# 不对称工况下模块化多电平换流器稳定性分析的矩阵降维

汪娟娟1, 王泽昊1,2, 刘岳坤1, 冯俊杰2,3, 傅 闯2

(1. 华南理工大学电力学院, 广东省广州市 510641;

2. 直流输电技术全国重点实验室(中国南方电网科学研究院有限责任公司), 广东省广州市 510663;

3. 强电磁技术全国重点实验室(华中科技大学) 湖北省武汉市 430074)

摘要:模块化多电平换流器(MMC)在对称工况下的建模与稳定性分析已经得到了广泛关注。实际工程中的MMC会处于不对称运行工况,如桥臂电感不对称、交流侧电压不对称等,不对称工况下的导纳建模与稳定性分析需要进一步展开研究。目前,考虑系统多频耦合的导纳模型与定量的导纳降维方法是不对称工况稳定性分析的难点。因此,文中主要建立了适用于不对称工况的MMC导纳模型,并对适用于MMC不对称工况下小扰动稳定性分析的矩阵降维方法展开研究。该降维方法基于导纳矩阵的向量范数,适用于"黑箱"系统及各种不对称工况,可定量评估各阶导纳矩阵的降维误差量。以中国鲁西背靠背异步联网工程广西侧为例,通过 PSCAD/EMTDC 电磁暂态 仿真验证了所建模型的准确性及所提降维方法在多种不对称工况下的适用性。

关键词:模块化多电平换流器;导纳建模;不对称工况;矩阵降维;稳定性

# 0 引言

模块化多电平换流器(modular multilevel converter, MMC)是一种具有较多优点的电压源型换流器(voltage source converter, VSC), 如输出波形质量好、损耗低和故障处理能力强等。因此, 常被用于高压直流(high-voltage direct current, HVDC)输电中<sup>[1-2]</sup>。

如今国内外多个在运 MMC-HVDC 工程出现 了小扰动失稳问题,严重影响到系统的安全稳定运 行<sup>[3-6]</sup>。因此,已有大量学者对 MMC-HVDC 端口等 效阻抗/导纳的精准建模展开了研究<sup>[7-10]</sup>。文献[7] 采用坐标变换消去了静止坐标系下主电路方程的时 变特性,建立的 MMC-HVDC 交流阻抗模型等同于 两电平 VSC,可用线性时不变(linear time invariant, LTI)模型对系统稳定性进行分析;文献[8]基于线 性周期时变(linear time periodic,LTP)模型,采用谐 波状态空间(harmonic state space,HSS)法建立了考 虑 MMC 内部动态的交流阻抗模型;文献[9-10]关 注频率耦合效应,采用多谐波线性化的方法建立 MMC-HVDC端口导纳矩阵模型。

收稿日期: 2023-07-28; 修回日期: 2023-11-14。

上述 MMC-HVDC 交流侧端口阻抗/导纳建模 均关注对称工况,然而实际工程可能存在三相电网 电压不对称<sup>[11]</sup>、网侧阻抗不对称<sup>[12]</sup>、桥臂电感不对 称<sup>[13]</sup>等不对称工况。因此,有必要对不对称工况下 MMC-HVDC 的交流侧导纳模型进行准确建模,同 时适用于不对称工况的小扰动稳定性分析方法也需 要进一步研究。

不对称工况下,MMC-HVDC会产生多个频率 的谐波相互耦合现象<sup>[14]</sup>,不对称工况下的MMC-HVDC 阻抗建模工作已得到一定关注。文献[15] 采用谐波线性化方法建立了不对称运行工况下并网 逆变器的阻抗,并进行了稳定性分析,然而谐波线性 化法相比基于矩阵运算的HSS法,虽然模型精度没 有明显差异,但当模型推广至更高阶次谐波时,多谐 波线性化过程将更加耗时且容易产生误差[16];文献 [17]采用HSS法建立不对称工况下系统阻抗的同 时,基于矩阵对角占优原理将MMC多入多出阻抗 矩阵降阶后进行稳定性分析,但其所考虑的控制未 包含负序电流控制与正负序分离环节;文献[18]建 立了单相短路和单相断线两种极端不对称工况下的 MMC-HVDC 阻抗模型,但其控制环节忽略了功率 外环的影响,即未考虑外环控制所导致的频率耦合 效应对系统小扰动稳定性的影响<sup>[9-10,19]</sup>。

对称与不对称工况下的小扰动稳定性分析方法 也存在差异<sup>[20]</sup>。对称工况下MMC仅存在一对镜像

上网日期: 2024-03-28。

国家自然科学基金资助项目(52277102);国家重点研发计划 资助项目(2023YFB2405900)。

频率耦合。因此,对称工况下对MMC进行建模时, 常常仅考虑镜像频率耦合分量<sup>[21-22]</sup>,且在MMC稳 定性分析时认为采用2×2的双输入双输出(doubleinput double-output, DIDO)导纳矩阵描述端口小扰 动特性并进行稳定性分析已经能够保持较高精 度<sup>[9-10,23]</sup>,即对称工况下进行稳定性分析时导纳矩阵 可以降维为一个2×2矩阵。不对称工况下,MMC-HVDC 导纳呈现为多入多出 (multi-input multioutput, MIMO)的高阶导纳模型, 理论上, 系统中有 无穷阶的谐波响应。因此,MIMO导纳模型也应是 一个无穷阶的矩阵。在不对称工况下,MMC呈现 多频耦合的特性,一个DIDO导纳矩阵难以描述其 端口小扰动特性。因此,需要建立不对称工况下 MMC-HVDC的MIMO导纳模型。同时,为对不对 称工况下的 MMC 进行稳定性分析, 应关注 MIMO 导纳矩阵的降维。虽然理论上采用广义奈奎斯特判 据(generalized Nyquist criterion, GNC)可以判断不 对称工况下MMC-HVDC的稳定性,但难以对系统 的稳定裕度指标进行量化处理[24],且较高阶的矩阵 采用GNC还需要考虑能否得到数值解等问题<sup>[17]</sup>。 关于矩阵的降维,文献[25]利用H..范数量化矩阵降 维前后的误差,确定降维的合理性;文献[26]利用 LTP系统特征指数分析的结果来判断降维后 HSS 模型的准确性,将HSS无穷阶矩阵降阶为十阶矩 阵,但缺少量化指标;文献[17]利用对角矩阵占优原 理,将MIMO阻抗降阶为DIDO阻抗进行稳定性分 析,但没有对系统不对称程度适中工况下对角矩阵 占优原理的适用性进行仿真验证。综上所述,基于 目前已有的研究,本文在不对称工况下考虑符合实 际工程的MMC-HVDC完整控制,建立能够在宽频 带内准确刻画交流侧导纳的MIMO模型,并探究能 够定量描述 MIMO 导纳矩阵降维误差的方法,以适 应更广泛不对称场景下的小扰动稳定性分析。

考虑到现有不对称工况下 MMC-HVDC 小扰 动稳定性分析的难点,本文主要创新点如下:首先, 考虑与实际工程模型一致的完整控制结构,精准刻 画不对称工况下的多频耦合现象,对不对称工况下 MMC-HVDC 的 MIMO 导纳模型进行建模;然后, 针对不对称工况下小扰动稳定性分析问题,提出了 基于向量范数的矩阵降维方法,定量衡量了矩阵降 维的误差,明确了所提方法在各种不对称工况下的 小扰动稳定性分析适用性;最后,在 PSCAD/ EMTDC 中通过电磁暂态仿真验证了本文工作在实 际工程模型上的适用性。

# 1 不对称工况下 MMC-HVDC 多频耦合 现象

当MMC处于不对称工况时,系统会产生多个 频率之间的相互耦合,即当交流侧注入频率为 $f_s$ 的 正序电压扰动时,在公共耦合点(point of common coupling, PCC)处除了响应频率为 $f_s$ 的正序电流扰 动和频率为 $f_s - 2f_1(f_1$ 为工频)的负序电流扰动外, 还会产生频率为 $f_s \pm bf_1(k$ 为整数)的多频耦合谐波 分量。

不对称工况下,通过在 PCC 注入频率为 681 Hz 的电压扰动,测量 PCC 交流电压波形进行快速傅里 叶变换(fast fourier transform, FFT)的结果,如附录 A表 A1所示。从表 A1可以得出,响应电流出现多 频耦合现象,主要集中在 581 Hz 和 681 Hz,481 Hz 和 381 Hz 也出现了响应电流,但其幅值远小于主要 的镜像频率(581 Hz 和 681 Hz)。观察主要的镜像 频率三相电流幅值与相位可以发现,幅值出现了明 显的不对称,而相位也不再是严格的正负序关系,这 说明不对称工况下系统除了存在频率耦合效应外, 还存在序间耦合效应。此时,对称工况下准确描述 交流侧端口的 DIDO 导纳模型不再适用,需要建立 能够刻画不对称工况下存在多频耦合现象的 MIMO 导纳模型。

选用经典MMC拓扑结构,如图1所示。图中:s 为复数频率; $u_j$ 和 $i_j$ 分别为交流侧j相电压和电流,其 中,j=a,b,c; $u_{dc}$ 为直流侧电压; $L_t$ 为换流变漏感; $k_t$ 为换流变压器变比; $R_{am}$ 和 $L_{am}$ 分别为桥臂电阻和电 感; $u_a^p$ 和 $u_a^n$ 分别为a相上、下桥臂电压; $i_a^n$ 和 $i_a^n$ 分别为 a相上、下桥臂电流; $n_a^p$ 和 $n_a^n$ 分别为a相上、下桥臂的 调制系数;C为桥臂电容值; $u_{c,a}^{p,sum}$ 和 $u_{c,a}^{n,sum}$ 分别为a相 上、下桥臂电容电压和;O点为PCC;N'点为中 性点。



根据图1的MMC拓扑结构与完整控制环节对 MMC-HVDC不对称工况下MIMO导纳进行建模。

# 2 不对称工况下MMC导纳建模

本章以图1所示的 MMC 拓扑结构为例,采用 HSS法,考虑完整主回路、控制环节和调制环节,对 不对称工况下 MMC 的 MIMO 导纳模型进行建模, 此建模方法适用于多种不对称工况。然后,对桥臂 电感不对称、交流电网电压不对称和网侧阻抗不对 称3种不对称工况进行验证。

#### 2.1 主回路建模

考虑图1所示电路结构及桥臂动态后,在稳态 点附近进行轨迹线性化,得到MMC主回路HSS模 型如下:



式中: $\Delta$ 表示小扰动量; $i_j^{com}$ 、 $i_j^{diff}$ 和 $u_j^{com}$ 、 $u_j^{diff}$ 分别为由 上下桥臂电流和电压确定的j相共模、差模电流和 电压; $u_{c,j}^{p,sum}$ 和 $u_{c,j}^{n,sum}$ 分别为j相上、下桥臂的调制系数; $u_{dc}$ 为 直流侧电压向量; $u_j$ 为交流侧j相电压向量; $A_{Maincircuit}^{HSS}$ 方系数矩阵。主回路建模具体推导见附录B式 (B1)至式(B5), $A_{Maincircuit}^{HSS}$ 具体形式见式(B6)。本文 各变量矩阵形式表示时域变量转入频域后经过傅里 叶级数展开得到的HSS矩阵,对于系统中的周期性 时变环节(如Park 变换矩阵等),其HSS矩阵为 Toeplitz矩阵,而对于系统中的时不变线性控制器 (如电流内环控制比例-积分(PI)环节等),其HSS 矩阵为由频率平移构成的对角矩阵。

#### 2.2 控制回路建模

本文考虑的控制回路由锁相环(phase locked loop,PLL)控制、有功/无功外环控制、正/负序电流 矢量控制及环流抑制控制(circulating current suppression control,CCSC)四部分组成。完整控制 框图见附录B图B1。

由于 MMC-HVDC 控制环节与交流侧电压  $u_j$ 、 电流  $i_j$ 关系紧密,本文将各环节的控制回路模型表 示成各个控制回路输出关于  $\Delta u_j$ 、 $\Delta i_j$ 的谐波传递函 数(harmonic transfer function, HTF)形式。

PLL 控制关于交流侧电压、电流的 HTF 如下:

$$\begin{cases} \Delta \theta_{\rm PLL} = G_{\rm PLL}^{+} \begin{bmatrix} \Delta u_{a}^{\rm g} \\ \Delta u_{b}^{\rm g} \\ \Delta u_{c}^{\rm g} \end{bmatrix} \\ G_{\rm PLL}^{+} = (1 - \begin{bmatrix} 0 & H_{\rm PLL}(s) \end{bmatrix} G_{\rm lu}^{+})^{-1} \begin{bmatrix} 0 & H_{\rm PLL}(s) \end{bmatrix} G_{2}^{+} \end{cases}$$

$$(2)$$

式中:上标"g"表示电网坐标系下变量; $\Delta\theta_{PLL}$ 为PLL 输出扰动量; $G_{PLL}^+$ 为基频正序PLL的HTF; $H_{PLL}(s)$ 为与PLL的比例-积分(PI)环节传递函数有关项;  $G_{1u}^+$ 和 $G_2^+$ 分别为与稳态电压和Park变换有关项。

根据同步参考坐标系锁相环(SRF-PLL)控制 结构,不难得到电压正序 Park 变换的 HTF 如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}_{d}^{c} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{q}^{c} \end{bmatrix} = \boldsymbol{G}_{1u}^{+} \boldsymbol{G}_{PLL}^{+} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}_{a}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{b}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{c}^{g} \end{bmatrix} + \boldsymbol{G}_{2}^{+} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}_{a}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{b}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{c}^{g} \end{bmatrix}$$
(3)

式中:上标"c"表示控制坐标系下的变量; $u_d \approx u_q \beta$ 别为电压的 $d_q$ 轴分量。式(3)可以推广为其余三 相分量转到dq轴的基频正序Park变换。例如,想得 到三相电流转移到dq轴的基频正序Park变换方程, 只需将等号右边的第2项(小扰动三相交流电压)改 为小扰动三相交流电流,等号左侧输出改为dq轴电 流即可,并以稳态电流相关项 $G_{11}^+$ 替代 $G_{12}^+$ ,基频负序 与二倍频负序变换符号以此类推。式(2)、式(3)详 细推导过程见附录B式(B7)至式(B13)。

同样,可以给出有功/无功外环控制关于 $\Delta u_j$ 、  $\Delta i_j$ 的HTF如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{i}_{vd}^{*} \\ \Delta \boldsymbol{i}_{vq}^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{pq} \boldsymbol{G}_{P,I} \\ \boldsymbol{G}_{pq} \boldsymbol{G}_{Q,I} \\ \boldsymbol{G}_{gq} \boldsymbol{G}_{q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{i}_{a}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{i}_{b}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{i}_{c}^{g} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{pq} \boldsymbol{G}_{P,U} \\ \boldsymbol{G}_{pq} \boldsymbol{G}_{Q,U} \\ \boldsymbol{G}_{pq} \boldsymbol{G}_{Q,U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}_{a}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{b}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{c}^{g} \end{bmatrix} (4)$$

式中: $\Delta i_{vd}^{*}$ 和 $\Delta i_{vq}^{*}$ 分别为功率外环输出的 $d_{\chi q}$ 轴分量; $G_{P,I}$ 、 $G_{P,U}$ 和 $G_{Q,I}$ 、 $G_{Q,U}$ 分别为计算有功和无功功率时用到的电流、电压稳态下的分量; $G_{pq}$ 为功率外环PI环节。外环控制HTF详细推导过程见附录B式(B14)和式(B15)。

负序电流内环控制是 MMC 重要的控制环节, 负序电流内环的投入在实际工程中还可能影响系统 的谐振稳定性<sup>[27]</sup>。然而,不对称工况下的 MMC 建 模研究中却鲜有提及正/负序分离环节与负序电流 控制。正序电流内环关于 Δ**u**<sub>j</sub>、Δi<sub>j</sub>的 HTF 可表示为:

$$\begin{vmatrix} \Delta u_{a}^{c} \\ \Delta u_{c}^{b} \\ \Delta u_{c}^{c} \end{vmatrix} = G_{Control, U}^{+} \begin{vmatrix} \Delta u_{a}^{g} \\ \Delta u_{c}^{g} \end{vmatrix} + G_{Control, I}^{+} \begin{vmatrix} \Delta i_{a}^{g} \\ \Delta i_{c}^{g} \end{vmatrix}$$
  
$$\begin{cases} G_{Control, U}^{+} = G_{InvPark} G_{PLL}^{+} + T_{dq, inv} (\theta_{PLL, 0}) (G_{IU}^{+} + G_{ni} G_{pq, u}) \\ G_{IU}^{+} = G_{cf} G_{csd} (G_{1u}^{+} G_{PLL}^{+} + G_{2}^{+}) + G_{csd} G_{ci} G_{1i}^{+} G_{PLL}^{+} \\ G_{Control, I}^{+} = T_{dq, inv} (\theta_{PLL, 0}) (G_{csd} G_{ci} G_{2}^{+} + G_{ni} G_{pq, i}) \end{cases}$$
  
$$(5)$$

中国知网 https://www.cnki.net

式中: $G_{InvPark}$ 和 $T_{dq,inv}$ 分别为与负序 Park 变换相关的 HTF和 Park 逆变换矩阵,具体形式见附录 B式 (B13); $\theta_{PLL,0}$ 为基频正序相位; $G_{ni}$ 、 $G_{ci}$ 、 $G_{cf}$ 分别为与 电流内环 PI环节、解耦环节和电压前馈环节有关 的 HTF; $G_{csd}$ 为与正/负序分离环节有关的中间变 量,具体形式见式(B16)。正/负序电流内环控制 HTF详细推导过程见附录 B式(B16)至式(B22)。

考虑到式(1)中主回路建模采用了共模电流,本 文 CCSC 的 HTF 采用Δu<sub>j</sub>与小扰动下的共模电流表 示,式(6)所示 CCSC 的 HTF 详细推导过程见附录 B式(B23)至式(B25)。

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}_{\text{cir, a}}^{c(2-)} & \Delta \boldsymbol{u}_{\text{cir, b}}^{c(2-)} & \Delta \boldsymbol{u}_{\text{cir, c}}^{c(2-)} \end{bmatrix}^{2} = \\ \underbrace{(\boldsymbol{G}_{\text{InvPark}}^{2N} \boldsymbol{G}_{\text{PLL}}^{+} + \boldsymbol{T}_{dq,\text{inv}}^{2N} (\boldsymbol{\theta}_{\text{PLL}}) \boldsymbol{G}_{\text{cir}} \boldsymbol{G}_{1i}^{2-} \boldsymbol{G}_{\text{PLL}}^{+})}_{\boldsymbol{G}_{\text{cir}}^{2-}} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}_{a}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{b}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{c}^{g} \end{bmatrix}} + \\ \underbrace{\frac{1}{2} \boldsymbol{T}_{dq,\text{inv}}^{2N} (\boldsymbol{\theta}_{\text{PLL}}) \boldsymbol{G}_{\text{cir}} \boldsymbol{G}_{2}^{2-}}_{\boldsymbol{G}_{\text{cir}}^{2-}}} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{i}_{a}^{\text{com}} \\ \Delta \boldsymbol{i}_{b}^{\text{com}} \\ \Delta \boldsymbol{i}_{c}^{\text{com}} \end{bmatrix}} \tag{6}$$

式中: $\Delta u_{cir,j}^{c(2-)}$ 为*j*相环流抑制控制输出; $G_{InvPark}^{2N}$ 和  $T_{dq,inv}^{2N}$ 为与二倍频负序Park逆变换 $G_{Ii}^{2-}$ 和 $C_{2}^{2-}$ 相关的HTF;二倍频Park变换相关的HTF; $G_{cir}$ 为与环 流抑制控制有关HTF; $\theta_{PLL}$ 为Park变换中三角函数 角度矩阵。

#### 2.3 调制信号生成

上述控制环节构成了完整的MMC电流矢量控制,其输出电压参考值通过调制得到各相各桥臂的 调制系数,完整的MMC控制如附录B图B2所示。

根据MMC桥臂调制系数可以得到其小扰动下上、下桥臂调制系数扰动量 $\Delta n$ ,和 $\Delta n$ ,如下:

$\left  \Delta \boldsymbol{n}_{j}^{\mathrm{p}} = \boldsymbol{G}_{\mathrm{n},\mathrm{U}}^{\mathrm{p}} \right $	$\int \left[ egin{aligned} \Delta oldsymbol{u}_{ extsf{a}}^{ extsf{g}} \ \Delta oldsymbol{u}_{ extsf{c}}^{ extsf{g}} \end{bmatrix} + G_{ extsf{a}}^{ extsf{g}}  ight] + G_{ extsf{a}}^{ extsf{g}}  ight]$	$\left[ egin{array}{c} \Delta oldsymbol{i}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{g}} \ \Delta oldsymbol{i}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \ \Delta oldsymbol{i}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{g}} \end{bmatrix} + oldsymbol{a}$	$G^{\mathrm{p}}_{\mathrm{n,cirl}} egin{bmatrix} \Delta egin{array}{c} \Delta egin{array}{c} \mathrm{com} \ \Delta eta^{\mathrm{com}}_{\mathrm{c}} \ \Delta eta^{\mathrm{com}}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix}$
$\left  \Delta \boldsymbol{n}_{j}^{\mathrm{n}} = \boldsymbol{G}_{\mathrm{n},\mathrm{U}}^{\mathrm{n}} \right $	$\int_{\mathbf{J}} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}_{a}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{b}^{g} \\ \Delta \boldsymbol{u}_{c}^{g} \end{bmatrix} + G_{n}$	$\left[ egin{array}{c} \Delta oldsymbol{i}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{g}} \ \Delta oldsymbol{i}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{g}} \ \Delta oldsymbol{i}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{g}} \end{array}  ight] + \delta oldsymbol{i}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{g}}  ight]$	$G_{n,  \mathrm{cirl}}^{n} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{i}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{com}} \\ \Delta \boldsymbol{i}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{com}} \\ \Delta \boldsymbol{i}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{com}} \end{bmatrix}$

式中: $G_{n,U}^{p}$ 、 $G_{n,I}^{p}$ 、 $G_{n,cirl}^{p}$ 、 $G_{n,U}^{n}$ 、 $G_{n,1}^{n}$ 、 $G_{n,cirl}^{n}$ 为中间变量, 具体形式见附录B式(B26)至式(B28)。

将考虑完整控制得到的调制系数与考虑桥臂动态的主回路建模式(1)联立,考虑直流侧扰动为0,同时根据图1所示电流方向和差模电流 $\Delta i_j^{diff}$ = 0.5 $\Delta i_j$ ,可得 $\Delta i_j$ 、 $\Delta u_j$ 之间的关系如式(8)所示。其中,矩阵中省略号表示 $\Delta u_j$ 到除 $\Delta i_j$ 外其余自变量的传递函数,由于本文只关注导纳元素,故省略号部分传递函数不再展开说明。

式中: Y<sub>j</sub><sup>HSS</sup> 为 MMC 的 MIMO 导纳矩阵; B<sup>HSS</sup> 为中 间变量,具体形式见附录B式(B29)。为验证上述 推导的正确性与适用性,在PSCAD/EMTDC 中采 用鲁西背靠背异步联网工程广西侧模型进行验证, 系统主回路参数与控制环节系数如附录A表A2、表 A3所示,考虑3种不对称工况:电网电压不对称、桥 臂电感不对称与网侧阻抗不对称。

图 2 为桥臂电感不对称工况下的三相自导纳理 论值、扫描值验证与三相扫描值对比。此时, a 相上 下桥臂电感为 0.3 H; bc 相上下桥臂电感为 0.104 H。 由于 MIMO 导纳的 HSS 模型中包含较多元素, 除图 2 外, 本文仅给出电网电压不对称情况下的镜像频 率耦合导纳与网侧阻抗不对称情况下的自导纳验证 结果, 如附录 C 图 C1和图 C2 所示。频率扫描结果 与理论建模值吻合良好, 验证了不对称工况下 MMC 的 MIMO 导纳建模正确性。

# 3 HSS矩阵降维

# 3.1 系统不对称程度分析

文献[17]将三相序阻抗通过坐标变换转移至  $\alpha \pm j\beta$ 轴下,其变换矩阵如下:

$$\begin{bmatrix}
T_{3s/2s} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \underbrace{\frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}}_{T_{abc/qd}} \\
\begin{bmatrix}
T_{-1} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \\
a = e^{j\frac{2}{3}\pi}$$
(9)

式中: $T_{abc/\alpha\beta}$ 为Clark变换矩阵; $T_{3s/2s}$ 为abc轴转移到  $\alpha \pm i\beta$ 轴的变换矩阵。

需要注意式(9)中的矩阵  $T_{3s/2s}$ 并不可逆,只是 将两个矩阵相乘可以得到一个2×2的单位矩阵,因 此记为以上形式。 $\alpha \pm j\beta$ 轴下的导纳可以反映相同 频率、不同相序间导纳关系。因此,将式(8)中的序 导纳矩阵转移到 $\alpha \pm j\beta$ 轴得到 $Y_{\alpha \pm j\beta}$ ,进行矩阵降维 和稳定性分析,如式(10)所示。





$$Y_{a\pm j\beta} = T_{3s/2s} Y_j^{\text{HSS}} T_{3s/2s}^{-1} = \begin{bmatrix} Y_{a\beta}^{\text{PP}} & Y_{a\beta}^{\text{PN}} \\ Y_{a\beta}^{\text{PP}} & Y_{a\beta}^{\text{NN}} \end{bmatrix}$$
(10)

式中: $Y_{\alpha\beta}^{PP}$ 和 $Y_{\alpha\beta}^{NP}$ 分别为 $\alpha \pm j\beta$ 轴下正序电流与正 序电压、负序电流与正序电压之间的导纳矩阵, $Y_{\alpha\beta}^{NN}$  和  $Y^{PN}_{\alpha\beta}$  同理。由于序导纳矩阵已经过验证,经式(9) 变换后的  $\alpha \pm j\beta$  轴下导纳不再给出进一步验证。

第1章中提到相同频率、不同相序下出现的序 间耦合是不对称工况区别于对称工况的显著特点, 根据式(10)中 $\alpha$ ±j $\beta$ 轴下导纳,定义反映不对称工 况下序间耦合强度的指标序间耦合系数(sequence coupling coefficient,SCC) $S_{cc}$ 如下:

$$S_{\rm CC} = 20 \lg \left( \frac{|Y_{a\beta}^{\rm PP, (n,n)}(s)|}{|Y_{a\beta}^{\rm NP, (n,n)}(s)|} \right) \tag{11}$$

式中: $|Y_{q\beta}^{PP,(n,n)}(s)|$ 和 $|Y_{q\beta}^{NP,(n,n)}(s)|$ 分别为当交流系统 注入频率为 $f_{P1}$ 的电压扰动后,在PCC产生的频率为  $f_{P1}$ 的正序扰动导纳幅值和频率为 $f_{P1}$ 的负序扰动导 纳幅值;(n,n)表示取导纳矩阵的第n行、第n列元 素,即中心元素位置。两者相比可以表征频率为 $f_{P1}$ 的 瓦序扰动电流幅值与频率为 $f_{P1}$ 的负序扰动电流 幅值的比值,序间耦合效应越强,产生的序间耦合分 量电流越大, $|Y_{q\beta}^{PP,(n,n)}(s)|/|Y_{q\beta}^{NP,(n,n)}(s)|$ 越大;反之则 越小。因此,SCC的物理意义可以明确反映系统序 间耦合效应的大小。

图 3 为不同交流侧电压不对称程度和不同 PLL、功率外环、电流内环比例系数下 SCC 的宽频 带变换趋势。根据图 3(a),随着交流侧电压不对称 程度增加,SCC 曲线在宽频带内有明显上升,这与 预期一致,证明了 SCC 物理意义的正确性。根据图 3(b)至(d)可知,同样的交流电压不对称程度下, PLL 比例系数对系统序间耦合现象几乎没有影响, 而功率外环与电流内环比例系数的上升会加剧系统 的序间耦合程度。

#### 3.2 向量范数

V =

不对称工况下导纳矩阵理论上应是一个无穷阶的 Toeplitz 矩阵,以其中的 a 相导纳 Y<sub>a</sub>为例,其形式 如下:

$$\begin{bmatrix} I_{a} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & Y_{a}^{(n-1,n-1)}(s') & Y_{a}^{(n-1,n)}(s) & Y_{a}^{(n-1,n+1)}(s'') & \cdots \\ \cdots & Y_{a}^{(n,n-1)}(s') & Y_{a}^{(n,n)}(s) & Y_{a}^{(n,n+1)}(s'') & \cdots \\ \cdots & Y_{a}^{(n+1,n-1)}(s') & Y_{a}^{(n+1,n)}(s) & Y_{a}^{(n+1,n+1)}(s'') & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \end{bmatrix}$$
(12)

式中: $s' = s - s_1$ , $s'' = s + s_1$ ,其中, $s_1 = j2\pi f_1$ 。定义 每一列向量的Euclidean范数为 $||V(s_0)||$ ,其中, $s_0 = s \pm ks_1$ ,k为任意整数。式(12)中的中心列向量范数 ||V(s)||、除中心列外任意列向量范数 $||V(s - 3s_1)||$ 及实际系统扫描值如图4所示。







根据图4可知,对于任意列向量范数有  $\|V(s)\| = \|V(s_0)\|,$ 故下文采用中心列向量范数  $\|V(s)\|$ 进行后续计算与分析。

#### 3.3 降维判据

假设希望将导纳矩阵截断为k阶,则记k阶的中 心列向量范数为 $||V_k(s)||$ ,中心列向量剩余元素的向 量范数记为 $||V_{\Delta}(s)||$ 。定义降维误差量 $\Delta e(s)$ 如下:

$$\begin{cases} \Delta e(s) = \frac{\|V_{\Delta}(s)\|}{\|V_{k}(s)\|} \\ \|V_{k}(s)\| = \left\| \begin{array}{c} Y_{a}^{(n-k,n)}(s) \\ \vdots \\ Y_{a}^{(n,n)}(s) \\ \vdots \\ Y_{a}^{(n+k,n)}(s) \\ \|V_{\Delta}(s)\| = \left\| \begin{array}{c} \vdots \\ Y_{a}^{(n-(k+1),n)}(s) \\ Y_{a}^{(n+(k+1),n)}(s) \\ \vdots \\ \vdots \\ \end{array} \right\| \end{cases}$$
(13)

对||V<sub>Δ</sub>(s)||的无穷阶范数进行如下处理:

$$\begin{cases} \|V_{\Delta}(s)\| = \sqrt{\|\xi_{k+1}\|^2 + \|\xi_{k+2}\|^2 + \dots} = \\ \|\xi_{k+1}\| \sqrt{1 + \frac{\|\xi_{k+2}\|^2}{\|\xi_{k+1}\|^2} + \frac{\|\xi_{k+2}\|^2}{\|\xi_{k+1}\|^2} \frac{\|\xi_{k+3}\|^2}{\|\xi_{k+2}\|^2} + \dots} \leqslant \\ \|\xi_{k+1}\| \sqrt{1 + \lambda^2 + \lambda^4 + \dots} = \|\xi_{k+1}\| \sqrt{\frac{1}{1 - \lambda^2}} \\ \|\xi_{k+1}\| = \sqrt{(Y_a^{(n-(k+1),n)}(s))^2 + (Y_a^{(n+(k+1),n)}(s))^2} \end{cases}$$

$$(14)$$

式中: $\lambda$ 为  $||\xi_{k+2}||/||\xi_{k+1}||$ 的最大值,对任意 k 有  $||\xi_{k+2}||/||\xi_{k+1}|| \ll \lambda < 1$ 。假设 $\lambda < 1$ ,经过验证在 MMC的导纳矩阵宽频带范围内满足这一假设,理 论上 $\lambda$ 应取  $||\xi_{k+2}||/||\xi_{k+1}||$ 的最大值。然而,实际上 MMC导纳矩阵是一个稀疏矩阵。因此, $\lambda$ 取有限阶 内的最大值。

以降维误差量衡量矩阵降维的阶数,若降维误差量小于某个阈值,则认为理论上无穷阶的导纳矩 阵可以降维为当前阶的矩阵并进行稳定性分析。本 文选取阈值为0.2。从物理意义上看,当降维误差小 于0.2时,选取的降维矩阵所包含的信息是被截断 矩阵所包含信息的5倍,全频段内可以认为误差足 够小,若对某些频段有更精细和准确的要求,可以根 据应用场景的不同选取更小的降维误差量阈值。根 据交流侧电压不对称的不同程度,将其分为不对称 程度较强、不对称程度较弱和不对称程度适中3种 情况,对导纳矩阵进行降维并开展稳定性分析,进一 步验证本文的降维方法。

#### 3.4 导纳矩阵降维

根据所定义的列向量范数与降维误差,可采用 如下两种判断降维阶数的方法:1)从1阶中心列向 量范数开始,不断增加降维阶数,当观察到中心列向 量范数开始收敛时,确定降维的阶数,此方法直观明 了,但无法定量分析;2)采用降维误差量定量分析 降维误差,当降维误差量小于阈值后,确定降维阶 数。下文同时采用两种方法互相验证。

3.4.1 系统不对称程度较强(序间耦合效应占 主导)

系统不对称程度较强时,序间耦合效应在宽频 带范围内占主导,频率耦合效应对系统导纳矩阵的 影响较弱。

图 5 为系统不对称程度较强下各阶导纳的向量 范数对比及降维误差量。由图 5(a)可知,1阶、5阶 与 9 阶的向量范数一致,即认为1阶的向量范数已经 收敛,初步判断当系统频率耦合效应较弱时,可以将 导纳矩阵降维为1阶矩阵。



图 5 系统不对称程度较强时的各阶范数及降维误差 Fig. 5 Norms with various orders and dimensionality reduction errors of system with strong asymmetry

根据式(13)、式(14)计算系统不对称程度较强时的1阶降维误差,如图5(b)所示。1阶矩阵在宽频带内的降维误差 $\Delta e$ 远小于阈值0.2,在宽频带内满足降维条件。因此,根据范数的收敛性与降维误差, 在系统不对称程度较强、序间耦合效应占主导的情况下,将无穷阶的导纳矩阵 $Y_{\alpha\beta}^{pp}$ 降维为1阶矩阵进行后续稳定性分析。 **3.4.2** 系统不对称程度较弱(频率耦合效应占 主导)

系统不对称程度较弱的情况下,全频段内系统 频率耦合效应<sup>[9-10,23]</sup>远强于不对称工况导致的序间 耦合效应,各阶导纳的向量范数和降维误差如图6 所示。根据图6(a)可知,1阶与5阶的向量范数有较 大差异,即1阶的向量范数还未收敛;5阶与9阶的 向量范数在宽频带范围内基本一致,即认为5阶向 量范数收敛,初步判断导纳矩阵可降维为5阶 矩阵。



图 6 系统不对称程度较弱时的各阶范数及降维误差 Fig. 6 Norms with various orders and dimensionality reduction errors of system with weak asymmetry

根据式(13)、式(14)计算系统不对称程度较弱的1、5阶降维误差,如图6(b)所示。5阶矩阵降维误差在宽频段内远小于1阶矩阵降维误差,且5阶导纳的降维误差Δe在宽频带内满足降维条件,即小于阈值0.2,而1阶矩阵降维误差在较宽频段大于阈值。

根据范数收敛性与降维误差,在不对称程度较弱、系统频率耦合效应占主导的情况下,将无穷阶导纳矩阵  $Y^{PP}_{ag}$ 降维为5阶导纳矩阵进行后续稳定性分析。

3.4.3 系统不对称程度适中

文献[17]提出了基于矩阵对角占优原理的降维 方法,在系统强不对称与弱不对称工况下均可以很 好地对系统小扰动稳定性进行分析,具有明确的物 理含义与参考意义。但对于不对称程度适中的工 况,系统在α±jβ域与d±jq域下均无法降维成2×2 矩阵,文献[17]对于此工况的讨论较少。本文针对 此工况,分析本文所提降维方法的适用性。 图 7 为系统不对称程度适中的工况下各阶导纳 的向量范数和降维误差。由图 7(a)可知,宽频带内 1 阶与 5 阶的向量范数一致,而特定频段(如 10~ 20 Hz 和 80~90 Hz)内,向量范数有一定差异,即可 以认为1 阶的向量范数在中高频已经收敛,可用于 中高频段的稳定性分析。





根据式(13)、式(14)计算系统不对称程度适中 时的1、5阶降维误差,如图7(b)所示。宽频带内将 无穷阶导纳矩阵降维为5阶矩阵的截断误差与降维 为1阶矩阵的截断误差相比,1阶矩阵降维误差在较 窄频段(10~20 Hz和80~90 Hz)内高于误差阈值, 其余宽频带范围内误差量都远小于误差阈值。因 此,若将降维误差量视为衡量指标,针对不对称程度 适中工况,若想实现包括次/超同步频段在内的全频 段精确小扰动稳定性分析,则将无穷阶导纳矩阵降 维为5阶矩阵。若考虑中高频段的小扰动稳定性分 析,将无穷阶导纳矩阵降维为1阶矩阵,也可以实现 对中高频段小扰动稳定性的分析且减少计算维度。

根据范数收敛性与降维误差,在不对称程度适中工况下,将无穷阶导纳矩阵 Y<sup>PP</sup> 降维为1阶导纳矩阵后进行后续稳定性分析。

根据上述3种工况的分析可知,本文所提方法 在多种工况下均能实现导纳矩阵的降维,且本文所 提矩阵降维方法基于系统外特性,可以直接通过电 磁暂态扫描结果得到系统各阶范数与降维误差,即 本文所提降维方法对"黑箱"状态下的模型也具有适 用性。

式(10)中α±jβ轴下的导纳矩阵其余元素可以 通过同样的方法进行降维,也可以对整个矩阵直接 进行降维:将中心列向量范数的定义扩展至所有块 矩阵中心列向量所组成矩阵的Frobenius范数,然后 通过同样的方法进行降维误差计算。

# 4 稳定性判断

对于 MIMO 系统,可以采用 GNC 判断系统的 稳定性,但难以对系统的稳定裕度指标进行量化处 理<sup>[24]</sup>,同时较高阶的矩阵采用 GNC 还需要考虑能 否得到数值解等问题<sup>[17]</sup>。因此,将 N维的 MIMO 系 统等效为单输入单输出(SISO)系统进行稳定性判 断是常见的解决方法。当等效为 SISO 系统后的 MMC 阻抗和网侧阻抗幅值存在交点且交点处两者 相位差小于 180°,则认为系统稳定,反之失稳。

以下稳定性分析采用不对称工况如下:交流侧同时存在正序电压与负序电压,随着负序电压占比的增加,认为系统不对称程度上升,以此验证第3章3种情况下降维的导纳矩阵是否能够准确分析系统稳定性。

考虑如图8所示网侧阻抗。图中:C<sub>g</sub>和L<sub>g</sub>分别 为网侧电容和电感;V<sub>g</sub>为交流侧电压;R<sub>1</sub>和R<sub>2</sub>为网 侧电阻,其参数设置见附录A表A4。



Fig. 8 Structure of grid-side impedance

# 4.1 工况1:系统不对称程度较强

根据第3章的矩阵降维判据,当系统不对称程 度较强时,可将式(10)中每一个矩阵块降维为1阶, 即当系统序间耦合效应占主导时,式(10)中的导纳 矩阵可被降维为一个2×2矩阵。将2×2维DIDO 系统等效为SISO系统,本质上是对2×2矩阵求舒 尔补,其结果如式(15)所示。

 $Z_{a\pm j\beta}^{\text{MMC}} = (Y_{a\pm j\beta}^{\text{MMC}})^{-1} = \left( \frac{Y_{a\beta}^{\text{PP},(n,n)}(s)}{Y_{a\beta}^{\text{PP},(n,n)}(s)Y_{a\beta}^{\text{NP},(n,n)}(s)Z_{g}^{\alpha-j\beta}(s)} \right)^{-1}$ 

$$\left(Y_{a\beta}^{\text{PP},(n,n)}(s) - \frac{I_{a\beta}(s)I_{a\beta}(s)Z_{g}(s)}{1 + Y_{a\beta}^{\text{NN},(n,n)}(s)Z_{g}^{a-j\beta}(s)}\right)$$
(15)

式中: $Z_{\alpha\pm j\beta}^{MMC}$ 和 $Y_{\alpha\pm j\beta}^{MMC}$ 分别为MMC单输入单输出的 等效阻抗和等效导纳; $Z_{g}^{\alpha-j\beta}(s)$ 为转移到 $\alpha - j\beta$ 轴 后的网侧阻抗。 分别取图 8 中  $R_2$  = 186 Ω 和  $R_2$  = 185 Ω, 换流器 的等效阻抗与网侧阻抗的幅频特性如附录 C 图 C3 所示。根据图 C3 可知,  $R_2$ =186 Ω 时, 全频段内 换流器等效阻抗与网侧阻抗幅值相交于 1386.99 Hz, 当换流器等效阻抗与网侧阻抗幅值相 交时, 两者相位差为 179.95°, 接近临界稳定, 但仍小 于 180°, 满足系统稳定的相位裕度条件;  $R_2$  = 185 Ω 时, 全频段内换流器等效阻抗与网侧阻抗幅值相交 于 1 388.97 Hz, 换流器等效阻抗与网侧阻抗幅值相交 于 1 388.97 Hz, 换流器等效阻抗与网侧阻抗幅值相 交时, 两者相位差为 181.16°, 大于 180°, 系统越过临 界稳定变为不稳定, 且谐振频率为 1 388.97 Hz。

为验证附录C图C3的结论,在电磁暂态模型中 设置如下电磁暂态仿真:初始时刻系统的延时设置 为0 $\mu$ s,t=1.5 s时将系统控制链路延时由0 $\mu$ s切换 回正常情况下的400 $\mu$ s,两次仿真过程PCC处a相 交流电压与控制链路延时切换后的FFT分析如图 C4(a)、(b)所示。由图C4的稳定性分析结果可知: 当 $R_2$ =186 $\Omega$ 、控制链路延时阶跃后,系统维持稳定; 当 $R_2$ =185 $\Omega$ 、控制链路延时阶跃后,系统发生谐振, 谐振频率为1390Hz,符合图C3的分析。

根据本节分析与电磁暂态仿真结果,在系统不 对称程度较强情况下,导纳矩阵降维为2×2矩阵可 以准确对不对称工况下的MMC进行稳定性分析。

# 4.2 工况2:系统不对称程度较弱

根据第3章的矩阵降维判据,当系统不对称程 度较弱时,系统频率耦合效应较强,式(10)中每一个 矩阵块降维为5阶,导纳矩阵被降维为10×10矩阵。

以下将有限阶 MIMO 系统转化为等效 SISO 系统,对于系统导纳有如下电流、电压关系:

$$\begin{bmatrix} I_{a\beta}(s) \\ I_{a\beta,h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{2\times 2} & A_{2\times 8} \\ B_{8\times 2} & C_{8\times 8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{a\beta}(s) \\ U_{a\beta,h} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} U_{a+j\beta}(s+2s_1) & \cdots & U_{a-j\beta}(s-2s_1) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\begin{bmatrix} U_{a\beta,h} = \begin{bmatrix} U_{a+j\beta}(s) & U_{a-j\beta}(s) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\begin{bmatrix} I_{a\beta,h} = \begin{bmatrix} I_{a+j\beta}(s+2s_1) & \cdots & I_{a-j\beta}(s-2s_1) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\begin{bmatrix} I_{a\beta,h} = \begin{bmatrix} I_{a+j\beta}(s+2s_1) & \cdots & I_{a-j\beta}(s-2s_1) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

(16)

式中: $U_{\alpha\beta,h}$ 、 $I_{\alpha\beta,h}$ 和 $U_{\alpha\beta}(s)$ 、 $I_{\alpha\beta}(s)$ 分别为交流侧电 压、电流通过式(9)变换至 $\alpha + j\beta$ 和 $\alpha - j\beta$ 轴后的形 式。其余中间变量矩阵的具体形式见附录B式 (B30)。

对于网侧阻抗有:

$$-\begin{bmatrix} U_{a\beta}(s) \\ U_{a\beta,h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{a\beta, 2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 8} \\ \mathbf{0}_{8 \times 2} & D_{8 \times 8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a\beta}(s) \\ I_{a\beta,h} \end{bmatrix}$$
(17)  
其中,各矩阵具体形式见附录B式(B31)。

联立式(16)与式(17),MIMO系统10×10矩阵 中的所有元素信息都包含在 $Y_{eq1} \ge 2$ 中,即

$$Y_{\text{eql},2\times2} = Y_{2\times2} - [A_{2\times8}D_{8\times8}(E_{8\times8} + C_{8\times8}D_{8\times8})^{-1}B_{8\times2}]$$
(18)

式中: E<sub>8×8</sub>为8阶单位矩阵。

通过求矩阵的舒尔补可得  $Y_{eql,2\times 2}$ 的等效 SISO 阻抗表达式如下:

$$\begin{cases} Y_{\text{eql}, 2 \times 2} = \begin{bmatrix} Y_{\text{eql}, 11} & Y_{\text{eql}, 12} \\ Y_{\text{eql}, 21} & Y_{\text{eql}, 22} \end{bmatrix} \\ Z_{a \pm j\beta}^{\text{MMC}} = (Y_{a \pm j\beta}^{\text{MMC}})^{-1} = \left(Y_{\text{eql}, 11} - \frac{Y_{\text{eql}, 12}Y_{\text{eql}, 21}Z_{g}^{a-j\beta}(s)}{1 + Y_{\text{eql}, 22}Z_{g}^{a-j\beta}(s)} \right)^{-1} \end{cases}$$
(19)

需要注意,以上推导的MIMO到SISO等效方 法适用于任意有限阶矩阵的等效。

完成不对称程度较弱下MIMO到SISO的等效 后验证其正确性:网侧阻抗结构仍然如图8所示,分 別取图 8 中  $R_2$ =255  $\Omega$  和  $R_2$ =235  $\Omega$ , 换流器的等效 阻抗与网侧阻抗的幅频特性如附录C图C5所示。 由图C5可知, $R_2$ =255Ω时,全频段内换流器等效阻 抗与网侧阻抗幅值相交于1402.8 Hz,当换流器等 效阻抗与网侧阻抗幅值相交时,两者相位差为 178.28°,接近临界稳定,但仍小于180°,满足系统稳 定的相位裕度条件; $R_2=235\Omega$ 时,红色曲线为导纳 矩阵降维为10×10矩阵的MMC等效阻抗幅频特 性曲线,黑色曲线为导纳矩阵降维为2×2矩阵的 MMC等效阻抗幅频特性曲线。从图中可以看出, 不同降维维度下等效的MMC阻抗幅频特性有明显 差异,2×2矩阵的MMC等效阻抗幅值与网侧阻抗 幅值相交于1369.98 Hz,相位差为177.46°,判断为 系统稳定,而10×10矩阵的MMC等效阻抗幅值与 网侧阻抗幅值相交于1 397.7 Hz,相位差为182.13°, 系统越过临界稳定变为不稳定系统,且谐振频率为 1 397.7 Hz<sub>o</sub>

为验证附录C图C5的结论,采用与4.1节一致的电磁暂态仿真,两次仿真过程PCC处a相交流电压与控制链路延时切换后的快速傅里叶变换(FFT)分析如图C6(a)、(b)所示。

由附录C图C6的稳定性分析结果可知,当  $R_2 = 255 \Omega$ 时,控制链路延时阶跃后,系统维持稳定;而当 $R_2 = 235 \Omega$ 时,电磁暂态仿真结果表明切换延时后系统失稳,谐振的主要频率为1399Hz,电磁仿真结果验证了完整控制下将系统导纳矩阵降维为 $10 \times 10$ 矩阵进行稳定性分析的正确性。同时,也表明若简单降维为 $2 \times 2$ 矩阵将会导致稳定性分析结果有误。

附录C图C7展示了不对称程度较弱下不同降 维矩阵的MMC等效阻抗。由图C7可知,2×2矩阵 的等效阻抗与10×10矩阵等效矩阵有较大差异,而 10×10矩阵等效阻抗与18×18矩阵等效矩阵除在 次/超同步频段有一定差异外,其余频段几乎一致, 证明了在不对称程度较弱的工况下,将导纳矩阵降 维为10×10矩阵并进行稳定性分析的合理性。

#### 4.3 工况3:系统不对称程度适中

根据第3章的矩阵降维判据,当系统不对称程 度适中时,式(10)中每一个矩阵块降维为1阶,导纳 矩阵被降维为2×2矩阵,SISO阻抗等效过程与4.1 节一致,此处不再赘述。需要说明的是,虽然3.1节 中定义的序间耦合系数可以一定程度上表征系统不 对称程度,但如何划分系统强/弱/中不对称还没有 定量的结论,本文所述不对称程度适中工况是指文 献[17]中提到的在 $d\pm iq$ 域与 $\alpha\pm i\beta$ 域下均无法满 足分块对角占优性的工况。

网侧阻抗结构如图 8 所示,取  $R_2$ =187  $\Omega$ ,网侧 阻抗与SISO换流器等效换流器阻抗幅频特性如图 9所示。



工况3下阻抗幅频特性( $R_2$ =187  $\Omega$ ) 图 9 Fig. 9 Amplitude-frequency characteristics of impedance in condition 3 ( $R_2$ =187  $\Omega$ )

由图9可知,全频段内,换流器等效阻抗与网侧 阻抗幅值相交于1388.36 Hz,当换流器等效阻抗与 网侧阻抗幅值相交时,两者相位差为179.30°,小于 180°,系统稳定。对工况3进行电磁暂态仿真,仿 真过程 PCC 处 a 相交流电压如图 10(a)所示,控 制链路延时切换后的FFT分析如图10(b)所示。

由图10的时域仿真结果可知,延时阶跃后系统 稳定,与图9的理论分析一致,当 $R_2$ =175 $\Omega$ 时,网侧 阻抗与换流站 SISO 等效阻抗如图 11 所示。根据图 11可知,换流器等效阻抗与网侧阻抗相交处相位差 为182.94°,与图9相比,此时系统判据由稳定状态越 过临界稳定后判断为不稳定。同样,在PSCAD/ 研制与开发・



EMTDC中进行时域仿真测试,仿真过程 PCC 处 a 相交流电压如图 12(a) 所示, 控制链路延时切换后 的FFT分析如图12(b)所示。







由图12的时域仿真结果可知,系统在延时阶跃 后发生谐振,谐振频率为1381Hz,时域仿真与图11 给出的判据结果相符。由两次时域仿真与理论分析 的结果可知,在不对称程度适中工况下,中高频段采 用2×2矩阵得到的SISO等效阻抗能够系统地对稳 定性进行准确判断,通过电磁暂态仿真验证了本文 所提降维方法在系统不对称程度适中工况下的适 用性。

附录C图C8展示了不对称程度适中下不同降 维矩阵的MMC等效阻抗。根据图C8可知,导纳矩 阵降维为1阶与降维为5阶在中高频范围内的SISO 等效阻抗基本一致,而在次/超同步频段(10~20 Hz 和80~90 Hz)内,1阶与5阶SISO等效阻抗有较明 显的差异,与3.4.3节分析结果一致。

本章在交流电压不对称工况下,分不对称程度 较弱、较强、适中3种情况,提出了将MIMO系统等 效为SISO系统的计算方法。同时,根据第3章的矩 阵降维结果进行不对称工况下MMC稳定性分析。 结果表明,采用本文所提矩阵降维判据与等效方法 后能够实现多种不对称工况下导纳矩阵的降维与稳 定性分析。

# 5 结语

本文考虑 MMC-HVDC 完整控制,通过谐波状态空间法建立了适用于多种不对称工况的 MMC 导纳模型。同时基于向量范数,提出了适用于稳定性分析的矩阵降维方法,得到如下结论:

1)本文建立了考虑多频耦合的 MMC 导纳模型,计及功率外环、正负序电流内环、正负序分离环节、PLL、CCSC、系统调制等因素,适用于多种不对称工况下的谐振特性分析;

2)本文提出的两种矩阵降维方法基于系统外特性,适用于"黑箱"系统,所提降维方法实现了对无穷阶导纳矩阵的降维,降维得到的矩阵在多种不对称工况下能够准确分析系统稳定性;

3)本文所提将 MIMO 导纳等效为 SISO 导纳的 计算方法,适用于任意有限阶矩阵,理论分析与电磁 暂态仿真结果一致,在多种工况下求得的 MMC 单 输入单输出等效阻抗可以准确分析系统谐振风险。

综上所述,本文所建立的导纳模型、提出的导纳 矩阵降维与等效 SISO 方法,适用于多种 MMC-HVDC 不对称工况下的稳定性分析,对不对称工况 下 MMC 的矩阵降维和稳定性分析有一定的参考 意义。

附录见本刊网络版(http://www.aeps-info.com/ aeps/ch/index.aspx),扫英文摘要后二维码可以阅读 网络全文。

# 参考文献

 WANG Z X, LI H, CHU Z Y, et al. A review of EMI research in modular multilevel converter for HVDC applications [J].
 IEEE Transactions on Power Electronics, 2022, 37 (12) : 14482-14498.

- [2] 李兴源,曾琦,王渝红,等.柔性直流输电系统控制研究综述[J]. 高电压技术,2016,42(10):3025-3037.
  LI Xingyuan, ZENG Qi, WANG Yuhong, et al. Control strategies of voltage source converter based direct current transmission system [J]. High Voltage Engineering, 2016, 42 (10): 3025-3037.
- [3] ZOU C Y, RAO H, XU S K, et al. Analysis of resonance between a VSC-HVDC converter and the AC grid [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33 (12) : 10157-10168.
- [4] 郭贤珊,刘斌,梅红明,等.渝鄂直流背靠背联网工程交直流系统谐振分析与抑制[J].电力系统自动化,2020,44(20):157-164.
  GUO Xianshan, LIU Bin, MEI Hongming, et al. Analysis and suppression of resonance between AC and DC systems in Chongqing-Hubei back-to-back HVDC project of China [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(20): 157-164.
- [5] 尹嘉豪, 吕敬, 蔡旭.柔性直流输电系统高频谐振阻尼特性分析 及自适应抑制[J].电力系统自动化, 2022, 46(22):90-100. YIN Jiahao, LYU Jing, CAI Xu. Damping characteristic analysis and adaptive suppression for high-frequency resonance of flexible DC transmission system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(22): 90-100.
- [6] SAAD H, FILLION Y, DESCHANVRES S, et al. On resonances and harmonics in HVDC-MMC station connected to AC grid[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2017, 32 (3): 1565-1573.
- [7] 冯俊杰,邹常跃,杨双飞,等.针对中高频谐振问题的柔性直流 输电系统阻抗精确建模与特性分析[J].中国电机工程学报, 2020,40(15):4805-4820.
  FENG Junjie, ZOU Changyue, YANG Shuangfei, et al. Accurate impedance modeling and characteristic analysis of VSC-HVDC system for mid-and high-frequency resonance problems
- [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 4805-4820.
  [8] LYU J, ZHANG X, CAI X, et al. Harmonic state-space based small-signal impedance modeling of a modular multilevel converter with consideration of internal harmonic dynamics [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(3): 2134-2148
- [9] 王泽昊, 汪娟娟, 刘岳坤, 等. 考虑频率耦合效应的柔性直流输 电高频谐振抑制措施[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(10): 164-173.

WANG Zehao, WANG Juanjuan, LIU Yuekun, et al. Highfrequency resonance suppression measure for MMC-HVDC considering frequency coupling effect[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(10): 164-173.

[10] 刘岳坤,汪娟娟,王泽昊,等.定功率控制下柔性直流输电系统 交流侧导纳矩阵建模及频率耦合抑制策略研究[J].中国电机 工程学报,2023,43(10):3718-3731.

LIU Yuekun, WANG Juanjuan, WANG Zehao, et al. Research on AC admittance matrix modeling and frequency coupling effect of MMC-HVDC under power control [J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(10): 3718-3731.

[11]朱明琳,杭丽君,李国杰,等.三相电网不平衡下MMC多变量 保护控制策略及系统运行性能研究[J].中国电机工程学报, 2016,36(9):2408-2418.

ZHU Minglin, HANG Lijun, LI Guojie, et al. Investigation of MMC multi-variable protected strategies and system operation characteristics under unbalanced grid faults [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(9): 2408-2418.

- [12] CESPEDES M, SUN J A. Methods for stability analysis of unbalanced three-phase systems [C]// 2012 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), September 15-20, 2012, Raleigh, USA: 3090-3097.
- [13] 张晓林,张帆,李甲飞,等.考虑桥臂参数不对称和子模块故障的 MMC 协同控制策略[J]. 电网与清洁能源,2023,39(5): 76-84.

ZHANG Xiaolin, ZHANG Fan, LI Jiafei, et al. MMC cooperative control strategy considering asymmetry of arm parameters and sub-module faults[J]. Power System and Clean Energy, 2023, 39(5): 76-84.

- [14] 杨文.频率耦合的并网逆变系统稳定性分析及阻抗重塑策略应用研究[D].重庆:重庆大学,2020.
  YANG Wen. Stability analysis of frequency-coupled grid-connected inverter system and application research of impedance remodeling strategy [D]. Chongqing: Chongqing University, 2020.
- [15] 年珩,杨洪雨.不平衡运行工况下并网逆变器的阻抗建模及稳定性分析[J].电力系统自动化,2016,40(10):76-83.
  NIAN Heng, YANG Hongyu. Impedance modeling and stability analysis of grid-connected inverters under unbalanced operation conditions [J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(10): 76-83.
- [16] LYU J, ZHANG X, HUANG J J, et al. Comparison of harmonic linearization and harmonic state space methods for impedance modeling of modular multilevel converter [C]// 2018 International Power Electronics Conference, May 20-24, 2018, Niigata, Japan: 1004-1009.
- [17] 宗皓翔,张琛,吕敬,等.MMC多入多出阻抗及其在不对称小 扰动稳定分析中的应用[J].中国电机工程学报,2022,42(15): 5649-5664.
  ZONG Haoxiang, ZHANG Chen, LYU Jing, et al. MMC MIMO impedance and its application in the asymmetric smallsignal stability analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42 (15): 5649-5664.
- [18] ZHU J H, HU J B, LI Y B, et al. Small-signal stability of MMC grid-tied system under two typical unbalanced grid conditions [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2022, 58(4): 5005-5014.
- [19] 郭猛,郝全睿,李东.混合型MMC的改进桥臂平均值与状态空间模型[J].电力系统自动化,2023,47(19):116-127.
  GUO Meng, HAO Quanrui, LI Dong. Improved arm average and state-space models of hybrid modular multilevel converter
  [J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(19): 116-127.
- [20] LIAO Y C, SANDBERG H, WANG X F. Vector-norm based truncation of harmonic transfer functions in black-box electronic power systems [J]. IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society, 2022, 3: 163-173.
- [21] 宗皓翔,吕敬,张琛,等.MMC多维阻抗模型及其在风场-柔直

交互稳定分析中的应用[J].中国电机工程学报,2021,41(14): 4941-4953.

ZONG Haoxiang, LYU Jing, ZHANG Chen, et al. MIMO impedance model of MMC and its application in the wind farm-HVDC interaction stability analysis [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(14): 4941-4953.

[22] 李冠群,叶华,宾子君.V/f控制 MMC 带换流变压器空载充电 发生高频振荡的机理分析[J].电力系统自动化,2023,47(11): 50-59.

LI Guanqun, YE Hua, BIN Zijun. High-frequency oscillation mechanism analysis of V/f controlled modular multilevel converter charging with converter transformer under No-load condition [J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47 (11): 50-59.

[23] 杜程茂,杜雄,邹小明,等.考虑频率耦合效应的并网模块化多 电平变流器阻抗建模及稳定性分析[J].中国电机工程学报, 2020,40(9):2866-2877.

DU Chengmao, DU Xiong, ZOU Xiaoming, et al. Impedance modeling and stability analysis of grid-connected modular multilevel converter considering frequency coupling effect [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(9): 2866-2877.

 [24] 杨超然,辛焕海,宫泽旭,等.变流器并网系统复电路分析与广义阻抗判据适用性探讨[J].中国电机工程学报,2020,40(15): 4744-4758.

YANG Chaoran, XIN Huanhai, GONG Zexu, et al. Complex circuit analysis and investigation on applicability of generalized-impedance-based stability criterion for grid-connected converter [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 4744-4758.

- [25] SANDBERG H, MOLLERSTEDT E, BERNHARDSSON
   B. Frequency-domain analysis of linear time-periodic systems
   [C]// Proceedings of the 2004 American Control Conference, June 30-July 2, 2004, Boston, USA: 1-12.
- [26] 朱建行.模块化多电平换流器并网系统交流电流尺度线性周期时变建模与稳定性分析[D].武汉:华中科技大学,2020. ZHU Jianhang. Linear periodic time-varying modeling and stability analysis of AC current scale in modular multilevel converter grid-connected system [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2020.
- [27] GUO X S, YUAN B, LI X A, et al. Research on the high frequency oscillation of MMC-HVDC integrated into renewable energy system [C]// 2021 IEEE Southern Power Electronics Conference (SPEC), December 6-9, 2021, Kigali, Rwanda.

汪娟娟(1974—),女,博士,教授,博士生导师,主要研究 方向:电力系统稳定与控制、高压直流输电等。E-mail: epijwang@scut.edu.cn

王泽昊(1998—),男,通信作者,硕士研究生,主要研究方向:高压直流输电、电力系统稳定与控制。E-mail: 503188438@qq.com

刘岳坤(1998—),男,博士研究生,主要研究方向:高压直 流输电、电力系统稳定与控制等。E-mail:1004142039@qq. com

(编辑 王梦岩)

# Matrix Dimensionality Reduction for Stability Analysis of Modular Multilevel Converters Under Asymmetric Conditions

WANG Juanjuan<sup>1</sup>, WANG Zehao<sup>1,2</sup>, LIU Yuekun<sup>1</sup>, FENG Junjie<sup>2,3</sup>, FU Chuang<sup>2</sup>
(1. School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China;
2. State Key Laboratory of HVDC (Electric Power Research Institute of China Southern Power Grid Company Limited), Guangzhou 510663, China;
3. State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Technology (Huazhong University of Science and Technology), Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The modeling and stability analysis of modular multilevel converter (MMC) under symmetric conditions has received extensive attention. In practical engineering, MMC might be in asymmetric conditions, such as asymmetric inductance of the bridge arm and asymmetric voltage on the AC side. The admittance modeling and stability analysis under asymmetric conditions need to be further studied. At present, considering the admittance model of the system with multi-frequency coupling and the quantitative admittance dimensionality reduction methods are the difficulties in the stability analysis of asymmetric conditions. Therefore, this paper mainly establishes the MMC admittance model suitable for asymmetric conditions, and studies the matrix dimensionality reduction method suitable for small disturbance stability analysis under MMC asymmetric conditions. The dimensionality reduction method is based on the vector norm of admittance matrix. It is suitable for "black box" system and various asymmetric conditions, and can quantitatively evaluate the dimensionality reduction error of the admittance matrix with each order. Taking the Guangxi-side model of Luxi back-to-back asynchronous grid-connection project of China as a case, PSCAD/EMTDC electromagnetic transient simulation is used to verify the accuracy of the proposed model and the applicability of the proposed dimensionality reduction method under various asymmetric conditions.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 52277102) and National Key R&D Program of China (No. 2023YFB2405900).

Key words: modular multilevel converter; admittance modeling; asymmetric condition; matrix dimensionality reduction; stability

