthermore, the parallel computing significantly improves the efficiency of the carbon emission flow calculation.

In the power system, the carbon emission flow generates from the power plant, follows the power flow through the grid, flows to the load, and ultimately results in carbon emissions due to the electricity consumption of the customers. To clarify the transfer and apportionment of responsibility for the carbon emissions from the source to the export, it is important to measure carbon not only at the source and load side, but also at the network side over the distance.

As is shown in Figure 1, depending on the calculation method and the communication network, the carbon meters can be divided into the source-side carbon meters, the grid-side carbon meters and the load-side carbon meters.

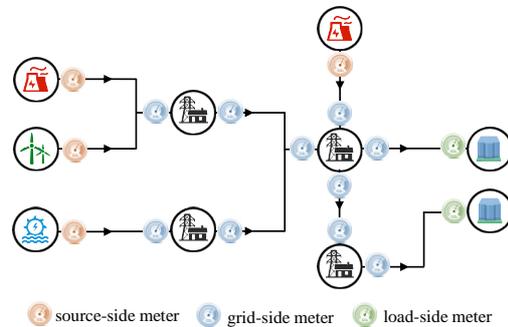


Fig. 1 Diagram of deployment of carbon meter on the source-, grid- and load-side in power system

The source-, grid- and load-side carbon meters are all based on the local electricity metering and the interaction of carbon information between the carbon meters of each link to collaboratively calculate the local carbon emission factors, thus enabling the calculation of carbon emission flow with the temporal and spatial differences across the entire power system.

In the case study, a 4-bus system with 2 units and an IEEE 14-bus system are used. By comparing and analyzing the results of carbon metering, the accuracy and effectiveness of the iterative method are verified, which means that the calculation of carbon emission flow in the power system can be calculated locally rather than in a central system.