

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.201285

基于有向邻接矩阵的配电网拓扑检测与识别

许栋梁¹, 赵健¹, 王小宇¹, 茅东华², 裘瑾怡²

(1. 上海电力大学电气工程学院, 上海 200090; 2. 国网新昌县供电公司, 浙江 新昌 312500)

摘要: 准确的拓扑结构是配电网精细化管理和安全运行的基础。针对现有配电网拓扑识别方法无法确定网络潮流方向以及拓扑变动检测方法受负荷突变影响大的问题, 提出一种基于有向邻接矩阵的配电网拓扑变动检测与识别方法。首先, 提出一种基于有向邻接矩阵的配电网拓扑识别模型, 将配电网的未知拓扑描述为不确定的有向邻接矩阵, 实现配电网的拓扑识别并确定潮流方向。其次, 提出一种基于节点电压邻接矩阵的拓扑变动检测方法, 通过分析相邻节点电压幅值的下降趋势判断拓扑是否发生变动。此外, 所提出的拓扑变动检测方法可以缩小未知拓扑的范围, 降低拓扑识别问题的变量规模。最后, 通过仿真分析验证了所提方法的正确性和有效性。

关键词: 有向邻接矩阵; 拓扑识别; 配电网; 拓扑检测; 支路功率

Distribution network topology detection and identification based on a directed adjacency matrix

XU Dongliang¹, ZHAO Jian¹, WANG Xiaoyu¹, MAO Donghua², QIU Jinyi²

(1. College of Electrical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China;
2. State Grid Xinchang County Power Supply Company, Xinchang 312500, China)

Abstract: Accurate topology is the basis for good management and safe operation of a distribution network. There are problems in that the existing distribution network topology identification methods cannot determine the direction of the network power flow and the topology change detection method is greatly affected by load mutations. This paper proposes a distribution network topology change detection and identification method based on a directed adjacency matrix. First, a distribution network topology identification model based on a directed adjacency matrix is proposed. The model describes the unknown topology of the distribution network as an uncertain directed adjacency matrix to realize the topology identification of the distribution network and determine the power flow direction. Secondly, a topology change detection method based on a node voltage adjacency matrix is proposed. This method judges whether the topology has changed by analyzing the downward trend of the voltage amplitude of adjacent nodes. In addition, the method proposed can narrow the scope of unknown topology and reduce the variable scale of the topology recognition problem. Finally, simulation analysis verifies the correctness and effectiveness of the proposed method.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 51907114).

Key words: directed adjacency matrix; topology identification; distribution network; topology detection; branch power

0 引言

配电网通常是闭环设计、开环运行, 正常运行时保持辐射状, 当发生故障或者实行最优控制时, 分段开关和联络线路动作, 配电网的拓扑结构改变, 引起部分支路潮流方向发生变化^[1-2]。在目前的配

电自动化水平下, 配电网部分分段开关处没有配电网自动化终端, 当这些开关动作后, 由于不存在遥信遥测功能, 因此需要人工检查上报, 导致系统中存储的网络拓扑不能及时更新, 从而影响配电网的安全经济运行^[3]。同时, 随着分布式电源的大量接入, 传统的单向潮流变成双向互动潮流, 如果不能确定潮流方向, 容易引起继电保护装置的误动。近年来, 通过加装测量设备或者投入更多的人工成本获取准确的拓扑结构, 严重影响了电网公司的经济效益^[4], 因此, 配电网的拓扑识别得到了越来越多的研究者

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51907114); 上海市科学技术委员会“扬帆计划”项目资助(19YF1416900); 上海市教育委员会“晨光计划”项目资助(19CG61)

的关注。

目前配电网的拓扑识别方法大致分为数据驱动法^[5-10]和线性规划法^[11-14]等。文献[5-10]基于高精度PMU提供的大量历史电压数据,挖掘配电网拓扑结构和电压之间的相关性,实现了配电网的拓扑辨识。这些方法都需要配电网装有高成本的PMU,并且提供大量的电压幅值相角等历史数据,而相角数据在实际配电网中难以获取。此外,文献[11]考虑了部分节点停电的故障情况,以支路功率为变量构建了混合整数二次规划拓扑识别模型。文献[12]基于新型设备线路电流传感器测得的线路电流数据,构建了以线路电流为变量的混合整数线性规划模型。文献[13]以节点电压幅值、支路功率和支路开关状态为变量,建立了以状态估计的误差最小为目标的优化模型。文献[14]首先构建了基于最小二乘法的拓扑辨识模型,将该模型的拓扑辨识结果作为树生成算法的输入,选择电压估计值与测量值最匹配的生成树为最终辨识结果。这些方法避免了电压相角数据难以获得的问题,但是只能得到无向的拓扑,即拓扑上的潮流方向未知,容易引起继电保护装置的误动和拒动^[15]。

现有文献对拓扑变动检测的研究较少。文献[16]通过PMU测量得到的节点电压的相位和幅值,节点电压相位或幅值变化超过一定阈值即认为该节点附近的拓扑发生了变化。但是随着分布式光伏在配电网中的渗透率越来越高,其出力的波动以及节点负荷的变动都会导致节点电压相位发生较大的改变,用于判断拓扑是否发生变动不可靠。

针对以上问题,本文首先提出了一种基于有向邻接矩阵的配电网拓扑识别模型,该模型将有向邻接矩阵引入优化变量,在得到节点连接关系的同时还能获得网络的潮流方向;并且提出基于有向支路功率矩阵的拓扑识别方法,该方法以有向支路功率为优化变量,基于加权最小二乘法获得已知部分支路功率的配电网所对应的运行拓扑。其次,提出了一种基于节点电压邻接矩阵的拓扑变动检测方法,该方法通过分析相邻节点电压幅值的下降趋势判断拓扑是否发生变动,避免了节点负荷或者光伏出力突变的影响,因此该方法适用于含分布式光伏的配电网。此外,拓扑变动检测方法降低了拓扑识别优化过程变量规模,加快了求解速度。最后,通过仿真验证了本文所提方法的正确性和有效性。

1 基于有向邻接矩阵的配电网拓扑模型

配电网拓扑辨识问题的本质是确定网络中各个电气元件间的联络关系,因此可以利用图论的方法

将配电网中各元件的连接关系描述为数学模型。常用的拓扑结构表示方法有关联矩阵和邻接矩阵^[17]。

在拓扑识别问题中,配电网的拓扑结构是未知的,即支路是未知的,因此采用关联矩阵难以建立拓扑识别问题中拓扑模型。邻接矩阵是一个对称的矩阵,表示节点之间的连接关系,很好地规避了支路情况未知这个问题,但是邻接矩阵没有考虑潮流的方向,因此只能表示节点之间是否有支路连接,无法确定支路上的潮流方向。对此,本文提出了有向邻接矩阵的概念。

1.1 有向邻接矩阵

首先介绍关联矩阵和邻接矩阵,由此引出本文所提出的有向邻接矩阵的概念。关联矩阵是描述节点和支路之间的连接关系,用 \mathbf{A} 表示,对于一个含有 n 个节点 m 条支路的网络,其拓扑结构可以表示为一个 $n \times m$ 阶的矩阵,元素 a_{ij} 定义如下:

$$a_{ij} = \begin{cases} +1 & i, j \text{ 相连, 支路方向离开 } i \\ -1 & i, j \text{ 相连, 支路方向指向 } i \\ 0 & i, j \text{ 不相连} \end{cases} \quad (1)$$

邻接矩阵描述节点之间的联络关系。对于一个含有 n 个节点的网络,可以用一个 $n \times n$ 阶的矩阵 \mathbf{B} 来表示其拓扑结构。若节点 i 和节点 j 之间有支路相连,则元素 $b_{ij} = 1$,否则 $b_{ij} = 0$ 。其中,对角线元素定义为 $b_{ij} = 1$ 。

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & i, j \text{ 相连或者 } i = j \\ 0 & i, j \text{ 不相连} \end{cases} \quad (2)$$

基于邻接矩阵,本文提出了有向邻接矩阵的概念:有向邻接矩阵不仅描述网络中节点之间联络关系,还可以描述网络的潮流方向。对于一个含有 n 个节点的网络,可以用一个 $n \times n$ 阶的矩阵 \mathbf{C} 来表示网络的拓扑结构,矩阵中的元素 c_{ij} 定义如下:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & i, j \text{ 相连且功率由 } i \text{ 流向 } j \\ 0 & i, j \text{ 不相连或 } i = j \end{cases} \quad (3)$$

以图1所示的网络为例,该网络含有8个节点

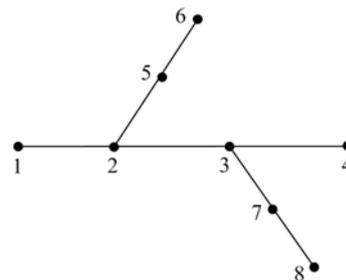


图1 网络示意图

Fig. 1 Network schematic diagram

7 条支路。规定节点 1 为源节点，即功率由左流向右，分别用三种矩阵来描述其网络拓扑结构，所得结果如下：

关联矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

邻接矩阵为

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

有向邻接矩阵为

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中 $a_{12} = 1$ 表示节点 1 和节点 2 相连，且支路功率由节点 1 流向节点 2。可以看出，有向邻接矩阵不仅可以存储网络的拓扑信息，还可以反应配电网的潮流方向。因此，基于有向邻接矩阵建立配电网的拓扑模型，构建基于有向支路功率的拓扑识别模型，可以得到已知的部分支路功率所对应的最优有向邻接矩阵，也就是当前网络的拓扑结构以及潮流方向。准确的拓扑结构和潮流方向可以为含分布式电源配电网的故障分析等提供依据，消除容易使继电保护装置误动或拒动的弊端。

1.2 典型配电网结构及其有向邻接矩阵模型

实际常见的架空线配电网的结构主要有单电源

辐射式、双电源串供以及 H 型串供^[18]等，相应的接线方式以及由有向邻接矩阵所描述的拓扑模型如下：

1) 单电源辐射式

单电源辐射式的拓扑结构示意图如图 2 所示。

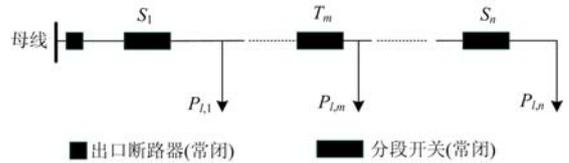


图 2 单电源辐射式

Fig. 2 Single power supply radiation

单电源接线不存在联络开关，只有一侧接入电源，功率从左流向右，不存在转供路径，发生故障后，故障点后的所有负荷节点全部失电。用有向邻接矩阵 C 描述其拓扑模型，矩阵中的元素为

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & i = 1, 2, \dots, n-1, j = i+1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

2) 双电源串供

双电源串供的拓扑结构示意图如图 3 所示。

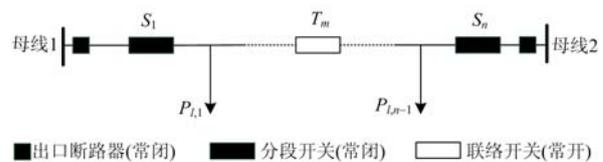


图 3 双电源串供

Fig. 3 Dual power supply series

双电源接线中两条母线通过常开的联络开关连接，当一侧发生故障时，可以闭合联络开关，将部分负荷转供给另一侧，提高供电的可靠性。用有向邻接矩阵 C 描述其拓扑模型，矩阵中的元素为

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & i = 1, 2, \dots, m-2, j = i+1 \\ 0 & \text{其他} \\ 1 & i = m+1, \dots, n, j = i-1 \end{cases} \quad (5)$$

3) H 型串供

H 型串供的拓扑结构示意图如图 4 所示。

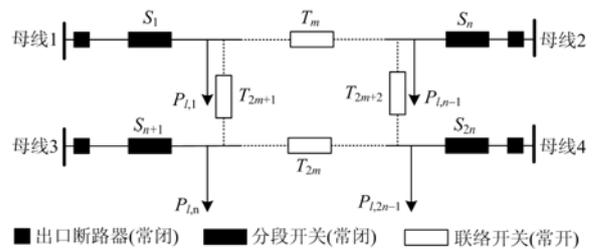


图 4 H 型串供

Fig. 4 H-type series supply

H 型串供结构更为复杂, 故障时的负荷节点可以通过联络开关转供至其他母线, 供电可靠性进一步提高。用有向邻接矩阵 C 描述其拓扑模型, 矩阵中的元素为

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & i=1,2,\dots,m-2, j=i+1 \\ 1 & i=n+1,\dots,2m-2, j=i+1 \\ 0 & \text{其他} \\ 1 & i=m+1,\dots,n, j=i-1 \\ 1 & i=2m+1,\dots,2n, j=i-1 \end{cases} \quad (6)$$

2 基于电压邻接矩阵的拓扑变动检测方法

在配电网正常运行时, 为了使系统运行在最优状态, 有时需要调整系统的拓扑结构; 在故障时, 为了隔离故障恢复供电, 配电网的拓扑也会发生变化^[19]。但是, 这些情况发生的频率相对较低, 相比较而言, 拓扑辨识算法的运算时间可以忽略不计。因此, 频繁的调用拓扑辨识程序对配电网的拓扑结构进行准实时的识别不仅没有必要, 而且会加重配电网自动化系统的负担。现有的拓扑变动检测方法受负荷突变和光伏波动影响较大, 因此, 本文提出了一种基于节点电压有向邻接矩阵的拓扑变动检测方法, 适用于负荷或光伏波动大的配电网。在检测到拓扑发生变动的情况下, 再执行完整的拓扑识别程序。该方法通过比较前后两个时刻矩阵中的元素特性判断拓扑是否发生变动。当检测到配电网的拓扑结构发生变化以后, 再启动拓扑辨识的程序进行拓扑识别, 其余时刻对配电网的拓扑变动进行准实时的检测。

2.1 含分布式电源的馈线节点电压分布特性分析

典型的中压配电网通常是辐射状运行的, 负荷分布在沿线上, 如果不发生功率倒送或者拓扑变动, 配电网潮流是单向的。当节点的光伏出力过大, 发生功率倒送时, 整个配电网的节点电压分布会发生巨大变化^[20]。假设一条馈线如图 5 所示。

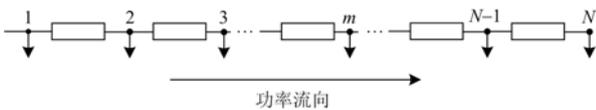


图 5 含分布式电源的馈线
Fig. 5 Feeder with DG

如果在节点 m 处接入分布式光伏, 设首端节点的电压为 U_0 , 光伏的功率因数为 1, 则馈线上的节点电压分布分析如下:

1) 当节点 n 满足 $0 < n \leq m$ 时, 相邻节点的电压降落为

$$\Delta U_{n-1,n} = \frac{\left(\sum_{i=n}^N P_i - P_{DG} \right) r_{n-1,n} + \sum_{i=n}^N Q_i x_{n-1,n}}{U_{n-1}} \quad (7)$$

式中: N 表示节点总数; P_i 和 Q_i 分别表示节点 i 的有功和无功负荷; P_{DG} 表示光伏的输出功率; r 和 x 分别表示线路的电阻和电抗。

任一节点 n 的电压为

$$U_n = U_0 - \sum_{j=1}^n \frac{\left(\sum_{i=j}^N P_i - P_{DG} \right) r_{j-1,j} + \sum_{i=j}^N Q_i x_{j-1,j}}{U_{j-1}} \quad (8)$$

2) 当节点 n 满足 $m < n \leq N$ 时, 相邻节点的电压降落为

$$\Delta U_{n-1,n} = \frac{\sum_{i=n}^N P_i r_{n-1,n} + \sum_{i=n}^N Q_i x_{n-1,n}}{U_{n-1}} \quad (9)$$

任一节点 n 的电压为

$$U_n = U_0 - \sum_{j=1}^k \frac{\left(\sum_{i=j}^N P_i - P_{DG} \right) r_{j-1,j} + Q_i x_{j-1,j}}{U_{j-1}} - \sum_{j=k+1}^n \frac{\sum_{i=j}^N P_i r_{j-1,j} + \sum_{i=j}^N Q_i x_{j-1,j}}{U_{j-1}} \quad (10)$$

由以上分析可以得出, 分布式光伏并网会使配电网的整体电压水平抬升。当 $P_i - P_{DG} \geq 0$ 时, 即不发生功率倒送, 馈线上的电压幅值呈逐渐下降的趋势; 当 $P_i - P_{DG} < 0$ 时, 由于功率倒送, 光伏接入点之前的馈线节点电压幅值的分布将由光伏倒送功率的大小决定, 电压幅值可能呈现逐渐上升或者先下降后上升的趋势, 对于先下降后上升的趋势, 电压幅值的最低点出现在最低点, 将式(10)中求和部分的分子定义为

$$\Delta S_{j-1,j} = \left(\sum_{i=j}^N P_i - P_{DG} \right) r_{j-1,j} + \sum_{i=j}^N Q_i x_{j-1,j} \quad (11)$$

则电压幅值最低的节点 j 满足

$$\begin{cases} \Delta S_{j-1,j} > 0 \\ \Delta S_{j,j+1} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

2.2 基于节点电压邻接矩阵的拓扑变动检测方法

通过上述分析可以得出, 在配电网拓扑不发生变化时, 馈线上的节点电压幅值的分布规律是: 对于不含光伏的馈线上的电压幅值呈逐渐下降的趋势; 对于含有光伏的馈线, 光伏安装节点后的节点电压幅值呈逐渐下降的趋势。光伏安装节点之前的

节点电压幅值的分布趋势如之前所述。对于一个含有 n 个节点的网络，定义 $n \times n$ 阶的节点电压邻接矩阵 V ，其中元素 $V(i,j)$ 取值如式(13)所示。

$$V(i,j) = \begin{cases} (V(i) - V(j)) \cdot K & C(i,j) = 1 \\ 0 & C(i,j) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中， K 是一个较大的正数。可以看出，电压邻接矩阵表示了相邻节点电压的下降趋势，负荷突变会使某个节点的电压发生大的改变，但不会改变相邻节点的分布趋势，所以本文所提的拓扑变动检测方法适用于负荷或者光伏出力突变的配电网。此外，由于有向邻接矩阵反映了潮流方向，而节点电压是随着潮流方向逐渐减小的，因此当网络拓扑正确时，按照上式所得的节点电压邻接矩阵中的非零元素一定是大于零的。如果节点电压邻接矩阵中出现了小于零的非零元素，则说明实际的拓扑结构与当前系统中所存储的拓扑结构不一致。因此，拓扑发生变动的判据为

$$\exists i, j \in N \quad V(i,j) < 0 \quad (14)$$

考虑实际情况，由于拓扑的任何变动都会包含联络线的动作，因此检测拓扑是否发生变动只需关注联络线的开关状态是否发生改变，即只需要采集到联络线两端的几个节点上的电压。相应的拓扑变动检测流程如图 6 所示。

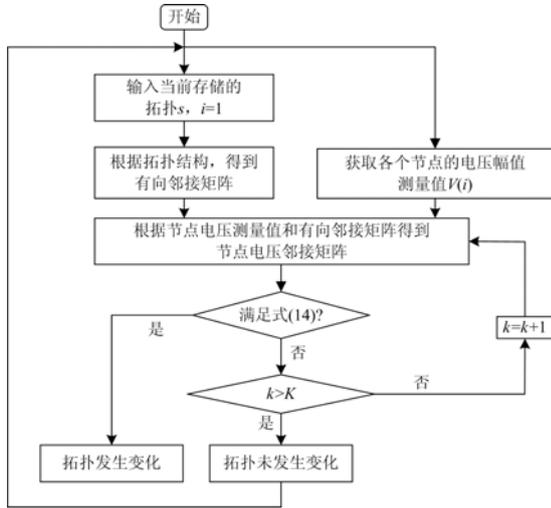


图 6 拓扑变动检测流程图
Fig. 6 Topology change detection flowchart

3 基于有向支路功率矩阵的拓扑识别模型

配电网拓扑辨识问题可以理解为基于少量的量测数据，从配电网规划的所有可能运行拓扑中找出该组量测数据所对应的最可能的拓扑结构。

3.1 基于有向支路功率的拓扑识别模型

基于支路功率的拓扑识别可以理解为在所有可

能运行的拓扑中寻找部分已知支路功率所对应的拓扑。因此，本文基于加权最小二乘法，以最小化多个量测断面的支路功率量测值与估计值的加权误差为目标，以有向邻接矩阵和有向支路功率为变量，构建了拓扑识别模型。考虑拓扑变动检测的拓扑识别过程示意图如图 7 所示。

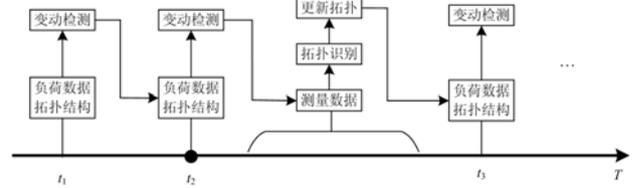


图 7 拓扑识别过程示意图

Fig. 7 Topology identification process

基于此，建立了如式(15)的目标函数。

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \text{Pr}_t \left(\sum_{j \in \Omega} w_{j,t} (s_{Lj,t}^m - s_{Lj,t})^2 + \sum_{ij \in E} w_{ij,t} (S_{ij,t}^m - S_{ij,t})^2 \right) \quad (15)$$

式中： T 是量测断面数； Pr_t 是第 t 个量测断面的权重； $s_{Lj,t}^m$ 、 $s_{Lj,t}$ 、 $S_{ij,t}^m$ 和 $S_{ij,t}$ 分别表示第 t 个断面的节点注入功率和线路流过功率的测量值和估计值，包括有功功率和无功功率； w 表示量测权重，包括节点注入功率测量权重和支路功率测量权重。可以看出，由于采用了功率误差加权平方最小作为目标函数，该问题是一个混合整数二阶的优化问题，对于节点规模较大的配电系统，求解该问题会比较耗时^[21]。因此，对于规模较大的配电网，可以采用功率误差加权绝对值最小作为目标函数。

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \text{Pr}_t \left(\sum_{j \in \Omega} w_{j,t} |s_{Lj,t}^m - s_{Lj,t}| + \sum_{ij \in E} w_{ij,t} |S_{ij,t}^m - S_{ij,t}| \right) \quad (16)$$

由于绝对值的存在，目标函数仍是非线性的，因此需要引入以下四个约束条件。

$$\begin{cases} -a(j) \leq s_{Lj,t}^m - s_{Lj,t} \\ s_{Lj,t}^m - s_{Lj,t} \leq a(j) \\ -b(i) \leq S_{ij,t}^m - S_{ij,t} \\ S_{ij,t}^m - S_{ij,t} \leq b(i) \end{cases} \quad (17)$$

式中， $a(j)$ 和 $b(i)$ 均为正数，最终得到线性化的目标函数，应用于规模较大的系统，可以提高模型的计算效率。

3.2 基于有向邻接矩阵的约束条件

拓扑辨识模型的约束条件主要有潮流约束和辐射状约束两部分组成^[22]。本文基于线性化的 DistFlow 潮流模型，推导了适用于拓扑识别问题的

潮流约束。对于一个含有分布式光伏的配电系统 $G=(\Omega, E)$, 功率平衡方程如式(18)、式(19)所示。

$$P_i + P_{pv} = p_i + \sum_{j \in K(i)} r_{ij} \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} + \sum_{j \in \mathcal{K}(i)} P_{ij} \quad \forall i \in \Omega \quad (18)$$

$$Q_i = q_i + \sum_{j \in K(i)} x_{ij} \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} + \sum_{j \in \mathcal{K}(i)} Q_{ij} \quad \forall i \in \Omega \quad (19)$$

式中: P_i 和 Q_i 分别表示流入节点 i 的有功和无功; P_{pv} 表示光伏的输出功率; $K(i)$ 表示节点 i 的子节点集; p_i 和 q_i 分别表示节点 i 的有功和无功负荷; r_{ij} 和 x_{ij} 分别表示线路 ij 的电阻和电抗。

在实际问题中, 线路损耗相较于线路功率较小, 因此可以忽略。此外, 在拓扑识别问题中, 上述的潮流方程只有在线路处于运行状态时才成立, 因此, 基于有向邻接矩阵的潮流约束中考虑把有向邻接矩阵 C 中的元素 c_{ij} 设置为开关状态变量, 为 1 则表示线路 ij 投入运行, 且功率由 i 流向 j 。基于以上分析, 综合考虑多量测断面, 可以得到拓扑识别问题中的潮流约束为

$$P_{t,i} + P_{pv} - p_{t,i} = \sum_{j \in K(i)} c_{t,ij} P_{t,ij} \quad \forall i \in \Omega, t \in T \quad (20)$$

$$Q_{t,i} - q_{t,i} = \sum_{j \in K(i)} c_{t,ij} Q_{t,ij} \quad \forall i \in \Omega, t \in T \quad (21)$$

式中: $P_{t,ij}$ 和 $Q_{t,ij}$ 分别表示支路 $i-j$ 在第 t 个时间断面流过的有功无功功率; $c_{t,ij}$ 表示 t 时刻有向邻接矩阵 C 中的元素。此外, 由于节点电压对于拓扑识别模型的准确性影响不大, 并且会增加模型的求解时间, 因此模型的约束条件中没有考虑节点电压的影响。

对于拓扑识别问题, 通常已知的是节点的注入功率以及部分具有测量装置支路的功率, 考虑到装置的测量误差一般符合高斯分布, 潮流约束可以具体为

$$P_t^m = C_t \circ P_t + e_{P_t}, \quad \forall t \in T \quad (22)$$

$$Q_t^m = C_t \circ Q_t + e_{Q_t}, \quad \forall t \in T \quad (23)$$

$$P_{L_t}^m = \sum_{row} (C_t \circ P_t) + e_{P_{L_t}}, \quad \forall t \in T \quad (24)$$

$$Q_{L_t}^m = \sum_{row} (C_t \circ Q_t) + e_{Q_{L_t}}, \quad \forall t \in T \quad (25)$$

式中: P_t^m 和 Q_t^m 分别表示第 t 个量测断面的支路有功功率和无功功率的量测值矩阵; P_t 和 Q_t 分别表示第 t 个量测断面的支路有功功率和无功功率的估计值矩阵; $P_{L_t}^m$ 和 $Q_{L_t}^m$ 分别表示第 t 个测量断面的节点注入有功和无功量测值矩阵; C_t 表示 t 时刻的有向邻接矩阵; e 表示各个量测量的误差矩阵; row 表示对矩阵求行和; “ \circ ” 表示矩阵的哈达玛积。

此外, 本文只考虑辐射状配电网的拓扑识别, 因此还需要加入支路数约束, 支路数等于节点个数减去源节点个数。

$$C_t \in \{0, 1\} \quad (26)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_t(i, j) = N_{node} - N_{root}, \quad \forall t \in T \quad (27)$$

式(26)表示节点之间的连接关系是 0-1 变量, 0 表示断开, 1 表示连接; 式(27)保证配电网拓扑为辐射状。

3.3 基于 big-M 法约束的线性化处理

由于式(22)一式(25)中含有表示开关状态的 0-1 变量和表示支路功率的连续变量相乘的项, 属于非线性约束, 引入以下两个不等式, 将非线性约束转化为线性约束。

$$-C_t \cdot M \leq P_t \leq C_t \cdot M \quad (28)$$

$$-C_t \cdot M \leq Q_t \leq C_t \cdot M \quad (29)$$

式中, M 是一个任意大的正数, 由此, 式(22)一式(25)中的 $C_t \circ P_t$ 和 $C_t \circ Q_t$ 可以直接用 P_t 和 Q_t 表示。整个算法的逻辑流程图如图 8 所示。

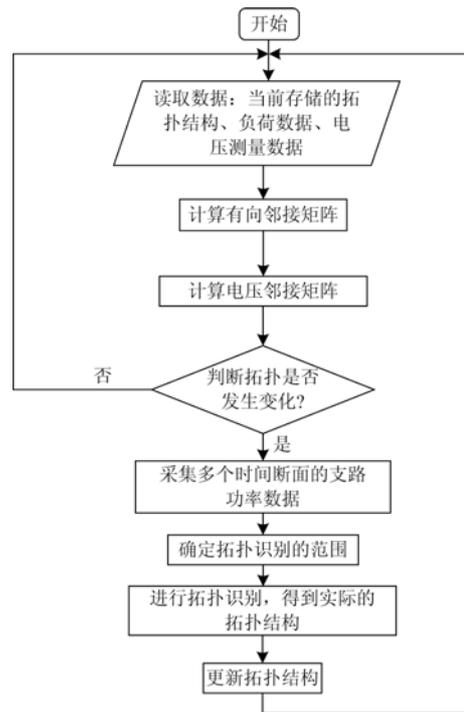


图 8 算法整体流程图

Fig. 8 Flow chart of the algorithm

4 算例仿真

本文在配置有 Intel core i5-8500 CPU 的计算机上进行实验, 在 Matlab R2017b 中编程实现了配电网的拓扑变动检测, 并且建立了拓扑辨识的优化

模型, 调用 Gurobi 7.0 求解器对该模型进行求解。

4.1 仿真系统设置及数据

本文采用如图 9 所示的馈线系统来验证所提方法的有效性。该馈线系统的基准电压为 12.66 kV, 基准功率为 10 MVA, 共有 66 个负荷节点, 64 条常闭的支路以及 5 条常开的联络线, 分布式光伏安装在节点 18 和节点 51。在最优运行或者故障转供时, 相应的常闭的分段开关断开, 常开的联络线闭合。

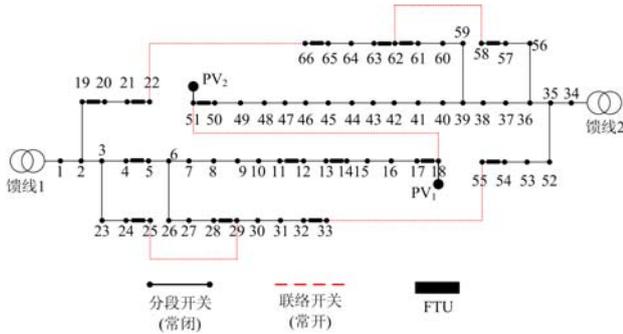


图 9 中压配电网

Fig. 9 MV distribution network

拓扑识别所需的测量数据以及相应的测量装置的布点情况如表 1 所示, 拓扑变动检测所需的电压测量节点如表 2 所示。

表 1 功率测量装置的分布情况

Table 1 Placement of power measurement devices

测量数据	位置
节点注入功率 s_{tj}	2~33,34~66
支路功率 S_{ij}	4-5,11-12,13-14,17-18,19-20,21-22, 24-25,28-29,32-33,50-51,65-66, 54-55,57-58,61-62,62-63

表 2 电压测量装置的分布情况

Table 2 Placement of voltage measurement devices

测量数据	位置
节点电压 V_i	16,17,18,20,21,22,23,24,25,27,28,29,30,31 32,33,49,50,51,53,54,55,56,57,58,60,61 62,63,64,65,66

所有的测量数据是通过潮流计算的结果叠加服从高斯分布的噪声来模拟的。测量数据服从如式(30)的高斯分布。

$$z_{t,i}^m \sim N(\mu_{t,i}, \sigma_{t,i}^2) \quad (30)$$

式中: $z_{t,i}^m$ 表示在第 t 个时间断面的第 i 个量测量的量测值; $\mu_{t,i}$ 表示在第 t 个时间断面的第 i 个量测量的潮流真值; $\sigma_{t,i}^2$ 表示在第 t 个时间断面第 i 个量测量的方差。对于一个具有最大量测误差为 η 的量测

装置, 真值 $\mu_{t,i}$ 量测的标准差为

$$\sigma_{t,i} = \frac{\mu_{t,i} \times \eta}{3} \quad (31)$$

4.2 拓扑变动检测结果

拓扑变动检测是通过分析电压邻接矩阵中联络线两端部分节点电压幅值的大小来判断拓扑是否发生变动。实验中, 断开支路 2-19, 闭合联络线 22-66, 分别计算了每条联络线两端部分节点在电压邻接矩阵中的值, 图 10 展示了拓扑变化前后电压邻接矩阵中联络线 22-66 所关联的四个元素, 分别是 $V(20,21)$, $V(21,22)$, $V(64,65)$ 和 $V(65,66)$, 图 11 展示了拓扑变化前后电压邻接矩阵中联络线 25-29 所关联的六个元素, 分别是 $V(23,24)$, $V(24,25)$, $V(27,28)$, $V(28,29)$, $V(29,30)$ 和 $V(30,31)$ 。

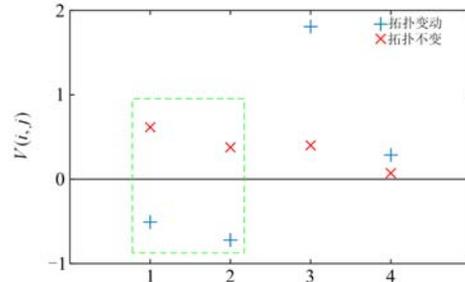


图 10 联络线 22-66 的 $V(i,j)$

Fig. 10 $V(i,j)$ of tie line 22-66

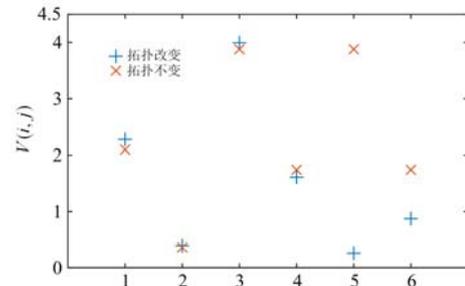


图 11 联络线 25-29 的 $V(i,j)$

Fig. 11 $V(i,j)$ of tie line 25-29

如图 10 所示, 当支路 2-19 断开, 联络线 22-66 由断开转为闭合时, $V(20,21)$ 和 $V(21,22)$ 出现了由正变负的情况, 而图 11 所示的联络线 25-29 所关联的 $V(i,j)$ 在拓扑变化前后则始终保持大于零。根据式(14)可以知道, 联络线 22-66 的联络状态发生了变化, 导致流经部分节点的潮流发生了反向, 从而使得电压邻接矩阵中出现了小于零的元素。

4.3 拓扑识别结果

当检测到拓扑发生改变后, 即可启动拓扑辨识程序。仿真考虑了不同测量误差的支路测量功率和

节点注入功率组合对拓扑识别结果的影响, 对每种误差组合情况分别进行拓扑识别 100 次, 定义拓扑识别的准确率如式(32)所示。

$$Accuracy = \frac{N_C}{N} \times 100 \quad (32)$$

式中: N 表示拓扑识别的次数; N_C 表示正确识别的次数。考虑不同时间断面以及不同程度误差的测量数据, 所得测试结果如图 12、图 13 所示。

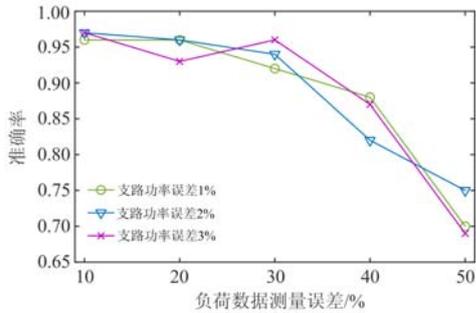


图 12 单时间断面拓扑识别结果

Fig. 12 Identification result of single-period cross-section topology

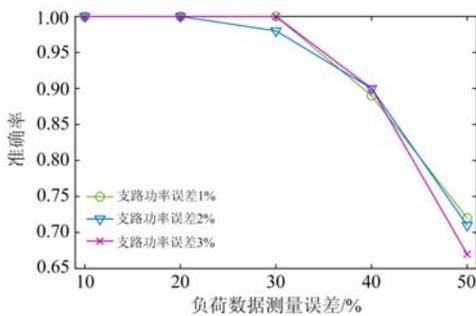


图 13 多时间断面拓扑识别结果

Fig. 13 Identification result of multi-period cross-section topology

当支路功率误差为 1%, 负荷数据误差为 10% 时, 潮流方向的部分仿真结果如表 3 所示。

表 3 潮流方向识别结果

Table 3 Identification result of the direction of power flow

	原拓扑	改变后的拓扑	识别结果
支路	2-19,19-20,20-21,21-22	66-22,22-21,21-20,20-19	2-19(断开),66-22(连接), 22-21,21-20,20-19

由上述实验结果可以看到, 在量测误差较小的情况下, 考虑单时间断面的模型辨识结果准确率在 90% 以上, 而多时间断面的模型辨识结果基本保持在 100%, 具有较高的准确率。但是当节点注入功率数据测量误差增大到 30% 以上时, 无论是单时间断面模型还是多时间断面模型的辨识准确率都出现

了明显的下降。此外, 从图中还可以看出, 具有较大测量误差的节点注入功率量测数据是影响拓扑辨识准确率的关键。

不同测量数据的同步性对拓扑识别结果具有一定的影响^[23], 仿真设置 6 处支路功率测量装置, 由于通信原因导致所得的支路有功无功数据有些滞后, 考虑配电网前后两个时刻发生负荷波动的大小, 得到了两种负荷波动情况下的不同步测量数据, 以不同步的测量数据作为拓扑识别模型的输入, 同时考虑测量装置不同程度的误差, 所得结果如图 14、图 15 所示。

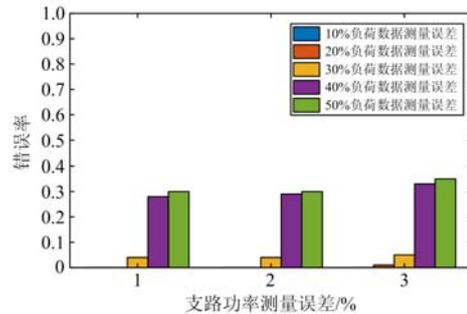


图 14 小负荷波动下拓扑识别结果

Fig. 14 Identification result of topology under small load fluctuation

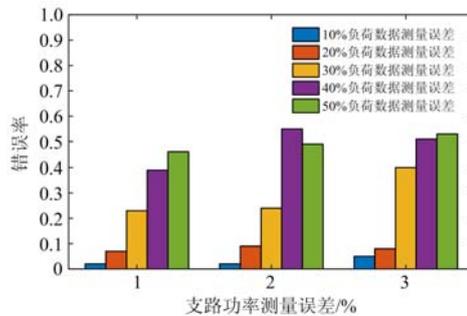


图 15 大负荷波动下拓扑识别结果

Fig. 15 Identification result of topology under heavy load fluctuation

由上述实验结果可知, 当系统负荷波动较小时, 尽管测量数据不同步, 但是由于小负荷波动所引起的不同步的支路功率数值差别不大, 因此在负荷波动较小且测量装置误差较小的情况下, 拓扑识别仍具有较高的准确率, 测量误差增大时拓扑识别错误率有所上升。当系统负荷波动较大时, 不同步的测量数据差别较大, 尽管测量装置精度较高, 拓扑识别的准确性较差, 当测量装置误差增大时, 该方法不能很好地识别拓扑。

4.4 求解效率分析

由前述分析可知, 本文所提的拓扑变动检测方法可以检测出某条联络线发生了动作, 假设该联络线闭合, 则配电网中将出现环网, 为了保证辐射状运行, 就必须断开该环网中的某条支路, 即该条支路上的分段开关断开了, 而环网之外的所有支路都是完好的^[24]。综上所述, 本文在拓扑识别过程中分别考虑了以下三种情况:

- 1) 假设所有节点之间都可以连接或断开;
- 2) 以有向邻接矩阵作为拓扑识别的变量;
- 3) 以有向邻接矩阵作为拓扑识别的变量, 并考虑拓扑变动检测的作用。

显然, 上述三种情况中, 情况 1 的变量规模最大, 情况 3 的变量规模最小。分别对这三种变量设置情况运行拓扑识别程序, 模型的求解时间如表 4 所示。

表 4 不同情况下运行时间
Table 4 Running time of different cases

不同情况	计算时间/s
1	/
2	335.12
3	60.65

可以看出, 对于变量规模最大的情况 1, 程序求解困难, 在合理的时间内没有求出结果; 而对于情况 3, 程序运行效率大大地提升了。

5 结论

本文提出一种基于有向邻接矩阵的配电网拓扑变动检测与识别方法。通过将有向邻接矩阵引入拓扑识别模型, 得到了网络的拓扑结构及潮流方向, 然后基于节点电压邻接矩阵对配电网的拓扑进行监测。通过仿真分析得到以下结论:

- 1) 拓扑识别问题的变量规模随着配电网的节点数量增多呈指数上升。通过配电网的拓扑变动检测可以缩小拓扑识别的范围从而减小变量的规模, 更快地识别出配电网的拓扑结构。
- 2) 基于有向邻接矩阵构建拓扑识别模型, 所得的配电网拓扑结构是一个有向拓扑。
- 3) 拓扑识别的准确性主要受具有较大测量误差的节点注入功率量测数据的影响, 因此提高伪量测量的精度可以极大地提高拓扑识别的准确性。

参考文献

[1] 裴宇婷, 秦超, 余贻鑫. 基于 LightGBM 和 DNN 的智能配电网在线拓扑辨识[J]. 天津大学学报: 自然科学与工程技术版, 2020, 53(9): 939-950.

PEI Yuting, QIN Chao, YU Yixin. Online topology identification for smart distribution grids based on light GBM and deep neural networks[J]. Journal of Tianjin University: Science and Technology, 2020, 53(9): 939-950.

[2] JAIN T, GHOSH D, MOHANTA D K. Augmentation of situational awareness by fault passage indicators in distribution network incorporating network reconfiguration[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2019, 4(4): 323-336. DOI: 10.1186/s41601-019-0140-6.

[3] 高泽璞, 赵云, 余伊兰, 等. 基于知识图谱的低压配电网拓扑结构辨识方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(2): 34-43.

GAO Zepu, ZHAO Yun, YU Yilan, et al. Low-voltage distribution network topology identification method based on knowledge graph[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(2): 34-43.

[4] 梅睿, 余昆, 陈星莺. 基于节点注入功率的配电网运行拓扑辨识[J]. 电力建设, 2017, 38(11): 41-47.

MEI Rui, YU Kun, CHEN Xingying. Topology identification of distribution network based on nodal power injection[J]. Electric Power Construction, 2017, 38(11): 41-47.

[5] JIANG W, CHEN J, TANG H, et al. A physical probabilistic network model for distribution network topology recognition using smart meter data[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(6): 6965-6973.

[6] YU J, WENG Y, RAJAGOPAL R. PaToPa: a data-driven parameter and topology joint estimation framework in distribution grid[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 4335-4347.

[7] YU J, WENG Y, RAJAGOPAL R. PaToPaEM: a data-driven parameter and topology joint estimation framework for time-varying system in distribution grids[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(3): 1682-1692.

[8] CAVRARO G, ARGHANDEH R. Power distribution network topology detection with time-series signature verification method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 3500-3509.

[9] CAVRARO G, KEKATOS V, VEERAMACHANENI S. Voltage analytics for power distribution network topology verification[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(1): 1058-1067.

[10] CAVRARO G, ARGHANDEH R, POOLLA K, et al. Data-driven approach for distribution network topology detection[C] // 2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting, July 26-30, 2015, Denver, CO, USA.

[11] GANDLURU A, POUDEL S, DUBEY S. Joint estimation of operational topology and outages for

- unbalanced power distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(1): 605-617.
- [12] FARAJOLLAHI M, SHAHSAVARI A, MOHSENIAN-RAD H. Topology identification in distribution systems using line current sensors: an MILP approach[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(2): 1159-1170.
- [13] TIAN Z, WU W, ZHANG B. A mixed integer quadratic programming model for topology identification in distribution network[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(1): 823-824.
- [14] 刘超, 杨扬, 梁栋, 等. 基于 AMI 潮流匹配的中压配电网两阶段拓扑辨识[J]. 电力系统及其自动化学报, 2020, 32(3): 123-128.
- LIU Chao, YANG Yang, LIANG Dong, et al. Two-stage topology identification of medium-voltage distribution networks based on power flow matching of AMI measurements[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2020, 32(3): 123-128.
- [15] YANG T, GUO Y, DENG L, et al. A linear branch flow model for radial distribution networks and its application to reactive power optimization and network reconfiguration[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2021, 12(3): 2027-2036.
- [16] 王贺飞, 李洪涛, 余昆, 等. 基于 DSCADA 和 μ PMU 数据融合的配电网运行拓扑辨识[J]. 电力建设, 2019, 40(6): 123-131.
- WANG Hefei, LI Hongtao, YU Kun, et al. Identification of distribution network operation topology based on DSCADA and μ PMU telemetry data fusion[J]. Electric Power Construction, 2019, 40(6): 123-131.
- [17] 郭帅文, 燕跃豪, 蒋建东, 等. 基于邻接矩阵的网络拓扑辨识算法[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(12): 50-56.
- GUO Shuaiwen, YAN Yuehao, JIANG Jiandong, et al. Network topology identification algorithm based on adjacency matrix[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(12): 50-56.
- [18] 张雅迪, 方朝雄, 张林垚, 等. 基于有向图的配网供电能力实用计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(8): 10-16.
- ZHANG Yadi, FANG Chaoxiong, ZHANG Linyao, et al. A practical solution for supply capability of a distribution network based on an oriented graph[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(8): 10-16.
- [19] 武奕彤. 智能配电网分布式拓扑识别与应用方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(16): 136-142.
- WU Yitong. Distributed topology identification and application method of smart distribution network[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(16): 136-142.
- [20] 肖浩, 裴玮, 邓卫, 等. 分布式电源对配电网电压的影响分析及其优化控制策略[J]. 电工技术学报, 2016, 31(增刊 1): 203-213.
- XIAO Hao, PEI Wei, DENG Wei, et al. Analysis of the impact of distributed generation on distribution network voltage and its optimal control strategy[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(S1): 203-213.
- [21] 周晓娟, 马丽丽. 考虑电力参数和量测误差的网络拓扑误差辨识方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(9): 128-135.
- ZHOU Xiaojuan, MA Lili. A new method of network topology error identification considering parameter and measurements errors[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(9): 128-135.
- [22] 李晓宇, 李书芳, 张思远, 等. 基于 LASSO 及其补充规则的配电网拓扑生成算法[J]. 北京邮电大学学报, 2018, 41(2): 62-68.
- LI Xiaoyu, LI Shufang, ZHANG Siyuan, et al. Distribution network topology generation algorithm based on LASSO and its supplementary rules[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2018, 41(2): 62-68.
- [23] 葛维春, 蔡亦浓, 李江, 等. 基于多分支电流混合量测的配电网三相状态估计[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(9): 1-10.
- GE Weichun, CAI Yinong, LI Jiang, et al. Three-phase state estimation of a distribution network based on multi-branch current mixing measurement[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(9): 1-10.
- [24] CAVRARO G, BERNSTEIN A. Bus clustering for distribution grid topology identification[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(5): 4080-4089.

收稿日期: 2020-10-26; 修回日期: 2020-12-23

作者简介:

许栋梁(1996—), 男, 硕士研究生, 研究方向为配电网拓扑识别; E-mail: xudongliang_sx@foxmail.com

赵健(1990—), 男, 博士, 副教授, 通信作者, 研究方向为配电网的运行与规划、可再生能源和电动汽车接入以及人工智能在电网中的应用; E-mail: zhaojianee@foxmail.com

王小宇(1978—), 男, 博士, 教授, 主要从事分布式发电、微电网、智能电网等方面的研究。

(编辑 张爱琴)