

静态电压稳定分析中 L 指标与特征值换算关系及 L 阈值确定方法

李生虎, 夏伟健, 叶剑桥, 张奥博, 张晓艳

(新能源利用与节能安徽省重点实验室(合肥工业大学), 安徽省 合肥市 230009)

Exchange Relation With Eigenvalues and Threshold Determination of L Index for Power System Static Voltage Stability Analysis

LI Shenghu, XIA Weijian, YE Jianqiao, ZHANG Aobo, ZHANG Xiaoyan

(Anhui Province Key Laboratory of Renewable Power Utilization and Energy Conservation (Hefei University of Technology), Hefei 230009, Anhui Province, China)

ABSTRACT: With the integration of renewable power and the lack of ancillary service, the static voltage stability of the power system is reduced. The eigenvalue analysis and the L index are the common methods to study the static voltage stability. There has been rare study on how to compare the stability indices obtained by the two methods and how to determine the threshold of the latter according to the stability margin of the former. By combining with the power flow equations, the sensitivity model of the L index to the bus loads is proposed. With these loads as the bridge, the exchange relation between the L index and the eigenvalues is proposed. With the above sensitivities, the load buses are sorted to find the measures to improve the static voltage stability. The threshold of the L index is proposed according to the stability margin of the eigenvalues and the exchange relation. The simulation results verify the accuracy and effectiveness of the proposed methods.

KEY WORDS: static voltage stability; L index; eigen-analysis; sensitivity analysis; exchange relation; stability threshold

摘要: 新能源并网和辅助服务弱化, 降低了电力系统静态电压稳定性。特征值分析和 L 指标是研究静态电压稳定的常见方法。如何比较这 2 种方法得到的稳定指标、如何根据前者稳定裕度确定后者阈值, 目前未见研究。该文联立潮流方程, 提出 L 指标对负荷的灵敏度。以此为桥梁, 提出 L 指标和特征值间换算关系。基于上述灵敏度对负荷进行排序, 提出改善静态电压稳定措施。根据特征值稳定裕度和 L 指标间换算关系, 提出确定 L 指标阈值方法。仿真结果验证了所提算法的正确性和有效性。

关键词: 静态电压稳定; L 指标; 特征分析; 灵敏度分析; 换算关系; 稳定阈值

DOI: 10.13335/j.1000-3673.pst.2022.1949

0 引言

电力系统静态电压稳定指其维持长期电压稳定的能力, 是电网运行和规划约束条件之一。随着区域电网互联、负荷增加、电力市场化, 电网更接近运行极限, 容易发生电压失稳。变流器并网新能源波动大、受极端天气影响明显、参与无功/电压控制能力弱^[1-2], 进一步降低电压稳定水平。2016年9月, 台风和暴雨导致南澳电网风电脱网^[3], 电压跌至 0.8~0.2pu, 停电时间长达 50h。为避免电压失稳, 需要发现电网薄弱环节, 制定控制预案^[4-6]。

基于离线建模分析^[7-8]或在线参数辨识^[9-11], 现有电力系统静态电压稳定研究方法主要有:

1) 连续潮流。连续增加负荷直至潮流发散点, 认为静态电压失稳^[12-15]。优点是容易实现且较为直观。不足在于负荷增长方向极多, 无法全部枚举; 考虑机组出力 and 支路载荷约束, 实际电网很难达到预想失稳点。

2) 优化算法。将节点电压范围或静态电压稳定指标引入最优潮流模型^[16-19]。优点是容易实现, 可以兼顾电网经济性和静态电压稳定。但是由于电压变化允许范围较小, 很难导致静态电压失稳, 因此静态电压稳定约束经常无效, 不能反映失稳风险。

3) 等值阻抗法。在线辨识电网等值阻抗^[20-23], 判断负荷点电压稳定性。优点是基于扰动即可判断、需要数据少、便于在线应用, 不足在于缺乏全网机组和拓扑信息, 不易于实现预防控制。

4) 特征值分析。计算潮流雅可比矩阵特征(或者行列式)值。根据其奇异性, 或实部正负以及与虚

基金项目: 国家自然科学基金项目(51877061)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (NSFC) (51877061).

轴的距离,判断电网静态电压稳定性。优点是可发现当前运行方式下所有危险模式,便于与小扰动功角稳定联系起来。缺点在于潮流方程可求解性和静态电压失稳间缺乏有效联系;考虑无功电压强耦合关系,研究中多将雅可比矩阵降阶,但是缺乏依据。文献[24]计及转子磁链动态,提出雅可比矩阵降阶原则:静态节点有功方程必须降阶;动态节点(同步发电机、异步电动机)有功方程不能降阶。

5) L 指标。对负荷点定义 L 指标,以反映其与发电机间联系强弱。 L 越接近于 1,越邻近电压失稳。文献[25]基于直角坐标,建立 L 指标扩展仿射优化模型,提出了对节点电压一阶、二阶灵敏度,但是负荷电压可控性较差。文献[26]提出的简化 L 指标对负荷灵敏度,只适合高压电网。在此基础上,文献[27]搜索解列最优断面。文献[28]改进点估计法,计算 L 的各阶矩和半不变量,得到概率密度函数以计算电压失稳风险。该方法适合节点功率波动情况,很难适用于线路开断导致电网结构变化场景^[29]。

6) 智能算法。采用深度学习、卷积神经网络等,判断静态电压稳定性及其稳定裕度^[30-33]。优点是理论上适用场景宽,编程工作量小。不足在于需要训练样本多,计算量大,缺乏解析表达,不易寻找有效控制措施。

上述研究方法中, L 指标与特征值分析都是基于给定电网运行方式下潮流方程,应用较为广泛,但是存在以下关键问题尚未解决:

1) 2 种算法都可衡量电压失稳程度,如何比较两者大小?能否建立 2 种指标间的换算关系?

2) 同是基于潮流方程,特征值分析源于系统动态特性,因此其稳定裕度容易理解,而且可用时域仿真来验证其有效性。但是 L 指标阈值 L_{cr} 设置较为随意(如 0.3~0.4),缺乏有效依据。有无可能根据特征实部值阈值来确定 L_{cr} ?

为解决上述问题,存在以下难点:

1) 为了换算 2 种指标,需要寻找一个中间参数。 L 指标和特征值都与节点电压相关,但是负荷电压不易直接控制,不好作为中间参数。

2) 若取节点负荷作为中间参数,需要计算静态电压稳定指标对其灵敏度。文献[26]所提灵敏度忽略纳矩阵实部,不适合中低压电网。

3) 在重载或有线路开断电网中,可能存在多个危险模式,或多个负荷点 L 指标较大。因此需要建立换算方法,根据特征值稳定裕度,确定适用于所有负荷点的 L_{cr} 。

针对上述问题,本文结合潮流方程,建立特征

值对节点负荷的灵敏度,提出 L 指标对节点负荷的灵敏度。以负荷为中间参数,提出 L 指标和特征值间换算关系。根据特征值稳定裕度,确定 L 指标阈值。仿真结果验证了所提算法的可行性和正确性。

1 特征值和 L 指标灵敏度分析

采用特征值分析时,若潮流方程雅可比矩阵某一特征值实部为正,或为负但离虚轴距离小于稳定裕度,认为该模式属于危险模式;采用 L 指标时,若某一负荷点 L 指标大于给定阈值,认为电网邻近电压失稳。以下基于潮流方程,建立特征值对节点负荷的灵敏度,提出 L 指标对节点负荷的灵敏度。

1.1 基于特征值的静态电压稳定灵敏度分析

由潮流方程式(1)可求取节点电压 $\dot{U} = U \angle \theta$,其中 P 为有功, Q 为无功, J 为 N 阶雅可比矩阵, Δ 表示增量。

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} + J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (1)$$

令 J 的第 m 个特征值 λ_m ,对应左、右特征向量 w_m 、 v_m 。判断所有特征值实部 σ_m 是否在阈值 σ_{cr} 以内(式(2))。将超过阈值的特征值视为危险模式,求取其对节点负荷的灵敏度。

$$\max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\} \leq \sigma_{cr} \quad (2)$$

以任意节点 k 有功 P_k 为例,根据 λ_m 与其特征向量间关系(式(3)(4))并计及归一化条件,对式(3)中 P_k 求偏导并左乘 w_m 后,得特征值灵敏度(式(5))。

$$J(P_k) v_m(P_k) = \lambda_m(P_k) v_m(P_k) \quad (3)$$

$$w_m(P_k) J(P_k) = w_m(P_k) \lambda_m(P_k) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \lambda_m}{\partial P_k} = w_m \frac{\partial J}{\partial P_k} v_m \quad (5)$$

显然式(5)中含节点电压。基于分步求导,得 J 对 P_k 的偏导式(6),其中 n 为节点数, s 表示平衡节点。将 J 拆分成 4 个子矩阵 $J_{P\theta}$ 、 J_{PU} 、 $J_{Q\theta}$ 、 J_{QU} 。以 $J_{P\theta}$ 为例,其对 θ 、 U 的偏导见附录 A 式(A1),其余子矩阵偏导类似,不再赘述。

$$\frac{\partial J}{\partial P_k} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^n \left(\frac{\partial J}{\partial \theta_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial P_k} + \frac{\partial J}{\partial U_i} \frac{\partial U_i}{\partial P_k} \right) \quad (6)$$

式中 θ 、 U 对 P 的偏导,可通过对式(1)求逆得到:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} = -J^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (7)$$

取式(5)实部,得 λ_m 实部 σ_m 对 P_k 的偏导式(8),其中下标 R 和 I 分别表示实部和虚部。无功同理。

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial P_k} = w_{Rm} \frac{\partial J}{\partial P_k} v_{Rm} - w_{Im} \frac{\partial J}{\partial P_k} v_{Im} \quad (8)$$

考虑到实际情况下, 负荷(D)节点 i 上功率因数 $\cos\theta_{Di}$ 为定值, 因此需综合负荷有功和无功的关系, 计算对负荷节点视在功率 S_i 的灵敏度(式(9))。当存在危险模式时, 选择灵敏度最大节点切除部分负荷, 即可使该模式远离虚轴、改善电网电压稳定性。

$$\frac{\partial\sigma_m}{\partial S_i} = \frac{\partial\sigma_m}{\partial P_i} \cos\theta_{Di} + \frac{\partial\sigma_m}{\partial Q_i} \sin\theta_{Di} \quad (9)$$

1.2 基于 L 指标的静态电压稳定灵敏度分析

文献[26]忽略导纳矩阵实部的简化 L 指标灵敏度, 只适合高压电网。以下保留导纳矩阵实部和虚部, 提出 L 指标对负荷的灵敏度。该算法对线路阻抗比没有限制, 适合高压和低压电网。

区分负荷节点和发电机(G)节点集合, 将导纳矩阵 \mathbf{Y} 分块, 定义转移矩阵 \mathbf{F}_{DG} (式(10))。以此定义负荷节点指标 L_i 和系统指标 L (式(11)(12))。取阈值 L_{cr} , 根据式(13)判断电网能否维持静态电压稳定。

$$\mathbf{F}_{DG} = -\mathbf{Y}_{DD}^{-1}\mathbf{Y}_{DG} \quad (10)$$

$$L_i = \left| 1 - \frac{\sum_{j \in G} (F_{ij} \dot{U}_j)}{\dot{U}_i} \right|, \quad i \in D \quad (11)$$

$$L = \max_{i \in D} \{L_i\} \quad (12)$$

$$\max_{i \in D} \{L_i\} \leq L_{cr} \quad (13)$$

L 取决于电压水平和重载程度, 受网架结构、发电机出力和负荷水平影响。因此将式(11)改写为

$$\begin{cases} L_i = L_{Ri} + jL_{Li} \\ L_{Ri} = 1 - \frac{\sum_{j \in G} |F_{ij}| |U_j| \cos\theta_{ijf}}{U_i}, i \in D \\ L_{Li} = \frac{\sum_{j \in G} |F_{ij}| |U_j| \sin\theta_{ijf}}{U_i}, i \in D \\ \theta_{ijf} = \theta_i - \theta_j - \theta_f \end{cases} \quad (14)$$

其中 $|F_{ij}|$ 、 θ_f 分别为 F_{ij} 的幅值与角度。推导 L_i 关于 L_{Ri} 与 L_{Li} 的偏导值:

$$\begin{cases} \frac{\partial L_i}{\partial L_{Ri}} = \frac{L_{Ri}}{\sqrt{L_{Ri}^2 + L_{Li}^2}} \\ \frac{\partial L_i}{\partial L_{Li}} = \frac{L_{Li}}{\sqrt{L_{Ri}^2 + L_{Li}^2}} \end{cases} \quad (15)$$

对所有负荷点, 将 L_R 、 L_I 对 θ 、 U 线性展开得式(16), 其中 T 为系数矩阵, 其定义见附录 A 式(A2)。

$$\begin{bmatrix} \Delta L_R \\ \Delta L_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{R\theta} & T_{RU} \\ T_{I\theta} & T_{IU} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} \quad (16)$$

联立式(1)与式(16)得:

$$\begin{bmatrix} \Delta L_R \\ \Delta L_I \end{bmatrix} = -TJ^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中 W 为灵敏度矩阵。联立式(15)(17), 得负荷点 L 指标对节点 k 有功、无功的灵敏度:

$$\begin{cases} \frac{\partial L_i}{\partial P_k} = \frac{\partial L_i}{\partial L_{Ri}} \frac{\partial L_{Ri}}{\partial P_k} + \frac{\partial L_i}{\partial L_{Li}} \frac{\partial L_{Li}}{\partial P_k} \\ \frac{\partial L_i}{\partial Q_k} = \frac{\partial L_i}{\partial L_{Ri}} \frac{\partial L_{Ri}}{\partial Q_k} + \frac{\partial L_i}{\partial L_{Li}} \frac{\partial L_{Li}}{\partial Q_k} \end{cases} \quad (18)$$

若负荷功率因数不变, 类似可计算 L 指标对负荷视在功率 S_i 的灵敏度。当有 L_i 超过阈值 L_{cr} 时, 可基于上述灵敏度指标, 选择影响最大的负荷节点, 切除部分负荷以降低 L_i , 维持电网静态电压稳定性。

为检验灵敏度模型, 可基于灵敏度绘制线性模型, 然后与连续修改参数结果进行比较。两者在运行点相切且误差较小, 即可判断灵敏度模型正确。

2 L 指标换算关系和阈值确定

以下以节点负荷为中间变量, 建立 L 指标和特征值间换算关系。在此基础上, 根据危险模式稳定裕度, 确定 L 指标裕度。

2.1 L 指标和特征值间换算关系

用 K_{se} 来表示负荷节点 L 指标最大值对特征值离虚轴最近模式的实部的偏导值, 建立 2 种灵敏度间关系。以任意节点视在功率 S_k 为例, 见式(19)。式(20)用 K_{in} 表示二者所需改变量的比值。

$$K_{se} = \frac{\frac{\partial \max_{i \in D} \{L_i\}}{\partial S_k}}{\frac{\partial \max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\}}{\partial S_k}} = \frac{\frac{\partial \max_{i \in D} \{L_i\}}{\partial S_k}}{\frac{\partial \max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\}}{\partial S_k}} \quad (19)$$

$$K_{in} = \frac{\Delta L}{\Delta \sigma} = \frac{\max_{i \in D} \{L_i\} - L_{cr}}{\max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\} - \sigma_{cr}} \quad (20)$$

比较 K_{se} 与 K_{in} 的大小, 若 K_{se} 较小即表示在某一负荷变化过程中, L 指标变化较慢, 特征分析稳定裕度先达到阈值要求, 因此通过特征分析稳定裕度反映系统静态电压稳定性要求过松, 此时 L 指标占据主导。反之若 K_{se} 较大, 可用特征分析来分析系统静态电压稳定性。

进一步说明上述结论。为满足阈值要求, 2 种指标对应视在功率最小变化 ΔS_1 和 ΔS_2 关系如下:

$$\Delta S_2 = \frac{\frac{\partial \max_{i \in D} \{L_i\}}{\partial S_k} \max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\} - \sigma_{cr}}{\frac{\partial \max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\}}{\partial S_k}} = \frac{\frac{\partial \max_{i \in D} \{L_i\}}{\partial S_k} \max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\} - \sigma_{cr}}{\frac{\partial \max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\}}{\partial S_k}} \cdot \frac{\max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\} - \sigma_{cr}}{\max_{i \in D} \{L_i\} - L_{cr}} \Delta S_1 = \frac{K_{se}}{K_{in}} \Delta S_1 \quad (21)$$

若 K_{se} 较小, 即 K_{se} 与 K_{in} 的比值小于 1, 此时通过特征分析法所改变的 ΔS_2 小于 L 指标分析法所改变的 ΔS_1 , 所以仅改变 ΔS_2 要求过松, 此时 L 指标并未达到阈值要求, 因此采用 L 指标来反映系统静态电压稳定性更准确。反之建议采用特征值方法。为了满足阈值要求, 若仅改变某一节点负荷, 其视在功率改变量最小值见式(22)。

$$\Delta S = \min_{i \in D} [\max(\Delta S_{1i}, \Delta S_{2i})] \quad (22)$$

2.2 基于换算关系的 L 指标阈值确定

上述情况仅适用于 L_{cr} 已知场合。现有研究中 L_{cr} 取值范围较为随意, 缺乏统一规定。特征值物理更明确, 因此可根据 2 种指标间关系, 由 σ_{cr} 确定 L_{cr} 。 σ_{cr} 与实部 σ 对参数 α 灵敏度 $\partial\sigma/\partial\alpha$ 、 α 变化范围 $\Delta\alpha$ 有关^[34-35]。一般希望在 α 正常扰动范围内, 增量 $\Delta\sigma \approx (\partial\sigma/\partial\alpha)\Delta\alpha$ 不至导致特征值越过虚轴从而使电网失稳。电网规模越大, α 变化对 σ 的影响越小, $\partial\sigma/\partial\alpha$ 数值越小; 或者 $\Delta\alpha$ 较小时, σ_{cr} 取值可小一些。对于小电网或 $\Delta\alpha$ 很大时, σ_{cr} 取值需大一些。

为严格保证静态电压稳定, 削减负荷使 2 种指标同时满足阈值要求, 即 K_{se} 与 K_{in} 相等, 因此可推导 L_{cr} 为

$$L_{cr} = \max_{i \in D} \{L_i\} - K_{sc} [\max_{m=1,2,\dots,N} \{\sigma_m\} - \sigma_{cr}] \quad (23)$$

不同节点 K_{se} 也不同, 其取值影响 L_{cr} 的确定。考虑 2 种思路: 1) 一种站在 L 指标的角度, 选择 L 指标灵敏度最大的节点, 此方式切除效率最高。2) 另一种站在特征值的角度, 选择特征值实部灵敏度最大节点, 此时切除负荷量最少。如果电网动态安全水平较高, 主要关注静态安全问题, 建议按第一种方法, 站在 L 指标角度确定切负荷量; 如果电网存在失稳或振荡等动态安全风险, 建议按第二种方法, 站在特征值角度确定切负荷量。

上述换算关系有利于静态电压稳定指标选取和阈值确定。但通过灵敏度作为桥梁, 无法避免线性截断误差, 因此可考虑以分段切除负荷, 在每次切除时重新进行灵敏度计算, 最后将所有切除的负荷相加。优点是误差较小, 缺点是计算灵敏度次数较多。实际应用中需权衡二者关系, 选择最优措施。

基于以上研究, 确定特征值裕度和 L 指标间转换关系如图 1 所示, 其中红色字体为本文新提算法。根据特征值阈值设定 L 阈值, 确定切负荷位置和切负荷量, 以最小代价维持重载电网静态电压稳定性。

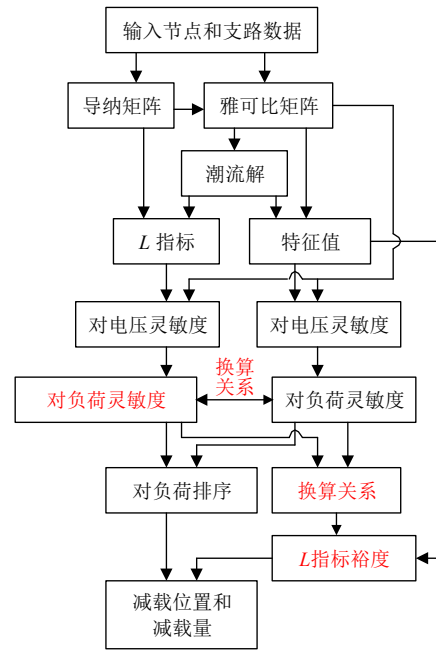


图 1 L 指标换算和阈值确定算法

Fig. 1 Exchange and threshold determination of L index

3 算例分析

3.1 静态电压稳定指标

选择新英格兰 39 节点测试系统^[35](附录 A 图 A1)。该系统有 46 条支路, 29 个负荷节点。为逼近静态电压失稳场景, 按功率因数不变, 缓慢增加所有负荷。到 1.276 倍时, 各负荷电压下降严重, 需采取措施以改善静态电压稳定性。

计算各负荷节点 L 指标值见图 2, 其中节点 8 的 L 指标最大, 为 0.3629。计算系统特征值见图 3。所有特征值均处于左半平面, 其中第 40 个特征值离虚轴最近, 其实部为 -0.0984。

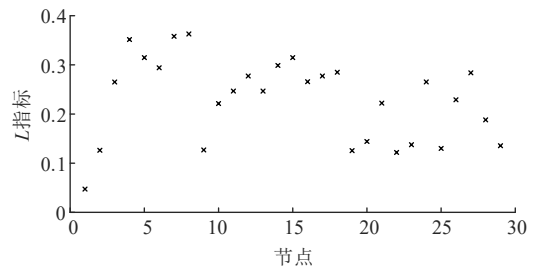


图 2 各负荷节点 L 指标

Fig. 2 L index of each load bus

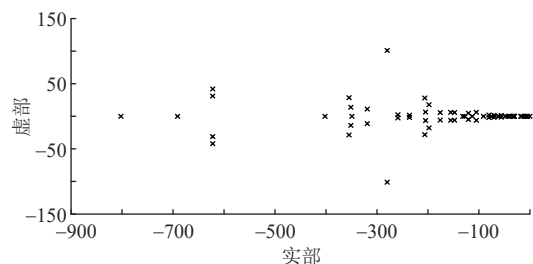


图 3 系统特征值

Fig. 3 Eigenvalues of power system

3.2 L 指标和特征值灵敏度分析及验证

取负荷功率因数不变，计算 L_8 与 σ_{40} 对各负荷节点视在功率灵敏度，分别如图 4、5 所示。二者灵敏度绝对值分别在节点 8 和 18 时最大，其最大值分别为 0.0919、0.2148pu，因此若从单指标分析的角度，根据相应灵敏度，分别切除节点 8 和 18 的部分负荷，可尽可能改善系统静态电压稳定性。

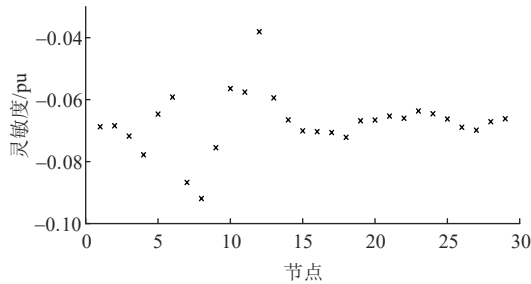


图 4 L 指标对负荷灵敏度
Fig. 4 Sensitivity of L index to loads

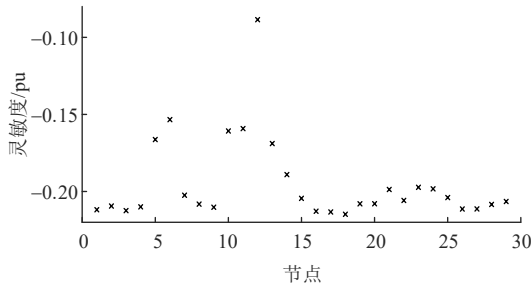


图 5 σ 灵敏度对负荷灵敏度
Fig. 5 Sensitivity of σ to loads

通过计算得节点 8 负荷视在功率为 7.0291pu。以节点 8 负荷和 L_8 指标为例，改变负荷后其灵敏度和对应摄动法曲线如图 6(a)所示，观察到二者相切，验证了所提灵敏度的正确性。图 6(b)以节点 8 负荷和 σ_{40} 指标为例，也可得到相同结论。

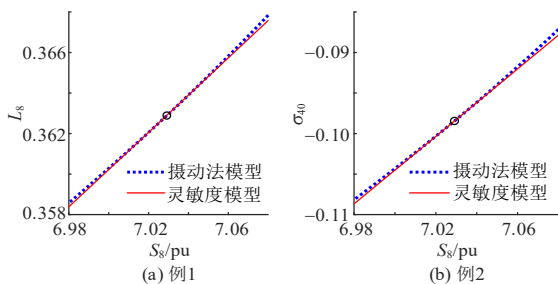


图 6 灵敏度验证
Fig. 6 Verification of the sensitivity models

计算简化 L 指标以及对负荷灵敏度，将本文所提 L 指标灵敏度与其相比，结果见图 7。二者灵敏度明显差异，最大误差出现在节点 8，简化 L 指标灵敏度绝对值为 0.0493pu，误差 46.35%。

3.3 2 种指标间换算关系

针对负荷节点，根据二者灵敏度计算 K_{se} ，如图 8 所示。假设 L_{cr} 为 0.36， σ_{cr} 为 -0.1，根据式(20)

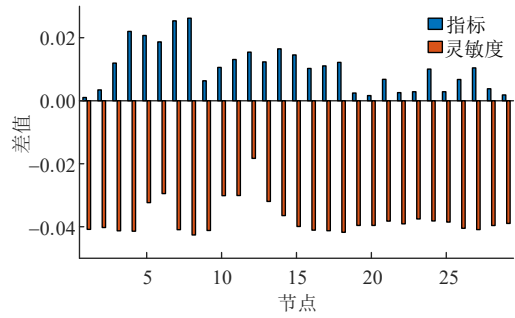


图 7 现有简化 L 指标灵敏度误差
Fig. 7 Error of existing simplified sensitivities of L index

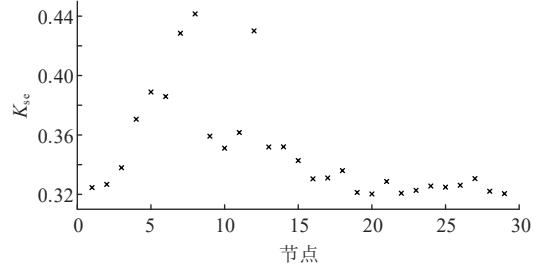


图 8 负荷节点 K_{se}
Fig. 8 K_{se} of the load buses

计算 K_{in} 为 1.8536。各节点 K_{se} 均小于 K_{in} ，所以在此情况下，无论改变哪一节点负荷， L 指标都更能反映系统静态电压稳定水平。

若仅改变某一节点 i 的负荷部分，使得 2 种评估指标均满足阈值要求，由于此时 L 指标为主导，以此根据灵敏度，计算各节点应变化的最小负荷 ΔS_i ，其中节点 8 所需切除负荷最小，为 0.0314pu。

因此选择在节点 8 上切除 0.0314pu 的负荷。但此时尽管离虚轴最近的特征值实部为 -0.1048，而 L 指标值仅变为 0.3601，并没有达到阈值要求。造成此现象的原因是忽略了指标灵敏度的微小变化， ΔL 、 $\Delta \sigma$ 与 ΔS_i 并不是准确的线性关系，因此存在这样的微小误差。为减小此误差所带来的影响，考虑每次切除 0.01pu 的负荷，切除后重新计算 L_8 对节点 8 上的灵敏度以及新的 L_8 值，从而根据线性关系计算剩余切除量，如表 1 所示。在节点 8 上总共切除 0.0324pu 的负荷，此时 L 指标值为 0.3600，满足阈值要求。相较于之前的 0.0314pu，分段切除得到的结果更加精确。

表 1 分段切负荷后 L 指标			
Table 1 L index by multi-step load shedding			
已切除量/pu	灵敏度新值/pu	L 指标新值	剩余切除量/pu
0	0.0919	0.3629	0.0314
0.01	0.0901	0.3620	0.0220
0.02	0.0884	0.3611	0.0123
0.03	0.0868	0.3602	0.0024
0.0324	0.0864	0.3600	0

3.4 基于灵敏度的 L 指标阈值确定

若 L_{cr} 未知，可通过 K_{se} 将已知的 σ_{cr} 转化为 L_{cr} 。

仍取 σ_{cr} 为 -0.1 ，分别选取 L 指标灵敏度最大的节点 8 与特征值实部灵敏度最大的节点 18，其 K_{se} 值分别为 0.4415 和 0.3360。根据式(23)计算得 L_{cr} 分别为 0.3622 和 0.3624。2 种方式下对应 2 种指标负荷节点 i 上应变化的最少减载见图 9 和图 10。

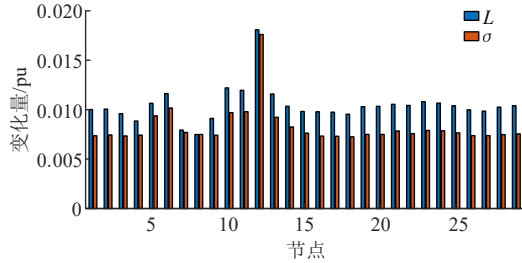


图9 方式1最小切负荷

Fig. 9 Minimum load shedding by the first scheme

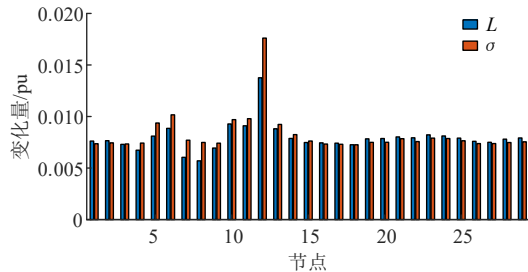


图10 方式2最小切负荷

Fig. 10 Minimum load shedding by the second scheme

根据式(22)，图 9 中切除量最小出现在节点 8，为 0.0075pu，切除后此时 L 指标值为 0.3622，离虚轴最近的特征值实部为 -0.1 ，二者均正好满足阈值要求。同理根据图 10 选取节点 18 上切除 0.0073pu 的负荷也可满足要求。此时由于负荷改变量较之前更小，灵敏度所带来的误差影响也随之变小。在此基础上也可考虑保留一定裕度，在满足阈值要求的同时，进一步改善静态电压稳定性。

3.5 实际电网 L 指标及其灵敏度与阈值确定

为检验算法适用性，取一省级电网，有 426 个节点、462 条支路、299 个负荷节点。将所有负荷增加 0.417 倍时，电压严重下降，对此场景进行分析。

列举 L 指标较大负荷节点见表 2，最大值出现在节点 213 上，为 0.4481。列举 L_{213} 对负荷灵敏度较大的节点以及相应灵敏度的绝对值见表 3，其中最大值出现在节点 229 上，为 0.0167。

计算特征值(共 724 个特征值，离虚轴最近特征值实部为 -0.0958)及其实部灵敏度的绝对值以建立换算关系，部分结果见附录 A 表 A1。取 σ_{cr} 为 -0.1 ，

表2 省级电网 L 指标
Table 2 L index of a practical power system

节点号	L_i	节点号	L_i	节点号	L_i
211	0.4287	213	0.4481	287	0.4350
212	0.4289	248	0.4287	397	0.4416

表3 省级电网 L 指标对负荷灵敏度
Table 3 Sensitivity of L index to loads of a practical power system

节点号	灵敏度/pu	节点号	灵敏度/pu	节点号	灵敏度/pu
221	0.0158	229	0.0167	231	0.0167
228	0.0158	230	0.0164	236	0.0161

选取 L 指标灵敏度最大的节点 229 与特征值实部灵敏度最大的节点 378，根据式(23)计算得 L_{cr} 分别为 0.4465 和 0.4472。以方式 1 为例，根据式(22)，切除量最小出现在节点 229，为 0.6132pu，切除后此时 L 指标值为 0.4465，离虚轴最近的特征值实部为 -0.1 ，二者均满足阈值要求。

4 结论

本文针对电网静态电压稳定问题，提出 L 指标对负荷灵敏度，提出 L 和特征值 2 种指标间换算关系，由此提出 L 指标阈值确定方法，得到以下结论：

1) 负荷可控性较高，但未直接出现在状态矩阵中，2 种指标灵敏度需通过各节点电压幅值与相角过渡，采用分步求导得到。

2) 灵敏度计算得到的最小负荷变化量可能无法达到阈值要求。可考虑分段切除负荷并重新计算灵敏度以减小近似线性关系带来的误差。

3) L 指标阈值确定过程中， K_{se} 应在 L 指标或特征值实部灵敏度最大的节点上取值。前者效率高要求紧，后者切除负荷量少且更易于和其它安全问题衔接，可根据实际需求选择。

后续研究可计算静态电压稳定裕度对线路参数灵敏度，已寻找输电薄弱环节及其特征；推导高阶灵敏度，以减小线性减载模型的截断误差。

附录见本刊网络版(<http://www.dwjs.com.cn/CN/1000-3673/current.shtml>)。

参考文献

[1] YANG Haosen, SHI Xin, QIU R C, et al. Monitoring data factorization of high renewable energy penetrated grids for probabilistic static voltage stability assessment[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2022, 13(2): 1273-1286.

[2] RAHMAN S, SAHA S, ISLAM S N, et al. Analysis of power grid voltage stability with high penetration of solar PV systems[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2021, 57(3): 2245-2257.

[3] YAN Ruifeng, MASOOD N A, SAHA T K, et al. The anatomy of the 2016 South Australia blackout: a catastrophic event in a high renewable network[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5374-5388.

[4] 崔馨慧, 负志皓, 刘道伟, 等. 大电网静态电压稳定在线防控灵敏度分析新方法[J]. 电网技术, 2020, 44(1): 245-254.

CUI Xinhui, YUN Zhihao, LIU Daowei, et al. A new method of sensitivity analysis for static voltage stability online prevention and

- control of large power grids[J]. Power System Technology, 2020, 44(1): 245-254(in Chinese).
- [5] 徐兴东, 王蕾, 邓晓帆, 等. 满足静态电压稳定增强要求的发电机最佳调整方法[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(12): 82-89. XU Xingdong, WANG Lei, DENG Xiaofan, et al. Optimal generators re-dispatch method to meet the enhancement requirements of static voltage stability[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(12): 82-89(in Chinese).
- [6] YUN Zhihao, CUI Xinhui. Online preventive control method for static voltage stability of large power grids[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(6): 4689-4698.
- [7] KAMEL M, KARRAR A A, ELTOM A H. Development and application of a new voltage stability index for on-line monitoring and shedding[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2): 1231-1241.
- [8] 郑恒峰, 李柏青, 刘道伟, 等. 基于电压相量时序轨迹特征的电网静态稳定态势在线评估指标[J]. 电网技术, 2021, 45(2): 640-648. ZHENG Hengfeng, LI Baiqing, LIU Daowei, et al. On-line evaluation index of grid static stability situation based on timing trajectory characteristics of voltage phasors[J]. Power System Technology, 2021, 45(2): 640-648(in Chinese).
- [9] SU Hengyi, LIU T Y. Enhanced-online-random-forest model for static voltage stability assessment using wide area measurements[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 6696-6704.
- [10] CHEVALIER S C, HINES P D H. Mitigating the risk of voltage collapse using statistical measures from PMU data[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(1): 120-128.
- [11] GUDDANTI K P, MATAVALAM A R R, WENG Yang. PMU-based distributed non-iterative algorithm for real-time voltage stability monitoring[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(6): 5203-5215.
- [12] BENATO R, GARDAN G, MILANO F. Effect of uniformly distributed parameter line models on the evaluation of PV curves and of the maximum loading condition[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(6): 4974-4977.
- [13] 万凯遥, 姜彤, 冯卓诚, 等. 静态电压稳定分岔点的直接识别算法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(20): 6548-6556. WAN Kaiyao, JIANG Tong, FENG Zhuocheng, et al. A method of directly identifying the steady-state voltage stability bifurcation[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(20): 6548-6556(in Chinese).
- [14] 陈昌, 姜彤, 万凯遥, 等. 直接计算静态电压稳定裕度的改进崩溃点法[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(11): 150-155. CHEN Chang, JIANG Tong, WAN Kaiyao, et al. Improved point of collapse method for direct calculation of static voltage stability margin[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(11): 150-155(in Chinese).
- [15] 徐成司, 王子翰, 董树锋, 等. 基于潮流雅可比行列式的静态电压稳定分析[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(6): 2096-2108. XU Chengsi, WANG Zihan, DONG Shufeng, et al. Static voltage stability analysis based on power flow Jacobian determinant[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(6): 2096-2108(in Chinese).
- [16] CUI Bai, SUN X A. A new voltage stability-constrained optimal power-flow model: sufficient condition, SOCP representation, and relaxation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5092-5102.
- [17] 廖思阳, 张明强, 徐箭, 等. 考虑静态电压稳定约束的电解铝参与电网频率稳定控制方法[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(18): 6727-6739. LIAO Siyang, ZHANG Mingqiang, XU Jian, et al. Frequency stability control method for electrolytic aluminum participation in power grid considering the static voltage stability constraints[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(18): 6727-6739(in Chinese).
- [18] 李生虎, 蒋以天, 于新钰, 等. 考虑 DFIG 桨距角参数优化的小干扰稳定约束最优潮流模型[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(11): 20-26. LI Shenghu, JIANG Yitian, YU Xinyu, et al. Small-signal stability constrained optimal power flow model considering optimization of DFIG pitch angle[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(11): 20-26(in Chinese).
- [19] 李生虎, 于新钰, 华玉婷, 等. 基于 DFIG 无功出力灵敏度的电网弱阻尼模式抑制[J]. 高电压技术, 2022, 48(4): 1356-1364. LI Shenghu, YU Xinyu, HUA Yuting, et al. Suppression to power system in weakly damped modes based on sensitivity to reactive output of DFIG[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(4): 1356-1364(in Chinese).
- [20] SU Hengyi, LIU T Y. Robust Thevenin equivalent parameter estimation for voltage stability assessment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 4637-4639.
- [21] KETTNER A M, PAOLONE M. A generalized index for static voltage stability of unbalanced polyphase power systems including Thévenin equivalents and polynomial models[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(6): 4630-4639.
- [22] FAN Lingling, MIAO Zhixin. Admittance-based stability analysis: bode plots, Nyquist diagrams or eigenvalue analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(4): 3312-3315.
- [23] SONG Yue, HILL D J, LIU Tao. Static voltage stability analysis of distribution systems based on network-load admittance ratio[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(3): 2270-2280.
- [24] LI Shenghu. Configuration of Jacobian matrix in steady-state voltage stability analysis based on rotor flux dynamics of rotating machines [J]. International Journal of Emerging Electric Power Systems, 2013, 14(3): 239-244.
- [25] 乐健, 廖小兵, 李奔, 等. 基于扩展仿射模型的不确定性静态电压稳定性全局灵敏度分析[J]. 电工技术学报, 2021, 36(13): 2821-2831. LE Jian, LIAO Xiaobing, LI Ben, et al. Global sensitivity analysis of uncertain static voltage stability based on extended affine model [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(13): 2821-2831(in Chinese).
- [26] TUAN T Q, FANDINO J, HADJSAID N, et al. Emergency load shedding to avoid risks of voltage instability using indicators[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994, 9(1): 341-351.
- [27] 史华勃, 范成围, 李茜, 等. 考虑频率及电压稳定约束的主动解列最优断面搜索方法[J/OL]. 电网技术, 2022: 1-11[2022-09-07]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2410.TM.20220811.1407.018.html>. SHI Huabo, FAN Chengwei, LI Qian, et al. Optimal controlled islanding method considering frequency and voltage stability constraints[J/OL]. Power System Technology, 2022: 1-11[2022-09-07]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2410.TM.20220811.1407.018.html>(in Chinese).
- [28] 吴亚宁, 罗毅, 雷成, 等. 基于改进型 PEM 和 L 指标的含风电场电力系统静态电压稳定评估[J]. 中国电力, 2022, 55(9): 192-203.

- WU Yaning, LUO Yi, LEI Cheng, et al. Steady-state voltage stability evaluation of power system containing wind farm based on improved PEM and L index[J]. Electric Power, 2022, 55(9): 192-203(in Chinese).
- [29] HAGMAR H, TONG Lang, ERIKSSON R, et al. Voltage instability prediction using a deep recurrent neural network[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(1): 17-27.
- [30] 吴倩红, 韩蓓, 李国杰, 等. 极高光伏渗透率下基于潮流雅可比矩阵和卷积神经网络的静态电压稳定在线预测[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(12): 4058-4067.
- WU Qianhong, HAN Bei, LI Guojie, et al. Power flow Jacobian matrix based static voltage stability forecast by CNN considering extremely high PV penetration[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(12): 4058-4067(in Chinese).
- [31] 李京, 刘道伟, 安军, 等. 基于强化学习理论的静态电压稳定裕度评估[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(16): 5136-5147.
- LI Jing, LIU Daowei, AN Jun, et al. Static voltage stability margin assessment based on reinforcement learning theory[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(16): 5136-5147(in Chinese).
- [32] WU Tong, ZHANG Y J A, WEN He. Voltage stability monitoring based on disagreement-based deep learning in a time-varying environment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(1): 28-38.
- [33] HUANG Wanjun, HILL D J, ZHANG Xinran. Small-disturbance voltage stability of power systems: dependence on network structure [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(4): 2609-2618.
- [34] 李生虎. 风力电力系统分析[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [35] LI Shenghu, FANG Tianyang, ZHANG Hao, et al. Damping the electromechanical oscillation modes (EOMs) in DFIG-integrated power systems with sensitivity analysis and optimization to outputs of SGs[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 135: 107565.



李生虎

在线出版日期: 2022-12-06。

收稿日期: 2022-09-28。

作者简介:

李生虎(1974), 男, 教授, 博士生导师, 通信作者, 研究方向为风电并网电力系统分析与控制、特高压直流输电与柔性交流输电、电力系统规划与可靠性, E-mail: shenghuli@hfut.edu.cn;

夏伟健(2000), 男, 硕士研究生, 研究方向为风电并网电力系统分析与控制, E-mail: xwj110316@mail.hfut.edu.cn;

叶剑桥(1995), 男, 博士研究生, 研究方向为风电并网电力系统分析与控制, E-mail: 2021010032@mail.hfut.edu.cn。

(责任编辑 徐梅)

附录 A

式(A1)给出 $J_{p\theta}$ 对 θ 、 U 的偏导，其中 \mathbf{G} 、 \mathbf{B} 分别为电网的电导、电纳矩阵。式(A2)给出 \mathbf{T} 矩阵定义，即 \mathbf{L}_R 、 \mathbf{L}_I 对 θ 、 U 的偏导。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial J_{p\theta ij}}{\partial \theta_i} = -U_i U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ \frac{\partial J_{p\theta ij}}{\partial \theta_j} = U_i U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ \frac{\partial J_{p\theta ij}}{\partial U_i} = -U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ \frac{\partial J_{p\theta ij}}{\partial U_j} = -U_i (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ \frac{\partial J_{p\theta ii}}{\partial \theta_i} = U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ \frac{\partial J_{p\theta ii}}{\partial \theta_j} = -U_i U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ \frac{\partial J_{p\theta ii}}{\partial U_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ \frac{\partial J_{p\theta ii}}{\partial U_j} = U_i (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right. \quad (A1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_{Ri}}{\partial \theta_i} = \frac{\sum_{j \in G} |F_{ij}| U_j \sin \theta_{ijf}}{U_i} \\ \frac{\partial L_{Ri}}{\partial U_i} = \frac{\sum_{j \in G} |F_{ij}| U_j \cos \theta_{ijf}}{U_i^2} \\ \frac{\partial L_{Li}}{\partial \theta_i} = \frac{\sum_{j \in G} |F_{ij}| U_j \cos \theta_{ijf}}{U_i} \\ \frac{\partial L_{Li}}{\partial U_i} = -\frac{\sum_{j \in G} |F_{ij}| U_j \sin \theta_{ijf}}{U_i^2} \\ \frac{\partial L_{Ri}}{\partial \theta_j} = -\frac{|F_{ij}| U_j \sin \theta_{ijf}}{U_i} \\ \frac{\partial L_{Li}}{\partial \theta_j} = -\frac{|F_{ij}| U_j \cos \theta_{ijf}}{U_i} \end{array} \right. \quad (A2)$$

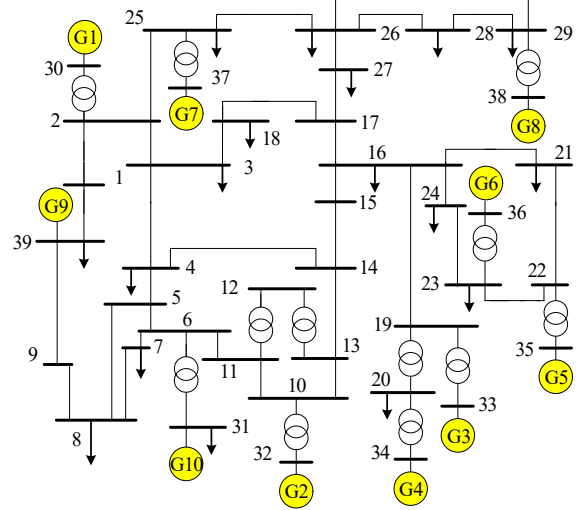


图 A1 新英格兰 39 节点测试系统

Fig. A1 New England 39-bus test systems

表 A1 实际电网 σ 对负荷灵敏度以及 K_{se}

Table A1 Sensitivity of σ to loads and K_{se} of a practical power system

节点号	灵敏度/pu	K_{se}	节点号	灵敏度/pu	K_{se}
229	0.0450	0.3723	378	0.0638	0.2189
238	0.0344	0.4484			